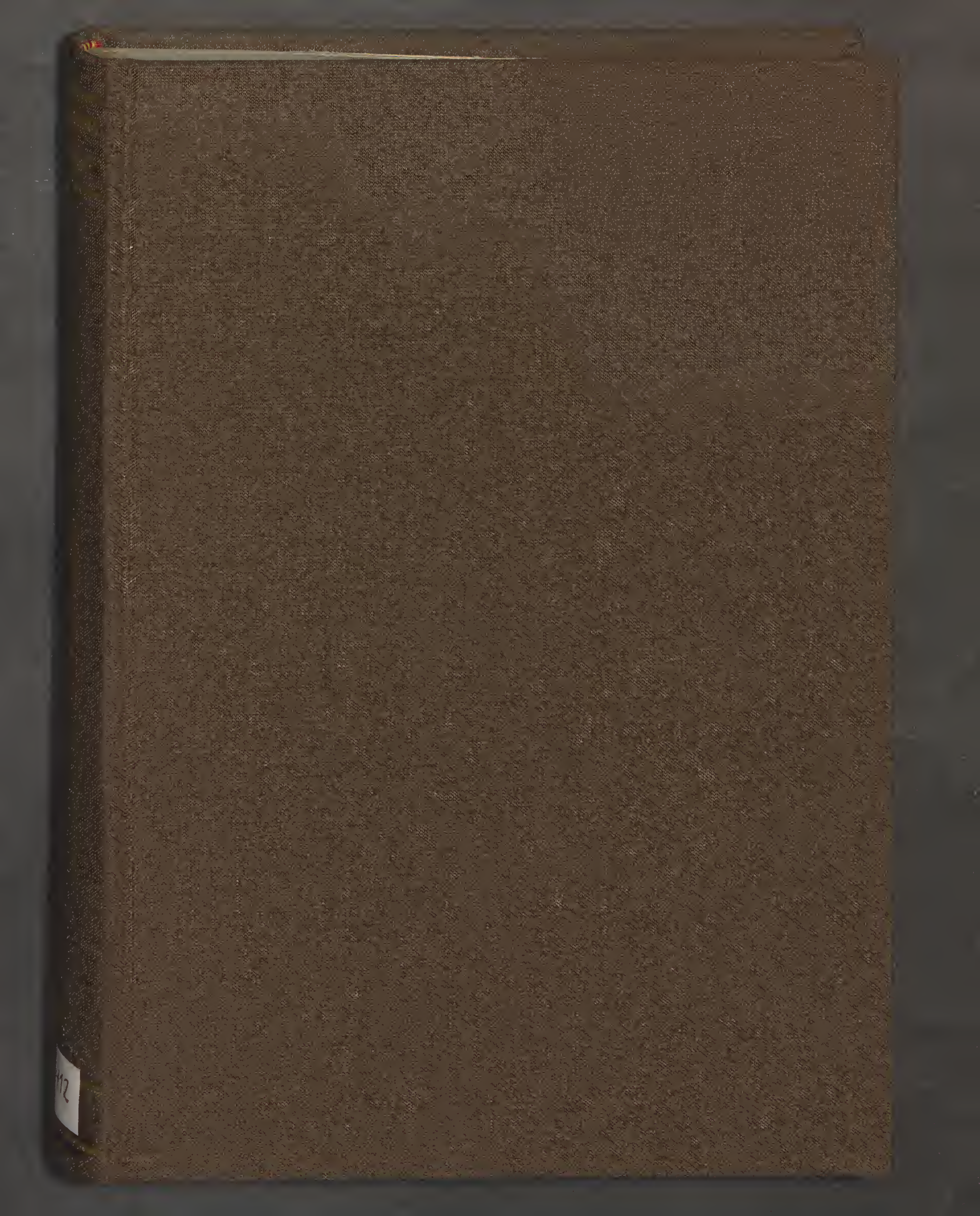


JUNTA PARA AMPLIACIÓN DE ESTUDIOS
É INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS

TEORÍA GENERAL
DE LA
FORMACIÓN DE LA IMAGEN
EN EL
MICROSCOPIO

POR

D. JOAQUÍN M.ª CASTELLARNAU Y LLEOPART

INGENIERO DE MONTES
SOCIO HONORARIO DE LA REAL SOCIEDAD DE HISTORIA NATURAL
CORRESPONDIENTE DE LAS REALES ACADEMIAS DE CIENCIAS, DE LA HISTORIA,
DE CIENCIAS Y ARTES DE BARCELONA, ETC., ETC.,
GRAN CRUZ DE LA REAL ORDEN DE ISABEL LA CATÓLICA, ETC.



MADRID
IMPRENTA DE EDUARDO ARIAS
San Lorenzo, 5, bajo.

1911

ALGUNOS TRABAJOS PUBLICADOS

POR

D. Joaquín M.ª Castellarnau

Visión microscópica. Condiciones de verdad de la imagen microscópica y modos de expresarla. Con una lám. (1885).
Teoria del microscopio. La Imagen virtual. Con grab. en el texto (1890).
Fotomicrografia del espectro solar y de los espectros de absorción. Con un grab. (1899).
La Estación Zoológica de Nápoles y sus procedimientos para el examen microscópico. (1885).
Estudio micrográfico de la madera de las Coníferas españolas y especialmente del género "Pinus". Con tres lám. (1883).
Estudio micrográfico del tallo del "Abies Pinsapo", Boiss. Con cuatro láminas (1881).
Estudio del sistema leñoso de las Especies forestales españolas y descripción micrográfica de la madera del Olmo y del Haya. Con ocho lám. en el texto y un atlas in fol. de 12 lám. (1894).
Descripción micrográfica de la madera del "Carpinus Betulus", "Corylus Avellana" y "Alnus Glutinosa". Con un atlas in fol. de 24 lám. (1905).
Descripción micrográfica de la madera de la especie de las Islas Filipinas "Quercus Jordanae". Con una lám. (1885).
Descripción de la madera fosil del Desierto de Sahara, "Cesalpinioxylon Quirogoarum", Schenck. Con una lám. (1889).
Estudio de la constitución óptica de las paredes de las traquéidas de los "Pinus", por medio de la luz polarizada. Con cuatro lám. (1899).
Los cristales de oxalato de calcio en las células del parenquima leñoso del "Quercus Ilex", Linn. Con una lám. (1884).
Unidad del plan generativo en el Reino Vegetal. (1888).
Compendio de anatomía y fisiologia de las plantas, por el Dr. R. Hartig. Traducido del alemán. (1905).
Tratado de las enfermedades de las plantas, por el Dr. R. Hartig. Traducido del alemán. (1908).
Estudio ornitológico del Real Sitio de San Ildefonso. (1877).
Lo que queda de la Sinagoga Mayor de Segovia después del incendio de la Iglesia del Corpus-Christi. Con grab. y plan. en el texto. Publicado por la R. A. de la Historia. (1899).
Algo sobre la estatua del Hércules fundador de Segovia. (1891).
El Pinar de Balsaín. Algunas consideraciones sobre su tratamiento y administración. (1884). En colaboración con D. Rafael Breñosa, varios *Estudios relativos á los montes y matas de Balsaín* y una *Guía descriptiva del Real Sitio de San Ildefonso*, con planos del Real Palacio y Pinar (1884); en colaboración con D. Jesús Grinda, *El Cementerio hebreo de Segovia*, con dos lám. (1886), publicado por la R. A. de la Historia; en colaboración con los Sres. Navarro y Baredo, Ingenieros Agrónomos, *La enfermedad del castaño*, con diez lám. (1909), etc., etc.
Varios estudios sobre Micrografia, Microfotografia, Bacterias, Ciencias Naturales, etc., etc., publicados en diversas Revistas científicas.

FORMACIÓN DE LA IMAGEN

EN EL

MICROSCOPIO

JUNTA PARA AMPLIACIÓN DE ESTUDIOS
É INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS

TEORÍA GENERAL
DE LA
FORMACIÓN DE LA IMAGEN
EN EL
MICROSCOPIO

POR

D. JOAQUÍN M.ª CASTELLARNAU Y LLEOPART

INGENIERO DE MONTES
SOCIO HONORARIO DE LA REAL SOCIEDAD DE HISTORIA NATURAL
CORRESPONDIENTE DE LAS REALES ACADEMIAS DE CIENCIAS, DE LA HISTORIA,
DE CIENCIAS Y ARTES DE BARCELONA, ETC., ETC.,
GRAN CRUZ DE LA PEAL ORDEN DE ISABEL LA CATÓLICA, ETC.

MADRID
IMPRENTA DE EDUARDO ARIAS
San Lorenzo, 5, bajo.

1911

ÍNDICE

TERCERA PARTE.

Demostración experimental de la teoria de la formación de la imagen.

ADICIONES.



PRÓLOGO

Han transcurrido ya bastantes años desde que me ocupé por primera vez de la «Formación y condiciones de verdad de la imagen microscópica» en un pequeño estudio que mereció llamar la atención por estar escrito en castellano, *idioma el menos á propósito de todos los que se hablan en el Occidente de Europa para tratar esas cuestiones* (1). En aquella época estaban en todo su apogeo las discusiones sostenidas en el seno de la Real Sociedad de Microscopia de Londres entre

(1) De seguro que hoy tienen de nosotros en el extranjero una opinión muy distinta de la que tenian en 1885, cuando publiqué mi estudio sobre las «Condiciones de verdad de la Imagen microscópica», y que ya no causará extrañeza el que un español pueda escribir de asuntos del microscopio. El entonces Secretario de la Real Sociedad de Microscopia de Londres, Mr. Crisp, decia asi al dar cuenta de mi trabajo: *We were not a little surprised to receive lately an elaborate discussion on Apertura and Microscopical Vision written in Spanish which we should habe supposed to be one of the most unlikely languages of the Western Europe in wilch such a subject would be treated of. It is from the pen of D. Joaquin María Castellarnau y de Lleopart, wo in other papers previonsly published has schow himself to be much in advance of the majority of his countrymen..... etc., etc.* Á pesar de la extrañeza causada por el idioma en que estaba escrito, mi trabajo fué juzgado con excesiva benevolencia y mereció injustificados elogios: *Te present work is extremely well put together; indeed, it is quite unique in the completeness of its treatmen of the question..... a translation of the author's treatise would, we feel sure, habe been of benefit to English readers.* Etc., etc. *(Jour. Roy. Micr. Society*, 1886, Abril, pág. 335.)

partidarios y adversarios de las nuevas ideas del Profesor Abbe sobre la formación de la imagen, y eran, sobre todo, objeto de disputa las consecuencias lógicas de la «Apertura numérica», pues los microscopistas antiguos, á cuya cabeza figuraba Mr. Shadbolt, no querían admitir que los objetivos de inmersión pueden recoger y utilizar mayor número de rayos de los que recogería un objetivo ordinario, hipotético, cuyo ángulo de abertura fuese de 180°. Desde entonces he seguido con interés las vicisitudes y el desarrollo de la Nueva Teoría, estudiando cuanto se ha escrito en su favor ó para combatirla, abrigando siempre la esperanza de que se me había de presentar alguna ocasión oportuna para darla á conocer en su conjunto y en una forma que fuese asequible para todos aquellos que por necesidad se sirven del microscopio como medio de investigación, y no pueden hacer de la óptica un objeto especial de sus estudios. Y esa esperanza vino á convertirse en una realidad, en la forma para mí más grata, al recibir la honra inmerecida de que la «Junta para ampliación de Estudios é Investigaciones científicas» me invitara á dar un curso de lecciones teórico-prácticas, en el Museo de Ciencias Naturales, sobre la formación de la Imagen en el microscopio. Y terminadas esas lecciones, á últimos de Abril del presente año, á los cuidados é iniciativa de la misma Junta se debe también el que hoy se publique este libro, en el que trato de reunir las principales enseñanzas que fueron el objeto de dicho Curso.

Pretenden algunos que para hacer una buena observación no es preciso conocer la teoría del microscopio, pues basta para ello, según dicen, preparar bien el objeto, iluminarle de un modo conveniente y emplear un aumento adecuado. Ciertamente con eso algo se consigue, mas cuando se trata de observaciones verdaderamente científicas es preciso adquirir un conocimiento íntimo de la marcha de los rayos y de la génesis de la imagen, puesto que sólo así se poseen los fundamentos para interpretar de un modo justo lo que se ve con el microscopio. «Desde los estudios del Profesor Abbe sobre la formación de la imagen», dice el Profesor H. Ambronn con

indiscutible autoridad, «es un hecho inconcuso que solamente después de haber sometido los datos adquiridos por la observación directa á una severa crítica científica, puede concederse valor positivo á las investigaciones relativas á los objetos pequeños y á las estructuras finas y delicadas, y no obstante, preciso es confesar que se ha pasado mucho tiempo antes de que el estudio de las relaciones que existen entre el objeto y su imagen, tan importante en todos los ramos de la microscopia práctica, haya penetrado en los laboratorios» (1). Y esa necesidad de interpretar la imagen en todas las observaciones un poco delicadas, ha aumentado hoy día con la reciente introducción de la ultramicroscopia y del empleo de los rayos ultravioleta, pues el observador sabe ya de antemano que no va á ver una imagen fiel del objeto, y que sólo por medio de una interpretación juiciosa podrá sacar de ella indicaciones reales y positivas. Para satisfacer esa necesidad, cada vez más apremiante, de que el observador conozca la teoría del microscopio con el fin de que pueda sacar un partido racional de cuantos recursos le ofrece para la investigación, y al mismo tiempo de que se halle en estado de apreciar el grado de confianza que puede tener en la imagen, se han establecido en Alemania unos cursos especiales de microscopia *(Ferienkurse)* en los cuales en un corto número de lecciones, explicadas por profesores de reconocida competencia, se inicia á los alumnos en las cuestiones más importantes de óptica microscópica, y á la vez se hacen demostraciones prácticas del uso del microscopio en sus diferentes formas. Para dar una idea de lo que son esos cursos—que indudablemente serían también muy útiles entre nosotros—, nada mejor que transcribir el programa del que en el próximo mes de Octubre se ha de celebrar en la Universidad de Munich (2).

(1) H. Ambronn: *Ueber Institute für wisenschaftliche Mikroskopie und deren Aufgaben. Zeitschr. f. wiss. Mikrosk.* XXIV (1907), pág. 1.

(2) Estos cursos tienen lugar en varias Universidades é Institutos. El de este año es el octavo, y se verificará en la Real Institución de Anatomía de la Universidad de Munich. Los otros han tenido lugar en Berlín, Jena, Viena, Leipzig, Strasburgo, etc.

Octavo curso de Microscopia científica.

(En la Universidad de Munich, del 16 al 21 de Octubre de 1911.)

Lunes 16....—PROF. DR. H. AMBRONN, de Jena: Conferencia sobre teoría de la génesis de la imagen, según Abbe.
— Demostración de la teoría con el aparato de difracción Abbe.

Martes 17....—PROF. DR. H. AMBRONN: Conferencia sobre los métodos de comprobar las correcciones y las propiedades de los objetivos.
— Demostraciones prácticas con el *test-plate* y el apertómetro de Abbe.

Miércoles 18.—DR. SIEDENTOPF, de Jena: Conferencia sobre los diversos modos de iluminación en fondo negro.
— Prácticas de iluminación en fondo negro.

Jueves 19...—DR. A. KÖHLER, de Jena: Conferencia y demostraciones sobre microfotografía.
a) Proyección de la imagen sobre la placa.
b) Iluminación del objeto con luz incidente y luz transmitida.

Viernes 20...—DR. A. KÖHLER: Conferencia sobre microfotografia con luz ultravioleta.
DR. H. SIEDENTOPF: Conferencia sobre ultramicroscopia.

Sábado 21...—Demostraciones relativas á las conferencias anteriores.
a) Microfotografia con luz ultravioleta.
b) Observaciones con luz monocromática visible, y observaciones con el *Vertikalilluminator* (Metalografia).
c) Ultramicroscopia de los coloides sólidos.
d) Ultramicroscopia de los coloides fluidos.
— Proyecciones cinematográficas obtenidas con iluminación en fondo negro.

Lo mismo en esos cursos abreviados *(Ferienkurse)* que en los más extensos que se dan en el «Instituto de Microscopia de Jena», se empieza siempre con una exposición general de la «Teoria Abbe» sobre la génesis y propiedades de la imagen, pues sin ella no es posible dar un paso en el conocimiento del microscopio, y no deja de ser un hecho digno de llamar la atención el que esa «teoria», á pesar de su importancia y de que son muchos los que están interesados en conocerla, apenas se halla recopilada en ninguna parte con la exactitud y extensión suficiente para poderse hacer bien cargo de ella

—excepción hecha de la obra del Dr. Dippel, de que luego hablaré—, siendo preciso para estudiarla acudir á una porción de trabajos y memorias sobre puntos parciales; y á eso se debe, sin duda, el que no sea más conocida y el que haya sido, sin razón, duramente criticada, demostrando los autores de la crítica que, en vez de estudiarla en sus fuentes, se habían contentado con leer solamente referencias más ó menos bien hechas. No de otro modo tiene explicación, por ejemplo, el que en estudios de indudable valor científico, como lo es el publicado por S. W. Gordon en el *Boletín de la Real Sociedad de Microscopia de Londres* (Febrero de 1905), con el título de *The Theorie of highly magnified Images*, se lean párrafos como el siguiente: «Tal vez se me preguntará—dice S. W. Gordon—el motivo que he tenido para excluir de entre los trabajos antes enumerados, que son los que verdaderamente constituyen el fundamento de la teoría de la formación de la imagen microscópica, todos aquéllos que en estos últimos tiempos se han publicado relativos á la llamada «Teoría Abbe», y á eso contestaré protestando una vez más de que dicha teoría vaya unida al nombre del Profesor Abbe, pues es una notoria falta de respeto hacer responsable á tan distinguido Profesor de unas ideas que nunca ha expuesto de un modo definitivo, y que, además, ha desaprobado explícitamente en estos últimos tiempos.»

Y más adelante añade: «Creo, no obstante, que se debe seguir dando el nombre de «Teoría Abbe» á ese conjunto de especulaciones que se hallan en contradicción unas con otras. Pero es el caso de que *quot homines tot sententiae;* no se puede romper con la costumbre, y por eso la sigo, aunque con protesta, manifestando verdadera admiración por el Profesor Abbe, cuyo nombre ha sido maltratado» (!!).

Los numerosos trabajos, Memorias y discursos del Profesor Abbe, que vieron sucesivamente la luz en diversas Revistas alemanas é inglesas, han sido reunidos en estos últimos años por sus discípulos y admiradores, y publicados en tres tomos con el título de *Gesammelte Abhandlungen von Ernst Abbe* (1804-1806). El tomo tercero está dedicado á los estudios

y discursos sobre asuntos político-sociales, y en el primero figuran, de un modo especial, todos aquellos trabajos que se relacionan más directamente con el Microscopio, y que deben considerarse como las fuentes de la teoría, pues el Profesor Abbe murió (14 Enero 1905) sin haber publicado un trabajo de conjunto, según era su intención manifestada varias veces en sus escritos (1). Algunos capítulos del primer tomo de la obra del Dr. Dippel (2.ª edición), *El microscopio y sus aplicaciones* (2), pasan, con motivo, como por haber sido muy directamente inspirados por el mismo Profesor Abbe, y ese es el único resumen semi-oficial que de su Teoría tenemos. Su discípulo, el Dr. Sigfredo Czapski, ha publicado una *Teoría de los Instrumentos ópticos, según Abbe* (3), pero exclusivamente en la parte dióptrica, y, por lo tanto, no comprende la formación física de la imagen, que es, precisamente, la parte más original de la Teoría; y lo mismo sucede con otra obra, en extremo valiosa, escrita por los colaboradores científicos de la Casa Zeiss y editada por M. v. Mohr (4), hasta que se publique el segundo tomo, pues en el primero, único publicado hasta la fecha, como su mismo título lo indica: *De la formación de la imagen en los Instrumentos ópticos bajo el punto de vista de la ópti-*

(1) En una nota inserta en la pág. 312 del tomo I de los *Gesammt. Abhand.*, se dice que el Profesor Abbe tenía el propósito de publicar una teoría general de la formación de la imagen, y que estaban impresos ya algunos pliegos, y se hace la oferta de publicarlos en el tomo III, juntamente con una parte que dejó manuscrita. Pero ese tomo III se ha publicado, sin que aparezcan en él esos trabajos ofrecidos.

(2) Dr. Dippel: *Das Mikroskop und seine Anwendung*, Brunswick, 1882. El título del tomo II es: *Handbuch der allgemeinen Mikroskopie*. De este tomo se ha hecho una refundición en 1885 con el título de *Grundzüge der allgemeinen Mikroskopie*. Ninguna de estas dos obras, á pesar de su importancia, ha sido traducida á otro idioma.

(3) Dr. Siegfried Czapski: *Theorie der optischen Instrumente nach Abbe*. Breslau, 1893. Esta obra se publicó por primera vez formando el tomo II de la enciclopedia de Física del Profesor Dr. Winkelmann.

(4) *Die Theorie der optischen Instrumente. Bearbeitet von wissenschaflischen Mitarbeitern an der optischen Werkstätte von C. Zeiss*. Berlín, 1904. Sólo se ha publicado hasta el presente el tomo I con el título de *Die Bilderzeugung in optischen Instrumenten vom Standpunkte der geometrischen Optik*.

ca geométrica, tampoco tiene cabida la génesis de la imagen considerada como un fenómeno de interferencias. Notable bajo todos conceptos es también el libro de Otto Lummer y Fritz Reiche, publicado muy recientemente con el título de *La doctrina del Profesor Abbe sobre la formación de la Imagen microscópica* (1), pero está escrito sólo para aquéllos que se dediquen de lleno á los estudios de óptica, pues sus autores se proponen edificar de nuevo la «Teoría Abbe» sobre la base del principio de Kirchhoff y las teorías de Maxwell, por considerar ya anticuados los principios de la óptica undulatoria, sobre los cuales Abbe la levantó. «Me atormentaba la idea—dice el Dr. Lummer en el Prólogo—de que la teoría Abbe, fundada en el »principio de las interferencias de las ondas elementales de »Huygens-Fresnel, ya no pudiera considerarse moderna des»pués de los nuevos derroteros abiertos en la óptica por la teo»ría de Maxwell y el principio de Kirchhoff. ¿No sería conve»niente edificar esa teoría sobre una base nueva?» Y ese es el problema que los autores de tan interesante libro abordan y resuelven, llegando por otros caminos diferentes de los que nosotros seguiremos á las mismas leyes de semejanza entre el objeto y su imagen y al mismo límite de la capacidad del microscopio para formar imagen de los objetos muy pequeños. Y al examinar teóricamente, á la luz de las teorias electro-magnéticas, cuáles deben ser los cambios que experimenten las imágenes de los rayados cuando se suprimen determinados máximos del espectro de Fraunhofer, también las conclusiones son las mismas que se deducen de la teoría de Abbe fundada sobre la teoría undulatoria. Otros nombres ilustres van también unidos á la teoría Abbe por sus trabajos sobre puntos concretos y especiales de ella, y entre los publicados en los últimos diez años merecen especial mención los de Strehl, Rheinberg, Conrady, Ewerett, Nelson, Siedentopf, etc., etcétera, los cuales serán citados oportunamente en el texto.

(1) *Die Lehre von der Bildentstehung im Mikroskop von Ernst Abbe. Bearbeitet und herausgegeben von O. Lummer und F. Reiche* Brunswick, 1910.

Mi preocupación constante al escribir este libro ha sido la de presentar todas las cuestiones con la mayor sencillez posible, relacionándolas entre sí de modo que formen un cuerpo de doctrina compacto, y al mismo tiempo he procurado no perder de vista que mi trabajo va dirigido, como antes ya he dicho, á aquéllos que por necesidad tienen que servirse del microscopio y no pueden hacer de las cuestiones de óptica objeto especial de sus estudios. Por eso ruego «á los que ya saben» que me juzguen con benevolencia, pues este libro no está escrito para ellos: yo sólo puedo dirigirme «á los que no saben».

JOAQUÍN M.ª CASTELLARNAU.

Segovia, 1.º de Septiembre 1911.

PRIMERA PARTE

Marcha de los rayos en el microscopio y propiedades dióptricas de la imagen.

CAPÍTULO PRIMERO.

Descripción general, constantes ópticas y puntos cardinales del microscopio.

1. DISTANCIAS FOCALES, AUMENTO, DISTANCIA FRONTAL Y LONGITUD DEL TUBO. — El microscopio es, ante todo, un instrumento de observación subjetiva, pues sus grandes servicios, en el campo de la investigación científica, los ha prestado produciendo una imagen virtual de los objetos en circunstancias convenientes para ser conjugada de la imagen real que se forma en la retina del observador. Se compone esencialmente de tres sistemas ópticos distintos, los cuales contribuyen en conjunto á la formación de la imagen virtual, que es el fin último del instrumento. El objetivo y el ocular están colocados en los extremos del tubo del microscopio y constituyen el sistema óptico destinado especialmente á formar la imagen; y el aparato de iluminación sirve, como su nombre indica, para iluminar el objeto, y ejerce, además, una muy directa y poderosa influencia en las propiedades de la imagen, según veremos más adelante.

Lo mismo el objetivo que el ocular, pertenecen al grupo de sistemas ópticos convergentes capaces de formar imagen, y poseen, por lo tanto, dos puntos focales, uno anterior y otro posterior, colocados sobre el eje, y cuya posición supondremos determinada por las distancias de dichos puntos á las caras externas de la primera y última lente de cada sistema. Ade-

más, tanto al ocular como el objetivo le corresponden los dos valores característicos que constituyen sus «distancias focales» anterior y posterior, valores que son siempre iguales y de signos contrarios en los oculares, porque la imagen se forma en el mismo medio en que se halla el objeto, que es el aire, pero que pueden ser distintos en los objetivos en el caso de que el medio del objeto sea diferente del de la imagen, como sucede en los objetivos de inmersión. Según una ley muy importante de óptica (1), entre los valores focales anterior f y posterior f^* de un sistema, y los índices n del medio anterior, ó sea del objeto, y n^* del medio posterior en el cual se forma la imagen, existe la siguiente relación:

$$\frac{f}{f^*} = - \frac{n}{n^*}, \qquad [\mathbf{I}]$$

de la cual se deduce que cuando el medio del objeto y el de la imagen es el mismo, $f = -f^*$, es decir, que las dos distancias focales son iguales y de signos contrarios, y entonces basta el conocimiento de una de ellas, como sucede en los oculares y objetivos ordinarios. En cambio, los objetivos de inmersión tienen siempre dos valores focales diferentes, figurando tan sólo en los Catálogos de Microscopios la longitud focal posterior, en el aire, por ser la que directamente se emplea para determinar los aumentos; mas conociendo el índice refractivo n del medio de inmersión, la distancia focal anterior se deduce fácilmente de la fórmula [**I**], y es $-(n \, . \, f^*_1)$.

Para nuestro fin, en el presente capítulo nos bastará suponer que el objetivo microscópico es un sistema convergente capaz de producir imágenes perfectas según las leyes de la óptica geométrica, y al cual consideraremos bastante definido conociendo la posición de sus focos y el valor de sus longitudes focales, sin tener para nada en cuenta su composición, reducida siempre á un cierto número de lentes esféricas convergentes y divergentes, dispuestas con el fin de que puedan recoger del objeto conos de rayos de gran anchura y formar con ellos una imagen desprovista, dentro de los límites de la posibilidad, de los efectos de las aberraciones esférica y cro-

(1) Véase en las Adiciones, al final del libro § **16**.

mática. Así definido el objetivo, comprende los objetivos acromáticos, los semiapocromáticos y apocromáticos, sean ó no de inmersión, pues bajo el punto de vista dióptrico no existen entre ellos diferencias esenciales, á pesar de ser muy grandes las que ofrecen en cuanto á la perfección de la imagen y á la anchura de los conos de rayos que admiten para formarla.

En los oculares se deben distinguir dos formas: el tipo Huygens que más ó menos modificado es el que se emplea comúnmente en la observación microscópica (Huygens ordinarios, oculares compensadores números 2, 4 y 6; oculares Kellner, etc., etc.) y los oculares positivos, de uso más raro, excepto en la forma de los compensadores fuertes números 8, 12 y 18 construídos especialmente para los objetivos apocromáticos. Los oculares del tipo Huygens están formados por dos lentes, separadas una de otra por una distancia próximamente igual á la semisuma de sus distancias focales *(figuras 1.ª y 4.ª)*, de las cuales la más exterior se llama lente ocular ó frontal, y la inferior lente de campo. En la forma Huygens pura, estas dos lentes son sencillas y plano-convexas, con la cara curva vuelta hacia el objeto; pero en los tipos más ó menos modificados (oculares compensadores, Kellner, etc., etcétera), la lente frontal suele estar formada por un sistema de dos lentes reunidas y de distinta forma. Estos oculares reciben también el nombre genérico de negativos, porque el plano focal anterior $F_2 F_2$ se halla situado entre las dos lentes de que se componen, y es virtual. El plano focal posterior $F_2^* F_2^*$ se encuentra detrás (encima) y á poca distancia de la lente frontal. En los oculares positivos, como lo son los últimos números de la serie de los compensadores *(fig. 2.ª)* y los oculares Ramsden, monocéntricos y ortoscópicos, de raro empleo estos últimos en el microscopio, los dos planos focales son reales y exteriores al sistema.

La *figura 1.ª* representa la parte óptica de un microscopio, compuesta de un ocular Huygens y de un objetivo ordinario, así como del aparato que sirve para iluminar el objeto O colocado sobre la platina PP. Las distancias focales del objetivo y del ocular suponemos que son, respectivamente, f_1 y f_2, y que la posición de los planos focales F_1, F_1^* y F_2, F_2^* está determinada por sus distancias z_1, z_1^* y z_2, z_2^* á las superficies de las lentes más exteriores de los dos sistemas. La sepa-

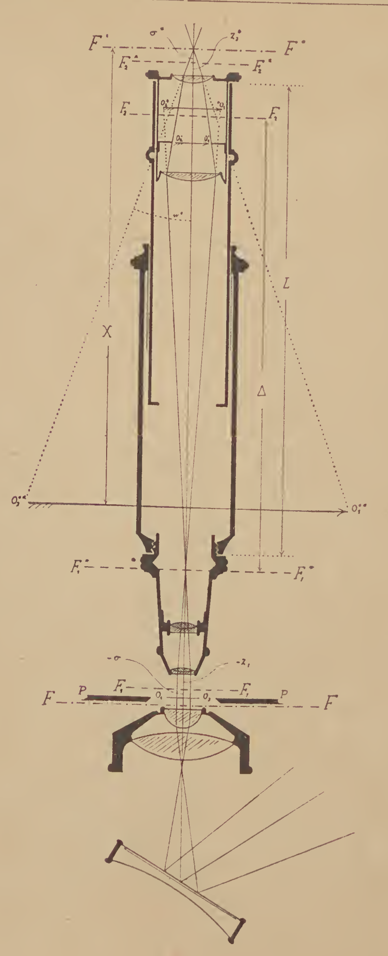


Fig. 1.ª

ración entre el objetivo y el ocular la marca la longitud del tubo del microscopio, compuesto ordinariamente de dos porciones que enchufan una en otra, y de las cuales, la de menor diámetro — que lleva el ocular — puede introducirse más ó menos en la porción de mayor diámetro — que lleva el objetivo —, siendo posible por ese medio variar la longitud real del tubo, que es la que sirve de base para determinar su longitud óptica, ó sea la distancia que separa el plano focal posterior del objetivo $F_1^* F_1^*$ del plano focal anterior del ocular $F_2 F_2$. Esta distancia, que es siempre un dato característico en los sistemas compuestos de dos miembros, se conoce generalmente con el nombre de intervalo óptico (1), y nosotros, concretándonos al caso particular del microscopio, la designaremos de aquí en adelante con el de longitud óptica del tubo, representándola por el símbolo Δ. Su valor, en el caso común del microscopio, es siempre positivo, porque la longitud real del tubo es grande con relación á las distancias focales del objetivo y del ocular y, por consiguiente, el plano focal anterior de este último se halla situado detrás (encima) del plano focal posterior del objetivo (2).

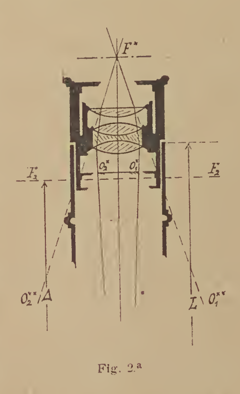


Fig. 2.ª

(1) *Optisches Intervall*. Véase Drude: *Lehrbuch der Optik* (Leipzig, 1906), pág. 28, y Rhor: *Die Bilderzeugung in optischen Instrumenten* (Berlín, 1904), pág. 115. Véase también en las Adiciones § **15**.

(2) Contaremos siempre como positivas las distancias en la dirección de la marcha de los rayos luminosos, esto es, del objetivo al ocular, ó sea de abajo arriba, y negativas en el sentido contrario. Dado, pues, el punto de origen, es fácil determinar el signo de una distancia cualquiera. En la longitud óptica del tubo, el punto de origen es el plano focal posterior del objetivo. Las distancias del objeto y de la imagen, ó sean los valores de x y x^*, se cuentan sobre el eje á partir de los puntos focales respectivos. Así, por ejemplo, x será negativo cuando el objeto se halle situado por bajo del foco, y positivo cuando se halle encima de él. Las distancias fo-

Conocidas las distancias focales del objetivo y del ocular f_1, f_1^* y f_2, f_2^* y el valor Δ de la longitud óptica del tubo, es fácil calcular las distancias focales anterior y posterior del microscopio por medio de las dos siguientes fórmulas de óptica general (1):

$$f = -\frac{f_1 \times f_2}{\Delta} \qquad [\mathbf{II}]$$

$$f^* = +\frac{f_1^* \times f_2^*}{\Delta}. \qquad [\mathbf{II}\ a]$$

Cuando el medio anterior (del espacio del objeto) y el posterior (del espacio de la imagen) sean iguales, lo que sucederá siempre que no se empleen objetivos de inmersión, las distancias focales anterior y posterior serán también iguales y de signos contrarios y, en ese caso, bastará la primera de las dos fórmulas. Pero si el objetivo fuese de inmersión en un medio de índice n, y quisiéramos hallar la longitud focal anterior del microscopio sirviéndonos de la longitud focal posterior del objetivo—que es el único dato que figura en los Catálogos—bastará para ello poner en las fórmula [**II**] el valor de f_1 deducido de la igualdad $f_1 : f_1^* = -n : n^*$, de esta manera:

$$f = -\frac{-(n f_1^*) \times f_2}{\Delta}. \qquad [\mathbf{II}\ b]$$

Supongamos, como á ejemplo, la combinación formada por

cales se cuentan en uno ú otro sentido, según su signo, á partir de los focos correspondientes, esto es, del foco anterior la distancia focal anterior, y del posterior la distancia focal posterior. Un asterisco * indicará siempre que el valor que afecta se refiere al foco posterior del sistema. En los focos y distancias focales se distinguirán las correspondientes al objetivo por medio del subíndice 1, y los correspondientes al ocular, por el subíndice 2, y sin índice alguno, los del microscopio como á un sistema compuesto del objetivo y ocular. Así, por ejemplo, f_1, f_2^* y f, indican la longitud focal anterior del objetivo, la longitud focal posterior del ocular (siempre igual y de signo contrario á la longitud anterior) y la longitud focal del microscopio.

(1) Adiciones: fórmulas [6] del § **15**.

el objetivo Zeiss A, de 15 mm. de distancia focal, y el ocular número 2 de 40 mm., siendo la longitud óptica del tubo Δ de 180 mm. Poniendo estos valores en la fórmula [**II**], tendremos:

$$f = -\frac{15 \times 40 \text{ mm.}}{180 \text{ mm.}} = -3{,}3 \text{ mm.}; \; f^* = +3{,}3 \text{ mm.}$$

Si la combinación estuviese representada por el apocromático 3, de inmersión homogénea ($n = 1{,}52$), y el ocular compensador 6, de longitud focal 30 mm., siendo la misma la longitud óptica de tubo, tendremos, según las fórmulas [**II** b] y [**II**],

$$f = -\frac{-(1{,}52 \times -3 \text{ mm.}) \times 30 \text{ mm.}}{180 \text{ mm.}} = -0{,}76 \text{ mm.};$$

$$f^* = \frac{-3 \text{ mm.} \times -30 \text{ mm.}}{180 \text{ mm.}} = +0{,}50 \text{ mm.}$$

Como las cantidades f_1, f_2 y Δ, que entran en el segundo miembro de la fórmula [**II**], son siempre positivas, la distancia focal anterior f será negativa y, por lo tanto, el microscopio debe considerarse como un sistema divergente ó dispersivo, cuyo carácter esencial, además del signo de las distancias focales, consiste en que la imagen de los objetos situados dentro (encima) del foco, en la región de las xx positivas, está invertida, y en posición derecha la correspondiente á las xx negativas. La primera imagen, que además es virtual, es la que se forma en el caso ordinario de la observación microscópica subjetiva, y la segunda, que es real, es la que se emplea para impresionar la placa sensible en la microfotografía (1).

(1) En los sistemas compuestos no puede servir el mismo criterio que en las lentes sencillas para determinar si son convergentes ó divergentes, de la realidad ó virtualidad de las imágenes. Lo que determina su carácter, además del signo de las distancias focales (véase en las Adiciones, al final del libro § **12**), es su posición derecha ó invertida. Una lente dispersiva produce—al revés de una lente convergente—una imagen

Conocidos ya los valores de las longitudes focales, sólo nos resta, para determinar completamente el sistema, fijar la posición de los focos. Para ello nos servirán de puntos de origen el foco anterior del objetivo y el posterior del ocular, determinados á su vez por las distancias z_1 y z_2^* (*fig. 1.ª*), según antes ya se ha dicho. Las distancias σ y σ^* de los planos focales FF y F^*F^* á dichos focos, pueden calcularse por las dos siguientes fórmulas de óptica general (1):

$$\sigma = -\frac{f_1^2}{\Delta}; \qquad \text{[III } a\text{]}$$

$$\sigma^* = \frac{f_2^2}{\Delta}. \qquad \text{[III } b\text{]}$$

Y si, además, tenemos en cuenta, según se desprende de la simple inspección de la *fig. 1.ª*, que llamando z y z^* á las distancias que median entre los planos focales FF y F^*F^* y las caras de las lentes exteriores del objetivo y del ocular, se verifican las dos siguientes igualdades

$$z = z_1 + \sigma \quad \text{y} \quad z^* = z_2^* + \sigma^*, \qquad \text{[III } c\text{]}$$

podremos determinar directamente la posición de dichos planos con relación á las mencionadas lentes del objetivo y ocular.

Sirviéndonos de los mismos datos de la combinación que nos ha servido para el ejemplo anterior, compuesta del objetivo Zeiss A y del ocular núm. 2, tendremos:

$$\sigma = -\frac{15^2 \text{ mm.}}{180 \text{ mm.}} = -1{,}25 \text{ mm.}$$

y

$$\sigma^* = \frac{40^2 \text{ mm.}}{180 \text{ mm.}} = 8{,}88 \text{ mm.}$$

---

virtual y derecha de los objetos colocados fuera del foco, é invertida cuando están colocados dentro de él. Estas son las posiciones de la imagen en el microscopio. Véase Czapski: *Theorie der optischen Instrumente nach Abbe* (Breslau, 1893), pág. 37, y Rhor: *Die Bilderzeugung in optischen Instrumenten* (Berlín, 1904), páginas 32 y 121.

(1) Véase: Adiciones; fórmulas [6] y [6 *a*] de los §§ **15** y **17**.

Y si supiéramos además, por haberlo determinado experimentalmente, que los valores de z_1 y z_2^* eran respectivamente, de — 7,75 y de 2,50 mm., tendríamos que

$$z = -7,75 - 1,25 = -9 \text{ mm.}$$

y

$$z^* = 2,10 + 8,88 = 11,38 \text{ mm.},$$

esto es, que el plano focal anterior FF se halla situado 9 milímetros delante (debajo) de la lente frontal del objetivo, y el plano focal posterior F^*F^* 11,38 mm. detrás (encima) de la lente frontal del ocular.

Si el objetivo fuese de inmersión en un medio de índice n, y le conociéramos por su distancia focal posterior f_1^*, en virtud de la fórmula [**I**], la fórmula [**III** *a*] se transformaría en

$$\sigma = -\frac{(nf_1^*)^2}{\Delta}, \qquad [\textbf{III}\ d]$$

y la [**III** *b*] no sufriría alteración alguna.

Conocidas ya las posiciones de los focos y el valor de las distancias focales, se puede calcular el aumento de la imagen y la distancia á que se formará del plano focal posterior del microscopio para una posición dada del objeto. La fórmula de óptica general (1) que determina la relación entre las posiciones del objeto y de la imagen y las distancias focales es:

$$x \,.\, x^* = f \,.\, f^*, \qquad [\textbf{IV}]$$

en la cual x representa la distancia del objeto al punto focal anterior, y x^* la distancia de la imagen al punto focal posterior. En el caso particular de la observación subjetiva en el microscopio (imagen virtual) el objeto está colocado sobre el foco, en la región de las xx positivas y, por lo tanto, la distancia x^* á que se formará la imagen $O^{**}O^{**}$ del punto F^* *(figura 1.ª)*, es:

$$x^* = \frac{-f \times f^*}{x} = -x^*, \qquad [\textbf{IV}\ a]$$

(1) Véase: Adiciones § **9**.

cuyo signo negativo indica que la imagen es virtual. Si los dos focos fuesen iguales y de signo contrario, como sucede siempre que no se empleen objetivos de inmersión, esta fórmula se transforma en la siguiente, más sencilla, en función solamente de la distancia focal anterior:

$$x^* = -\frac{f^2}{x}. \qquad [\mathbf{IV}\ b]$$

Colocada la pupila en F^* *(figuras 1.ª, 2.ª y 3.ª)* para ver con claridad la imagen $O^{**}O^{**}$, es preciso que la distancia $F^*O^{**} = x^*$ sea la de la visión perfecta, la cual, como es bien sabido, cambia dentro de límites bastante extensos, según el grado de enmetropía ó ametropía del ojo del observador. Comúnmente se admite que la imagen se forma á — 250 milímetros ($= -X$) del punto F^*, y para que esto suceda el objeto O debe distar del foco anterior del microscopio F la cantidad $+x$ determinada por la igualdad

$$x = -\frac{f^2}{-X}. \qquad [\mathbf{IV}\ c]$$

Estas distancias conjugadas x y $-X$ marcan las posiciones normales (enfocación normal) del objeto y de la imagen en la observación microscópica.

Con la misma combinación de objetivo y ocular que nos ha servido en los ejemplos anteriores, hallaremos para el valor de x

$$x = -\frac{(3{,}3)^2}{-250 \text{ mm.}} = +0{,}0833 \text{ mm.},$$

El objeto O se hallará muy próximo al plano focal anterior del microscopio, y esa proximidad aumentará á medida que la distancia focal disminuya, de modo que, prácticamente, puede considerarse que ambos coinciden cuando se emplean objetivos de mucho poder.

El aumento del microscopio N, tomado en el sentido de la relación entre las magnitudes lineales de la imagen y del objeto, para la distancia $-x^*$ de la imagen del punto fo-

cal posterior F^*, nos lo da la fórmula general del aumento

$$N = \frac{-x^*}{f^*}, \qquad [\mathbf{V}]$$

cuyo signo negativo nos indica que la imagen está invertida, cual corresponde á un sistema dispersivo para las posiciones del objeto situadas en la región de las xx positivas.

2. Imagen objetiva é imagen ocular.—Para tener una representación más íntima de la formación de la imagen es conveniente examinar por separado la parte que en ella toman el objetivo y el ocular. Ambos son sistemas convergentes y tienen, por lo tanto, sus distancias focales anteriores positivas, y negativas las posteriores. En el caso de la enfocación normal del microscopio, es decir, cuando la imagen se forma á la distancia de la visión perfecta, el objeto *O (fig. 1.ª y 3.ª)* se halla en la región de las xx negativas del objetivo, y éste forma de él una imagen invertida $O_2^* O_1^*$, cuya distancia al plano focal $F_1^* F_1^*$, así como el aumento, pueden determinarse por medio de las fórmulas [**IV**] y [**V**], que antes nos han servido para el mismo fin al estudiar el microscopio en su conjunto. Esta imagen, debida exclusivamente al objetivo, se forma junto al plano focal anterior $F_2 F_2$ del ocular, en la región de las xx positivas, y representa el papel de objeto para el ocular, el cual forma de ella una imagen virtual en $O_2^{**} O_1^{**}$, que es la imagen final microscópica, cuya posición y aumento podemos, igualmente, determinar por medio de las fórmulas [**IV**] y [**V**], partiendo de la imagen $O_2^* O_1^*$ como si fuese un objeto, y sin tener en cuenta más que las características del ocular. Así presentada la formación de la imagen microscópica, se ve claramente que su proceso comprende dos partes distintas: en la primera, el objetivo forma una imagen, y en la segunda el ocular, tomando esa imagen como si fuese un objeto, forma de ella otra imagen. Este proceso aparece con toda claridad cuando se emplea un ocular positivo, como en la *figura 2.ª*, pues entonces la imagen real $O_2^* O_1^*$ formada por el objetivo es reproducida inmediatamente por el ocular en $O_2^{**} O_1^{**}$; mas, con los oculares negativos del tipo Huygens la marcha de los rayos es diferente, y da lugar á alguna confusión. Según se ve en las

figuras 1.ª y 3.ª, los haces de rayos, antes de reunirse en los puntos de la imagen $O_2^* O_1^*$, conjugados del objeto, encuentran la lente de campo del ocular, la cual los desvía de su dirección primitiva y aumenta su convergencia, haciendo que se reunan en el plano O', en donde forman la imagen real $O_2' O_1'$, que sirve de objeto á la lente frontal del ocular para producir la imagen virtual $O_2^{**} O_1^{**}$. Según esto la imagen O' sería debida al objetivo y á la lente de campo, y la imagen final exclusivamente á la lente ocular, perdiendo así su carácter individual de sistemas tanto el ocular como el objetivo y, por lo tanto, esa interpretación, si bien fundada en la realidad de la marcha de los rayos, no es conveniente adoptarla; por el contrario se debe admitir, puesto que en óptica tienen igual valor las imágenes reales que las virtuales, que lo mismo cuando el ocular es positivo que cuando es negativo, el objetivo forma siempre la imagen real ó virtual $O_2^* O_1^*$, que es la que sirve de objeto al ocular para producir la imagen final microscópica. La imagen O', en los objetivos del tipo Huygens, es tan sólo una manifestación secundaria entre el objeto y su verdadera imagen.

3. AUMENTO.—La fórmula [**V**], expuesta en el § **1**, nos ha servido para determinar el aumento, considerando el microscopio como un sistema de distancia focal f, y sin entrar en pormenores respecto á lo que en realidad dicha fórmula representa, y esto es lo que vamos á ver ahora.

Cuando el objeto y la imagen son reales y fácilmente medibles, la idea del aumento se presenta claramente expresada por la relación entre las dimensiones de ambos; mas, si eso no sucede, como es el caso en los instrumentos de observación subjetiva, es preciso fijar de otro modo lo que se entiende por aumento. En la cámara fotográfica, cuando se reproduce una lámina ó un objeto próximo y asequible, el aumento es también la relación entre dos dimensiones lineales; mas, si sobre el cristal deslustrado se pinta un paisaje ó un edificio lejano, entonces la noción del aumento cambia de carácter y se convierte en una relación angular. En ese caso la imagen es fácilmente medible, pero no lo es el objeto (paisaje ó edificio) del cual sólo tenemos una sensación de su magnitud producida por las dimensiones de la imagen que se forma en la

retina. Al mirar el paisaje ó el edificio sobre el cristal deslustrado se forma otra imagen en la retina, y de la comparación subjetiva de ambas nace la noción del aumento ó de la disminución debida al objetivo fotográfico; mas, como las dos imágenes retinianas no son directamente medibles, y de sus dimensiones solamente tenemos una noción sensitiva que no tiene traducción numérica, podemos substituirlas por otro elemento geométrico que guarda con ellas una relación directa, cual es el ángulo visual. Así, el ángulo bajo el que aparece un edificio ó un objeto lejano, comparado con el ángulo bajo el cual vemos su imagen pintada en la cámara obscura, cuando la miramos á la distancia de la visión perfecta, nos servirá para determinar el aumento ó disminución de dicha imagen. Esta misma noción del aumento dada por el ángulo visual del objeto mirado á simple vista, y el ángulo visual que forma su imagen, es la que sirve para determinar la amplificación en el telescopio y en los anteojos de larga vista, y la única racional que puede emplearse también en el microscopio, pues las ventajas reales que éste proporciona á la observación, en cuanto al aumento, puede expresarse por el número de veces que el ángulo visual del objeto mirado á simple vista está contenido en el ángulo visual de la imagen formada por el microscopio. Entre los ángulos visuales, ó mejor entre las tangentes de dichos ángulos, las magnitudes del objeto y de su imagen, y las distancias á que se miran, existe una relación de dependencia tal que siempre es posible determinar una cualquiera de estas tres cantidades, cuando son conocidas las otras dos.

Supongamos un objeto O colocado en el plano focal anterior F del microscopio *(fig. 3.ª)*, y que de sus puntos extremos O_1 y O_2 parten dos rayos paralelos al eje, los cuales, después de cruzarse en el foco posterior F_1^* del objetivo pasarán por los puntos O_2^* y O_1^* de la imagen, conjugados — con respecto al objetivo — de los puntos correspondientes O_2 y O_1 del objeto. Esta imagen, formada precisamente en el plano focal anterior del ocular F_2F_2 (1) le servirá de objeto virtual, y ten-

(1) Cuando el objeto está en el plano focal anterior del microscopio, su distancia al foco F_1 del objetivo, expresada según la fórmula [**III**a] del § **1**, es: $\sigma = -\frac{f_1^2}{\Delta}$. Introduciendo este valor en vez de x en la expre-

drá su imagen, virtual también, en $O_2^{**} O^{**} O_1^{**}$ á distancia infinita. Mas como los dos rayos que consideramos han partido del objeto O paralelos al eje, al salir del sistema se cruzarán necesariamente en el punto focal posterior F^* del microscopio, que es en donde se halla colocada la pupila del ojo del observador, de modo que éste verá los extremos de la imagen en la prolongación de dichos rayos $F^* O_2^{**}$ y $F^* O_1^{**}$, y bajo el ángulo $O_2^{**} F^* O_1^{**}$, igual á $2w^*$. Si movemos el objeto O paralelamente á sí mismo, acercándolo ó separándolo del plano focal FF con objeto de que su imagen $O_2^{**} O_1^{**}$, en vez de formarse á distancia infinita, se forme á la distancia de la visión perfecta del observador, éste continuará viéndola bajo el mismo ángulo $2w^*$, sea cualquiera el grado de acomodación y, por lo tanto, el aumento no cambiará. Es de advertir aquí que la posición del ojo, en la observación microscópica, se halla determinada por la «pupila de salida» del sistema, la cual coincide prácticamente con el plano focal posterior $F^* F^*$ y que, por lo tanto, no existe la indeterminación, como en el caso de que se empleara una lente

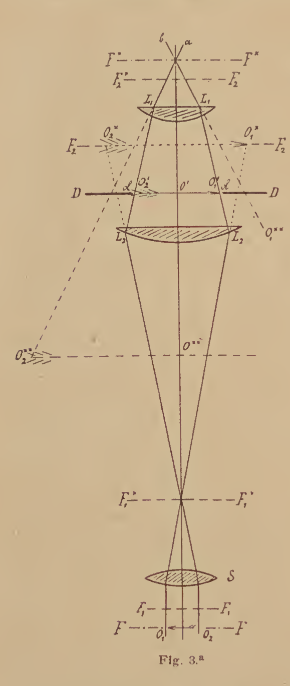


Fig. 3.ª

---

sión [IV] de los puntos conjugados, hallaremos que la imagen formada por el objetivo está á la distancia Δ de su foco posterior F_1^* y, por lo tanto, coincide con el plano focal anterior $F_2 F_2$ del ocular.

ó microscopio simple, en el cual el aumento depende de la posición del ojo del observador. Representando por y é y^* la mitad del objeto y de su imagen (1), y suponiendo que y á la distancia de la visión perfecta de un ojo normal ($X = 250$ milímetros) subtienda un ángulo w, y que sea w^* el subtendido por la imagen, ángulo independiente, según acabamos de ver, de la distancia A á que dicha imagen se forma, y teniendo en cuenta que $y = X \cdot tang\ w$, é $y^* = A \cdot tang\ w^*$, tendremos que la expresión del aumento será:

$$\frac{tang\ w^*}{tang\ w} = \frac{y^*}{y} \times \frac{X}{A}. \qquad [\mathbf{a}]$$

Mas como en todo sistema óptico el aumento se puede expresar de un modo general por la fórmula [**V**] de que hemos hecho uso en el § **1**,

$$N = \frac{y^*}{y} = \frac{-x^*}{f^*}; \qquad [\mathbf{V}]$$

y teniendo además en cuenta que la distancia A á la que se ha de formar la imagen para ser vista con perfección es igual á las distancias X y x^*, y que las tres son negativas, de la combinación de las fórmulas [**V**] y [**a**] resulta:

$$N = \frac{tang\ w^*}{tang\ w} = \frac{-X}{f^*}, \qquad [\mathbf{V}\ a]$$

en la cual el valor de la relación de las tangentes de los ángulos w^* y w, que determina el aumento, está expresada por la distancia focal posterior del microscopio f^*, y una cantidad constante X que hemos supuesto era la distancia de la visión perfecta normal, y que en cada caso particular puede substituirse por la distancia de la visión perfecta del observador, pues con ello el razonamiento que hemos empleado no se altera en lo más mínimo.

---

(1) Tomamos la mitad del objeto y de la imagen para seguir la costumbre establecida en óptica geométrica de contar las distancias, así como los ángulos w y w^*, á partir del eje óptico.

La fórmula del aumento del microscopio tal como se acaba de exponer, tiene la ventaja de presentarse bajo una forma muy clara y tangible; pero ofrece, en cambio, el inconveniente de que en ella entran dos elementos extraños al sistema, cuales son la distancia X y la magnitud del objeto representada por su ángulo visual w y, por lo tanto, no expresa el verdadero poder ó fuerza amplificante del instrumento por sí sólo. Según el profesor Abbe, ese poder está definido por la tangente del ángulo visual de la imagen que corresponde á un objeto cuya longitud es la unidad (1). Esta definición, un poco abstracta, se deduce de las consideraciones siguientes. Si eliminamos *tang* w en la fórmula [**V** a] substituyendo su valor por el que se deduce de la igualdad $y = X \,.\, tang\ w$, tendremos:

$$N = \frac{X \,.\, tang\ w^*}{y} = \frac{-X}{f^*},$$

y dividiendo los tres miembros por X,

$$\frac{N}{X} = \frac{tang\ w^*}{y} = -\frac{1}{f^*}. \qquad [\mathbf{V}\, b]$$

$\frac{N}{X}$ representa el valor del aumento cuando la imagen se forme á una distancia del plano focal posterior del microscopio igual á la unidad, y $\frac{1}{f^*}$ es el valor recíproco de la longitud focal. En cuanto á $tang\ w^* : y$, veamos lo que significa. Según una de las leyes más fundamentales de óptica geométrica, existe siempre en todo sistema una relación constante entre la altura y á la que los rayos que discurren

(1) Prof. Abbe: «*Note on the proper definition of the Amplifyin Power of a Lens*». *Jour. Roy. Micr Society*, IV, 1884, páginas 348-51.

«*Bemerkungen über die richtige Definition der Vergrösserun einer Linse oder eines Linsensystems*». *Gesammelte Abhandlungen von Ernst Abbe*, tomo I, páginas 445-47.

M. von Rohr: «*Die Bilderzeugung in optischen Instrumenten*». (Berlín, 1904), Kap. IX. «*Das Vergosserungsvermögen*», pág. 479.

Véase también en la Adición *A:* «Aumento angular» en el § **9**.

por el espacio del objeto cortan al plano focal anterior, y la tangente del ángulo w^* que sus conjugados forman con el eje en el espacio de la imagen, y esa relación es igual á la distancia focal del sistema (1). En el caso presente *(fig. 3.ª)* el semidiámetro OO_1 $(=y)$ del objeto representa la altura á la cual el rayo $O_1\, F_1^*\, L_2$..... corta al plano focal FF, y el ángulo w^* es el ángulo que su rayo conjugado en el espacio de la imagen $b\,F^*\,L_1\,O_1^{**}$ forma con el eje, de modo que la expresión de la distancia focal f^* del sistema en función de estas cantidades, es:

$$f^* = \frac{y}{tang\ w^*},$$

de la que se deduce

$$\frac{1}{f^*} = \frac{tang\ w^*}{y}.$$

Al mismo tiempo, *tang* w^* es la tangente del ángulo bajo el cual aparece la imagen de la longitud y del objeto y, por lo tanto, *tang* $w^* : y$ será el valor de la tangente del ángulo visual de la imagen cuando la longitud del objeto sea la unidad. Así, pues, según la fórmula [**V** *b*] el valor recíproco de la distancia focal posterior del microscopio representa á la vez el aumento de la imagen cuando se proyecta á la distancia del plano focal F^*F^* igual á la unidad, y la tangente del ángulo visual de la imagen correspondiente á un objeto, igual también á la unidad, y esta es, según el profesor Abbe, la verdadera expresión del poder amplificante del microscopio definida sin ningún elemento extraño al sistema.

Para ver separadamente cómo influyen el objetivo y el ocular en el aumento total del microscopio, basta poner en la fórmula [**V** *a*]

$$N = \frac{tang\ w^*}{tang\ w} = \frac{-X}{f^*}$$

(1) Adición *A*. Fórmulas [A] y [B] del § **5**.

el valor de f^* en función de f_1^* y f_2^* (fórmula [**II** *a*]), y tendremos:

$$N = \frac{X}{f_1^*} \times \left(\frac{\Delta}{f_2^*}\right) = \frac{X}{f_1^*} \times \left(-\frac{\Delta}{f_2}\right) \qquad [\mathbf{V}\, d]$$

El primer término $X : f_1^*$ (positivo, puesto que X y f_1^* son negativos) representa el aumento del objetivo proyectando la imagen á la distancia X de su plano focal posterior, y se conoce con el nombre de aumento propio del objetivo *(Eigenvergrösserung, grossisement propre)*, y el segundo $\Delta : f_2^*$ es el sobreaumento ocasionado por el ocular (1). Más adelante veremos (§ **14**) la importancia de esa descomposición del aumento total, para distinguir, en el proceso de la formación de la imagen, la verdadera función objetiva de la función ocular.

4. Campo objetivo y campo ocular.—Otro elemento que hay que tener en cuenta en la observación microscópica es el diámetro del campo visible del objeto, el cual está determinado por el diámetro de la abertura del diafragma del ocular. En los oculares negativos del tipo Huygens, el diafragma *(figuras 1.ª y 3.ª)* se halla situado entre las dos lentes, próximamente en el plano focal anterior de la lente frontal; y en los positivos fuera del sistema, delante de la lente de campo y próximamente en el plano focal anterior del ocular *(fig. 2.ª)*. En ambos casos, la abertura dd del diafragma *(fig. 3.ª)* limita la extensión de la imagen, pues siendo los puntos O'_2 y O'_1 directamente conjugados de los puntos O_1 y O_2 del objeto, se ve claramente que no podrá figurar en ella ninguna porción más separada del eje que dichos puntos, pues de ser así, su imagen debería estar más separada del punto O' que los O'_1 y O'_2, lo que es imposible por impedirlo los bordes del diafragma. En los oculares positivos, la imagen objetiva se forma directamente en el plano del diafragma; en los negativos, la imagen

(1) Las distancias focales del ocular son siempre iguales y de signo contrario, y por eso cuando no se expresa si es la distancia focal anterior posterior, $\frac{\Delta}{f_2}$ debe ir precedido del signo —.

que se forma en el plano del diafragma es la imagen secundaria debida al objetivo y á la lente de campo; pero como esta imagen es á la vez conjugada de la virtual objetiva $O_2^* O_1^*$ y de la final $O_2^{**} O_1^{**}$, resulta que la limitación del diafragma se ejerce de igual manera en éstas que en la imagen $O'_2 O'_1$.

El diámetro de la abertura del diafragma determina el ángulo visual w^*, bajo el cual aparece el campo de la imagen, y de ordinario se da á esa abertura las dimensiones convenientes para que el ángulo subtendido por la imagen sea próximamente de unos 30°.

Para calcular el diámetro $O_1 O_2$ del campo visible del objeto, ó sea de la porción que de él aparece en la imagen, partiendo del ángulo visual w^* y de la distancia focal del microscopio, basta tener en cuenta que en la fórmula de la distancia focal de un sistema (1) y representa el semidiámetro del objeto *(fig. 1.ª)* y w^* el semiángulo visual del campo de la imagen, y así tendremos

$$O_1 O_2 = 2 \,.\, tang\, w^* \times f^* \qquad \textbf{[VII]}$$

También puede calcularse el diámetro visible del objeto por medio del aumento total del microscopio y del ángulo w^* determinado por la abertura del diafragma, pues para ello basta substituir en la fórmula anterior f^* por $X : N$,

$$O_1 O_2 = 2 \,.\, tang\, w^* \times \frac{X^*}{N}. \qquad [\textbf{VII}\ a]$$

Para un mismo ángulo w^*, determinado por la abertura del diafragma ocular, la porción visible del objeto será tanto menor cuanto mayor sea el aumento. Si quisiéramos ver la influencia que la longitud óptica Δ del tubo tiene en el diámetro del campo del objeto, bastaría poner en la anterior fórmula [**VII**] el valor de f^* en función de las distancias focales del objetivo y ocular y de la longitud óptica de Δ, y tendríamos:

$$O_1 O_2 = \frac{2 \,.\, tang\, w^* \times f_1^* f_2^*}{\Delta}. \qquad [\textbf{VII}\ b]$$

(1) Fórmula, pág. 19.

Con gran facilidad, y sin cálculo alguno, se determina prácticamente el diámetro del campo visible del objeto por medio de un micrómetro objetivo; y para dar idea de los valores que puede tener según los distintos aumentos, podrán servir los siguientes datos que se refieren á objetivos Zeiss en combinación el ocular Huygens número 2, con la longitud real del tubo de 160 mm.:

Objetivos.	Aumento.	Diámetro del campo.	Objetivos.	Aumento.	Diámetro del campo.
a_0, $f = 45$ mm.	6	14 mm.	B, $f = 12$ mm.	80	1,5 mm.
a_1, $f = 39$ »	10	11 »	C, $f = 7$ »	125	0,9 »
a_2, $f = 37$ »	15	8 »	D, $f = 4{,}2$ »	220	0,5 »
aa, $f = 26$ »	31	4 »	E, $f = 2{,}8$ »	340	0,35 »
A, $f = 15$ »	56	2 »	F, $f = 1{,}8$ »	520	0,23 »

5. Distancia frontal.—Para que la imagen virtual microscópica pueda ser vista por el observador, es preciso que se forme á la distancia de su visión perfecta, lo que se consigue colocando convenientemente el objeto con relación al plano focal anterior del sistema óptico. Variando la distancia entre ambos, la imagen recorre todas las posiciones intermedias comprendidas entre el infinito, cuando el objeto coincide con el plano focal FF del microscopio, y entonces puede ser vista por un ojo normal sin acomodación alguna, y el plano focal posterior del ocular $F_2^* F_2^*$ cuando el objeto se halle en el plano focal anterior del objetivo $F_1 F_1$; y aun formar una imagen real detrás del ocular, que puede ser observada por un ojo hipermétropo sin acomodación alguna. Estas diversas posiciones de la imagen están determinadas por la fórmula $xx^* = f \cdot f^*$ [**IV**] de los puntos conjugados sobre el eje; mas para estudiar el caso general, supondremos que el objeto se halla en el plano focal anterior del microscopio *(fig. 3.ª)*, y entonces los conos de rayos divergentes que penetran en el objetivo salen del ocular transformados en haces de rayos paralelos, y un ojo normal colocado en F^*, ve sin acomodación alguna la imagen como si estuviese situada á distancia infinita. La coincidencia del objeto con el plano focal anterior del microscopio puede considerarse realizada prácticamente, aun en aquellos casos en que la imagen $O_2^{**} O_1^{**}$ se

forme á la distancia finita de la visión perfecta del observador, sobre todo con los objetivos de mediano y fuerte poder, pues las diferencias, según ya hemos visto en el § **1**, sólo son de pequeñas fracciones de milímetro.

El espacio libre entre la lente anterior del objetivo y el plano del objeto, cuando la imagen se proyecta á la distancia $X = 250$ mm. del foco posterior del microscopio, se llama distancia frontal, y tiene verdadera importancia práctica el que sea la mayor posible, pues su pequeñez inevitable dificulta muchas veces el uso de los objetivos fuertes ó lo impide por completo.

En los objetivos débiles también es conveniente que la distancia frontal sea grande, sobre todo en los microscopios de disección.

Suponiendo la coincidencia del objeto con el plano focal, la distancia frontal es la representada por z en la fórmula [**III** c] $z = z_1 + \sigma$. El valor de σ depende, según ya hemos visto en la fórmula [**III** b], de la distancia focal del objetivo y de la longitud óptica del tubo, y el de z_1 debe considerarse como una constante propia de cada objetivo, dependiente, dentro de ciertos límites impuestos por el ángulo de abertura y la distancia focal, de la manera como están combinadas las lentes de que se compone. Este valor procuran los constructores que sea el mayor posible, distinguiéndose en este concepto los objetivos de la renombrada Casa Zeiss, á los que se refieren los siguientes datos determinados con el ocular Huygens núm. 2, y una longitud real del tubo de 160 mm.:

Objetivos.	Distancia frontal.	Objetivos.	Distancia frontal.
a_0, $f = 45$ mm.	32 mm.	D, $f = 4{,}2$ mm.	0,60 mm.
aa, $f = 26$ »	14 »	E, $f = 2{,}8$ »	0,25 »
A, $f = 15$ »	9 »	F, $f = 1{,}8$ »	0,17 »
B, $f = 12$ »	3 »	PI, $f^* = 2{,}5$ »	36,00 »
C, $f = 7$ »	1,8 »	D^*, $f^* = 4{,}4$ »	1,50 »

Los dos últimos objetivos, *PI* y *D**, son de inmersión en agua. El *PI*, de construcción reciente, destinado especialmente al estudio del plankton *(Planktonsucher)*, se asemeja, por su distancia focal, al aa, y el *D** al *D*, mostrándose en

ambos casos las ventajas de la inmersión para acrecentamiento de la distancia frontal.

Las distancias frontales dadas por la fórmula $z = z_1 + \sigma$ suponen que el objeto está descubierto, esto es, que entre él y el objetivo sólo existe una capa de aire; mas éste no es el caso común en la observación microscópica, pues casi siempre el objeto está cubierto por una laminilla de vidrio de caras paralelas que se llama cubre-objeto, y cuyo espesor suele oscilar entre 0,15 y 0,20 de milímetro. Esta laminilla modifica la marcha de los rayos que parten de los puntos del objeto, y además de producir en ellos ciertas aberraciones, altera la distancia frontal del modo que se representa en *A* y *B* de la *figura 4.ª* Siendo *L* la primera lente exterior de un objetivo, y *O* el objeto enfocado para que su imagen se forme á la dis-

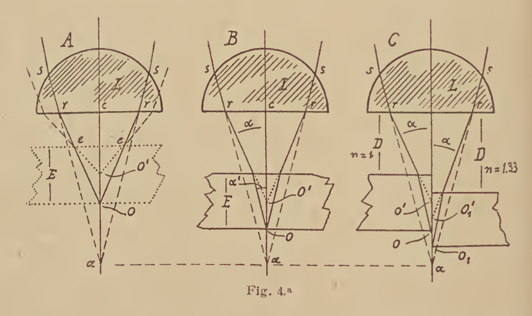


Fig. 4.ª

tancia *X*, la distancia frontal será *Oc*. Cubriendo el objeto *O* con una lámina de vidrio de espesor *E*, el cono de rayos *rOr*, que parte del punto *O*, experimentará alteración, pues al pasar del vidrio al aire se ensanchará, y para los efectos ópticos es lo mismo que si el objetivo recibiera el cono $e O_1 e$, que en vez de partir de *O* partiera de *O'*. El punto *O* se habrá, pues, trasladado virtualmente á *O'*, y, en su consecuencia, la imagen final microscópica no se formará á la distancia *X* del foco posterior *F**, sino á otra conjugada de la nueva distancia objetiva *O'c*. Para restablecer las condiciones anteriores, esto es, para que la imagen vuelva á ocupar la posición que tenía

cuando el objeto estaba descubierto, es preciso aumentar la distancia entre la lente frontal L y el objeto en una cantidad OO' igual á la que por efecto de la interposición de la laminilla ha subido virtualmente el punto O. La *figura B* demuestra que haciéndolo así, el cono de rayos $eO'e$, que parte del punto O', al salir de la laminilla y penetrar en el aire se convierte en el cono $rO'r$, enteramente igual al rOr *(fig. A)* que antes partía del punto O descubierto, y, por lo tanto, la imagen se formará á la misma distancia X; de modo que, para que ésta permanezca invariable cuando se cubre el objeto con la laminilla de vidrio, es preciso que se aumente la distancia frontal la cantidad OO' que el punto O se ha elevado virtualmente por el efecto refractivo de dicha laminilla. Esta cantidad OO' que hay que aumentar la distancia frontal cuando se cubre el objeto con una laminilla de espesor E y de índice refractivo n, puede calcularse, aproximadamente (1), por medio de la siguiente fórmula:

$$OO' = E - \frac{E}{n}. \qquad \textbf{[VIII]}$$

Se llama distancia frontal libre *(freier Abstand, working-distance)* el espacio que media entre el objetivo y la cara superior de la laminilla, cuando el objeto está enfocado para una distancia X de la imagen. Por ejemplo: según las datos consignados en el estado anterior, la distancia frontal del objetivo Zeiss C es de 1,80 mm. Cubriendo el objeto con una laminilla de 0,24 mm. y de índice refractivo $n = 1{,}50$, para que la imagen continúe formándose á la distancia X será preciso subir el objetivo (ó bajar el objeto) una cantidad $OO' = 0{,}08$ mm., y la distancia frontal libre será de

$$1{,}80 - (0{,}24 - 0{,}08) = 1{,}64 \text{ mm.}$$

Si en vez de una capa de aire entre el objetivo y la lámina cubre-objeto, suponemos que existe un medio de índice superior (agua, aceite de cedro, etc.), como sucede cuando los objetivos son de inmersión, la distancia libre aumentará. En

(1) Véase la Adición B, al final de este libro.

efecto: siendo el aire el que ocupa el espacio D (mitad izquierda de la *figura 4.ª*, *C)*, el rayo $O'r$, al penetrar en la lente L, toma la dirección rs ó, lo que da lo mismo, el rayo sr, al salir de la lente, toma el camino rO', de modo que el punto O' y el correspondiente O^{**} de la imagen son conjugados. Al reemplazar el aire por el agua en el espacio D (mitad de la derecha de la *figura C)*, el rayo rO'_1, al salir de la lente L, formará con la normal á la cara rr un ángulo menor que el que formaba el rayo rO' al salir de la lente al aire y, por lo tanto, irá á cortar al eje en un punto más lejano O'_1. Los rayos, pues, rO' y rO'_1 corresponden á un mismo rayo sr y, por lo tanto, cortarán el eje, en el espacio de la imagen, en un mismo punto O^{**}, que será conjugado á la vez de los puntos O' y O'_1, según que el espacio frontal esté formado por una capa de aire ó de agua. En el segundo caso será preciso, pues, aumentar la distancia frontal libre la cantidad $O'O'_1 = OO_1$ con el fin de que el punto O' continúe siendo conjugado del punto O^{**} de la imagen formada á la distancia X. Esta cantidad puede calcularse fácilmente, de un modo aproximado, por medio de las fórmulas (1)

$$OO_1 = nD - D; \quad D' = n \,.\, D, \qquad [\textbf{VIII}\,a]$$

en las que D y D' representan las distancias frontales libres en el aire y en un medio de índice n.

Con la misma combinación óptica que nos ha servido en el ejemplo anterior, en la cual la distancia libre en el aire D era de 1,64 mm., suponiendo el agua como líquido de inmersión ($n = 1,33$), tendremos que la distancia $O_1 O_1$ será:

$$OO_1 = 1,33 \times 1,64 - 1,64 = 0,54 \text{ mm.},$$

y la distancia frontal libre D',

$$D' = 1,64 + 0,54 = 2,18 \text{ mm.}$$

6. Longitud óptica y longitud real del tubo. — En casi todas las fórmulas que hasta ahora hemos empleado para

(1) Véase la Adición *B*, al final del libro.

determinar los puntos cardinales y las constantes ópticas del microscopio, entra como factor importante la longitud óptico del tubo Δ, la cual, según ya hemos dicho, consiste en la distancia que media entre el plano focal posterior del objetivo $F_1^* F_1^*$ *(fig. 1.ª)* y el plano focal anterior del ocular $F_2 F_2$. Esta longitud depende, á la vez, de la posición especial que dichos planos ocupan en el ocular y en el objetivo separadamente y de la verdadera longitud real del tubo del microscopio L, la cual puede variar á voluntad introduciendo más ó menos una de las dos porciones de que se compone, dentro de la otra. Comúnmente, la porción de menor diámetro lleva una escala en milímetros, cuya lectura da directamente la longitud total comprendida entre sus dos extremidades. Á una misma longitud real (1) del tubo corresponden distintas longitudes ópticas cuando se cambian unos objetivos por otros, pues comúnmente su plano focal posterior $F_1^* F_1^*$ ocupa en ellos distintas posiciones con respecto al extremo de su montura metálica que lleva el filete de rosca, y lo mismo sucede con los oculares en cuanto á su plano focal anterior $F_2 F_2$ y el borde superior del tubo. Á esta causa deben atribuirse una porción de anomalías que parecían hechos verdaderamente paradógicos antes de que el Profesor Abbe explicase la verdadera significación é importancia de la longitud óptica, y entre ellos merece citarse el que se obtengan distintas amplificaciones empleando muchas veces, con una misma longitud del tubo, oculares y objetivos de idéntica longitud focal, como sucede en el siguiente ejemplo, cuyos datos están tomados de los catálogos de Zeiss y de Koristka, y en el que figuran los aumentos que producen oculares y objetivos de igual distancia focal, con la misma longitud real del tubo de 160 mm.

	Aumentos. Ocular n.° 1. $f_2 = 50$ mm.	Aumentos. Ocular n.° 2. $f_2 = 40$ mm.	Aumentos. Ocular n.° 4. $f_2 = 25$ mm.
Objetivo Zeiss *A*, $f_1 = 15$ mm.	× 44	× 16	× 97
Objet. Koritska n.° 3, $f_1 = 15$ »	× 52	× 65	× 115
Objetivo Zeiss *E*, $f_1 = 2{,}8$ mm.	× 270	× 340	× 600
Objet. Koritska n.° 8, $f_1 = 2{,}8$ »	× 295	× 370	× 620

(1) Los alemanes dicen «longitud mecánica» *(mechanische Tubuslänge). Zeitschrift f. wiss. Mikr.*, XXVII, pág. 101.

Desde la época en que Carlos Zeiss empezó á construir la serie de apocromáticos y compensadores (1886) se ha generalizado la adopción de una longitud normal del tubo de 160 mm., y hoy día, la mayoría de los constructores corrigen los objetivos ordinarios para esa longitud. (Leitz, de Wetzlar, adopta la longitud de 170 mm., y los ingleses la de 10 pulgadas ó 250 mm.) Mas con eso no se consigue que la longitud óptica sea en todos los casos la misma, pues ésta depende, además, según antes ya se ha dicho, de la posición de los planos focales del objetivo y del ocular, y para uniformarla nada ó poco hasta el presente se ha hecho en los objetivos y oculares ordinarios, ni aun por aquellos constructores que, como Zeiss, van á la vanguardia del progreso, si se exceptúa á Leitz, que dispone los oculares Huygens de tal modo que, colocados en el microscopio, su plano focal anterior queda en todos ellos á la misma distancia de la extremidad del tubo. Esa uniformación se ha reservado solamente, hasta ahora, para la serie de apocromáticos y compensadores, en los cuales, para una longitud real del tubo de 160 mm., corresponde una longitud óptica constante de 180 mm.

Muy conveniente sería que todos los constructores arreglasen las monturas metálicas de los objetivos y oculares—ó por lo menos de los de mediano y fuerte poder—de modo que colocados en el microscopio resultase siempre la misma longitud óptica, pues de esta manera adquiriría un valor práctico la expresión del aumento propio de que hemos hablado al final del § **3.**

La fórmula del aumento total del microscopio hemos visto que era:

$$N = \frac{X}{f_1^*} \times \left(-\frac{\Delta}{f_2}\right),$$

y si bien en ella el primer factor del segundo miembro $X : f_1^*$, que representa el aumento propio del objetivo, está determinado puesto que se admite que la distancia normal de la visión perfecta es de 250 mm., no le sucede lo mismo al segundo $\Delta : f_2^*$, porque Δ es una cantidad variable que es preciso averiguar para cada combinación de objetivo y ocular que se emplee. Uniformando la posición del plano focal ante-

rior de los oculares ya se consigue una ventaja, pues entonces se puede suponer que el aumento ocular es $X : f_2$, variable sólo con la distancia focal y el aumento objetivo $\Delta : f_1^*$, que es un valor constante para cada objetivo, siempre que se le emplee con una misma longitud real del tubo.

CAPÍTULO II.

Marcha de los rayos en el microscopio. Pupilas de entrada y de salida.

Para fijar la posición y dimensiones de la imagen basta suponer que de cada punto del objeto parten un corto número de rayos; mas otras propiedades muy importantes de las imágenes, que luego estudiaremos, dependen de la magnitud de los conos de rayos que se utilizan para formarlas, y por eso es de capital interés, sobre todo en el microscopio, tener en cuenta la magnitud ó anchura de los conos de rayos que cada punto del objeto envía y el objetivo recoge, así como las modificaciones que esa anchura experimenta al atravesar las diversas partes de que se compone el sistema óptico (1).

---

(1) Helmholtz fué quien primero expuso la teoría de la limitación de los rayos en los sistemas ópticos, refiriéndose de un modo especial al ojo humano, en su clásico *Handbuch der physiologischen Optik;* pero el desarrollo general de la teoría y su aplicación á los instrumentos ópticos se debe al Profesor Abbe. Además de lo consignado sobre el particular en las *Contribuciones al estudio de la teoría del microscopio* de dicho Profesor y de lo que, inspirado por el mismo, se encuentra en el *Tratado de microscopia general*, del Dr. Dippel, se han tenido principalmente en cuenta para escribir este capítulo:

Profesor Abbe: *Über die Bestimmung der Lichtstärke optischer Instrumente, Mit besonderer Berücksichtigung des Mikroskops un der Apparate zur Lichtconcentration. Jen. Zeitschr. f. Med. u. Naturw. 1871. Abhandlungen*, tomo I, pág. 14-44.

Profesor Czapski: *Theorie der optischen Instrumente nach Abbe* (Bres-

7. Abertura de una lente.—La admisión de los rayos que parten de los diversos puntos del objeto está limitada en todos los aparatos ópticos que tienen por objeto formar una imagen por un diafragma material, que ocupa siempre una posición fija y determinada. Si el aparato se reduce á una simple lente, sus bordes ó los de su montura metálica son los que limitan la anchura de los conos de rayos que parten del objeto; de modo que la superficie de la lente será la base común de todos esos conos y, por lo tanto, determinará su abertura. Así, por ejemplo, si suponemos que delante de la lente L *(fig. 5.ª)* existe un diafragma I de abertura circular, su diámetro $I_1 I_2$ limitará los conos de rayos que parten de los distintos puntos del objeto O, y tienen entrada en dicha lente, y el ángulo $I_1 O I_2$ será la abertura del cono central de rayos, cuyo vértice está en O. Todos los rayos de inclinación superior á la que tienen los rayos extremos OI_1 y OI_2 serán interceptados por el diafragma y no llegarán á la lente, é igual podríamos decir con respecto á los demás puntos del objeto O_1 y O_2, para los cuales el mismo diafragma marcará la abertura de los conos de rayos que son admitidos para for-

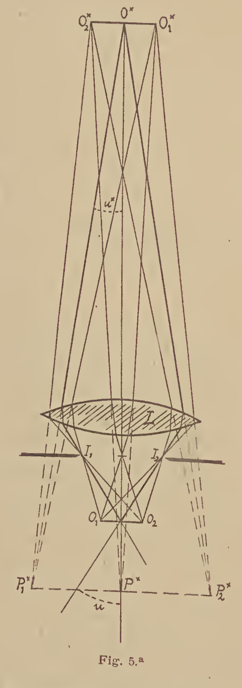


Fig. 5.ª

lau, 1893) VIII. *Die Begrenzung der Strahlen und die von ihr abhängigen Eingenschaften der optischen Instrumente.*

M. von Rohr: *Die Bilderzeugung in optischen Instrumenten* (Berlin, 1904), capítulo IX: *Die Strahlenbegrenzung in optischen Systemen.*

mar la imagen. En este caso, la determinación del ángulo de abertura u, correspondiente al punto axil del objeto, no ofrece duda alguna, y podemos definirle diciendo que es el ángulo en O de un triángulo isósceles que tiene por base el diámetro $I_1 I_2$ del diafragma, y por vértice el punto del objeto situado sobre el eje. La abertura circular del diafragma será en este caso la base común de todos los conos de rayos que parten de los distintos puntos del objeto y tienen entrada en la lente. Al salir los rayos de la cara posterior de la lente se reunen homocéntricamente en los puntos O_2^*, O^* O_1^* de la imagen, y considerándolos prolongados en sentido contrario al de su marcha, vemos que se reunen también en los puntos P_1^* P^* P_2^*, de tal modo que todos los que se han cruzado en el borde I_1 del diafragma concurren al punto P_1^*, y todos los que se han cruzado en el borde I_2 se reunen en el punto P_2^*; de manera que P_1^* P^* P_2^* no es otra cosa que la imagen virtual del diafragma $I_1 I_2$ formada por la lente L. Esta imagen posee la propiedad de ser la base común de todos los conos de rayos que se han concentrado en los distintos puntos de la imagen O_2^* O_1^*; y para determinar el ángulo de abertura del cono correspondiente al punto axil O^*, basta fijarse en el triángulo isósceles que tiene por vértice dicho punto O^* y por base la imagen virtual P_1^* P_2^* del diafragma formada por la lente. De esta manera quedan perfectamente determinadas las aberturas u y u^* del cono de rayos que parte del punto axil del objeto, y del que se reune en el punto axil de la imagen, derivadas ambas directamente del diámetro del diafragma $I_1 I_2$.

8. Ángulo de abertura y pupilas del objetivo.—En los objetivos microscópicos sucede otro tanto que en una lente simple, pues en ellos existe siempre un diafragma material, de abertura circular y centrada con el eje óptico, que limita los conos de rayos que parten del objeto. Ese diafragma puede ser un órgano especial del objetivo, ó bien estar representado por la montura metálica de alguna de sus lentes; y su posición varía, pudiendo hallarse delante, detrás ó en medio del sistema. Vamos á examinar primero este último caso, que es el que más comúnmente se presenta. En la *figura 6.ª*, L_1 y L_2 representan las dos porciones del objetivo entre

las cuales se halla el diafragma I; y para comprender el modo cómo éste determina el ángulo de abertura u, basta tener en cuenta que todos los rayos de mayor inclinación que partan de los distintos puntos del objeto O y sean admitidos para formar la imagen han de pasar necesariamente rasantes al borde del diafragma, de modo que, en una sección meridiana, en el punto I_1 de dicho borde se cruzarán todos los rayos de mayor inclinación que, procedentes del objeto, admite la porción L_1 del objetivo anterior al diafragma; y conformes con los principios fundamentales de dióptrica podemos suponer que este punto I_1 de cruce de rayos es á la vez un centro de emisión del cual parten, en ambas direcciones, los mismos rayos que en él se cruzan. Siendo así, la porción anterior L_1 del objetivo formará del punto I_1 una imagen virtual P_1; y como en análogas circunstancias se hallan todos los demás puntos del borde de la abertura del diafragma, podemos suponer que de ella forma la porción anterior del objetivo L_1 una imagen virtual $P_1 P P_2$. Por ser los puntos P_1 é I_1 conju-

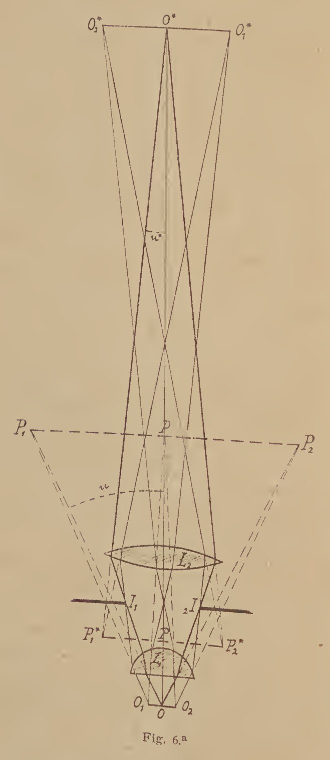


Fig. 6.ª

gados, todos los rayos OP_1, O_1P..... que parten de los distintos puntos del objeto hacia P_1, después de haber sufrido la correspondiente refracción en las lentes que componen la parte anterior L_1 del objetivo, se cruzarán en el punto I_1 del borde del diafragma y serán, por lo tanto, los rayos de mayor inclinación á los cuales permita el paso, de modo que el rayo OP_1, por ejemplo, será el rayo más externo de cuantos partan del punto axil O y tengan entrada en el sistema; y todos los rayos que desde el objeto se dirijan al centro P de la imagen virtual $P_1 P_2$, después de atravesar la parte anterior L_1 del objetivo, se cruzarán en el centro I del diafragma, puesto que P é I son también puntos conjugados. Para determinar en este caso el ángulo de abertura u, basta trazar la imagen $P_1 P P_2$ del diafragma formada por toda la porción del sistema colocada delante de él y unir los extremos del diámetro $P_1 P_2$ con el punto axil O del objeto, y el ángulo de abertura u será el ángulo en O de un triángulo isósceles P_1OP_2, cuya base P_1P_2 es el diámetro de la imagen del diafragma formada por la porción del objetivo que se halla situada delante de él.

Los rayos de máxima inclinación que parten de los distintos puntos del objeto, después de cruzarse en los bordes del diafragma, experimentan la refracción correspondiente debida á las lentes de la parte posterior del objetivo L_2, y pasan por los puntos conjugados de la imagen $O_2^* O_1^*$. Prolongados estos rayos en sentido contrario al de su marcha, se cruzan en puntos tales como P_1^*, P^* y P_2^*, cuyo conjunto no es otra cosa que la imagen virtual de la abertura del diafragma $I_1 I_2$, formada por la porción L_2 del objetivo que se halla situada detrás de él. Esta imagen será la base común de todos los conos de rayos cuyos vértices estén en la imagen objetiva $O_2^* O_1^*$; y todos aquellos rayos que desde sus distintos puntos partan en dirección hacia el punto P^*, se cortarán realmente en el centro I del diafragma, y sus prolongaciones, después de salir del sistema objetivo, pasarán virtualmente por el punto P, puesto que P y P^* son imágenes del punto I: la primera, formada por la porción anterior L_1 del objetivo, y la segunda por la porción posterior L_2. Estos fundamentos son los únicos sobre los cuales se puede establecer una base racional para determinar el ángulo de abertura de

los sistemas ópticos; y teniendo en cuenta que en el ojo humano el diafragma es el iris, y la pupila la imagen de su abertura, puesto que en realidad la pupila del ojo no es la abertura misma del iris, sino su imagen formada por la cámara anterior del ojo (la córnea transparente y humor acuoso, que obran como una lente plano-convexa), el Profesor Abbe, adoptando esta nomenclatura, llama también iris al diafragma de los sistemas, y pupilas á las imágenes de su abertura. Así, pues, en la *figura 6.ª*, $I_1\, I_2$ es el iris del sistema, y sus dos imágenes $P_1\, P\, P_2$ y $P_1^*\, P^*\, P_2^*$ las dos pupilas. La primera, formada por la porción anterior L_1, en atención á que determina la abertura de los conos de rayos que parten del objeto y penetran en el objetivo, se llama pupila de entrada, y la segunda es la pupila de salida, porque mide la abertura de los conos de rayos que, después de haber atravesado el sistema, se reunen en los puntos de la imagen.

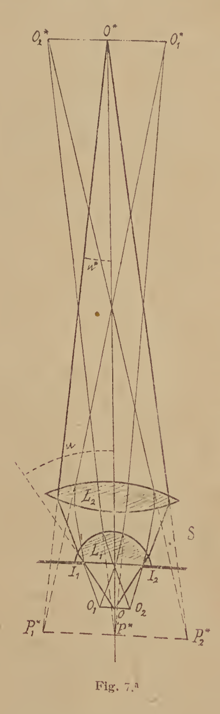


Fig. 7.ª

Cuando el iris en vez de estar situado entre las lentes del objetivo se halla delante de ellas, tal como se representa en la *figura* 7.ª, constituyendo la montura metálica de su lente frontal, entonces se confunde con la pupila de entrada, puesto que determina la base común de todos los conos de rayos que, partiendo del objeto, penetran en el objetivo, y en este caso la pupila de salida será la imagen virtual $P_1^*\, P^*\, P_2^*$ del iris formada por todo el sistema objetivo, de un modo análogo al que antes hemos descrito para una lente simple.

También puede estar colocado el iris detrás de todo el sis-

tema, dentro ó fuera de su plano focal. En ambos casos, según se desprende de la simple inspección de las *figuras 8.ª y 9.ª*, el iris mismo será la base común de todos los conos de rayos cuyos vértices estén en los distintos puntos de la imagen $O_2^* O_1^*$ y, por lo tanto, coincide con la pupila de salida. En cuanto á la pupila de entrada, hay que notar que su situación es diferente según que el iris se halle delante ó detrás del plano focal posterior del objetivo. En el primer caso *(figura 8.ª)*, los rayos más inclinados que provengan de los puntos de la imagen $O_2^* O_1^*$ (suponiendo su marcha en sentido contrario al real) y que se crucen en el punto I_1 del borde del iris, después de sufrir la acción refractiva del objetivo y de pasar por los puntos conjugados del objeto, saldrán divergentes, teniendo su reunión virtual en el punto P_1; y como lo mismo sucederá á todos los demás rayos que, partiendo de la imagen, vayan á los distintos puntos del borde de la abertura del iris, en P_1 P P_2

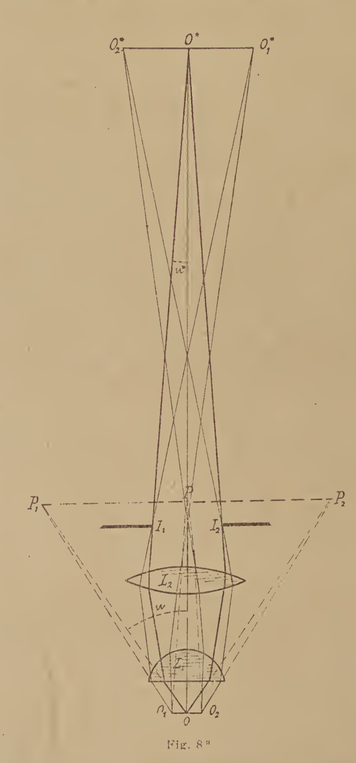


Fig. 8.ª

se formará una imagen virtual de dicha abertura. Esta imagen será la pupila de entrada, y el ángulo $P_1 O P_2$ el ángulo de abertura del objetivo, pues los rayos de mayor inclinación que los OP_1 y OP_2 serán interceptados por el iris. En el segundo caso, esto es, cuando el iris se halle detrás del foco del objetivo *(fig. 9.ª)*, los rayos procedentes de la imagen que se crucen en los puntos I_1 é I_2 del iris saldrán convergentes del objetivo y formarán una imagen real $P_1 P P_2$ delante del objeto, la cual será la pupila de entrada que determine el ángulo de abertura, puesto que ningún rayo de inclinación superior á la de los rayos OP_1 y OP_2 podrá concurrir á la formación de la imagen.

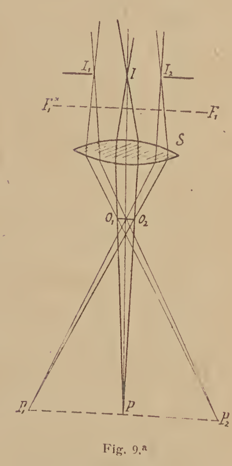


Fig. 9.ª

En realidad, en todo objetivo existen varios diafragmas, pues como á tales pueden considerarse cada una de las monturas metálicas de sus lentes; pero sólo hace las veces de iris efectivo aquél cuya imagen, formada por todo el sistema ó por la porción del sistema situada delante de él, subtienda el ángulo menor visto desde el punto axil del objeto.

9. Teoría general de las pupilas de entrada y de salida.—Generalizando la enseñanza que sugieren los casos particulares que acabamos de estudiar, vemos que en todo sistema óptico que forme imagen existe siempre un iris real, cuya posición y magnitud determina la marcha de los rayos y la inclinación máxima, con respecto al eje, de los que son admitidos para formar la imagen y, por lo tanto, que de él depende exclusivamente la abertura angular del sistema, entendiendo por tal el ángulo del cono de rayos que, partiendo del punto axil del objeto, se concentra íntegro en el punto conjugado de la imagen. El iris puede estar coloca-

do entre las lentes del objetivo ó exteriormente á ellas, y en este último caso delante ó detrás de todo el sistema. Cuando se halla entre las lentes *(fig. 6.ª)* divide el objetivo en dos porciones, cada una de las cuales proyecta de él una imagen virtual, siendo la proyectada por la porción anterior L_1 la pupila de entrada, y la proyectada por la porción posterior L_2 la pupila de salida. Cuando el iris está fuera del sistema *(figuras 7.ª, 8.ª y 9.ª)*, el objetivo solamente puede formar de él una sola imagen, que será la pupila de salida si el iris está colocado delante, como sucede en la *figura* 7.ª, ó bien la pupila de entrada, si se halla detrás, según representan las *figuras* 8.ª *y* 9.ª, y en ambos casos las pupilas contrarias, esto es, la de entrada en el primer caso y la de salida en el segundo estarán representadas por el iris mismo (1).

La posición y magnitud de las pupilas de un sistema puede observarse y medirse directamente lo mismo que se miden las dimensiones de una imagen cualquiera, y el diámetro de la de entrada constituye el fundamento para determinar el ángulo de abertura de los objetivos, puesto que antes ya le hemos definido diciendo que era el ángulo, en el punto axil del objeto, de un triángulo isósceles que tiene por base el diámetro de la pupila de entrada, ó, en otras palabras, la abertura angular del diámetro de la pupila de entrada vista desde el punto axil del objeto. De un modo análogo, la pupila de salida determina el ángulo de los conos de rayos que tienen sus vértices en el plano de la imagen, puesto que es la base común de todos ellos; y más adelante se verá el importante papel que juegan las dos pupilas en el proceso de la formación de la imagen microscópica, y en muchas cuestiones con él relacionadas, las cuales quedaban confusas y sin explicación satisfactoria antes de que el Profesor Abbe expusiera de un modo claro su teoría y significación.

Los casos que hasta ahora hemos examinado se refieren á las distintas posiciones que el iris puede ocupar en los objetivos, y en todos ellos hemos visto que la pupila de salida se forma delante de la imagen, al contrario de lo que sucede en

(1) En la *figura* 9.ª se puede suponer que $P_1 P P_2$ es un diafragma real ó el verdadero iris, y entonces $I_1 I I_2$ representará su imagen, ó sea la pupila de salida.

el microscopio, que se forma detrás, y en cuanto á la posición de las pupilas de entrada, que pueden estar delante ó detrás del objeto, desde luego nos sirve para explicar una anomalía antes inexplicable, cual es el hecho real de que al aproximar el objeto al objetivo con el fin de que la imagen se proyecte á mayor distancia, el ángulo de abertura aumenta con unos objetivos y disminuye con otros, siendo así que, según la teoría antigua del ángulo de abertura, debía aumentar siempre. Esta anomalía desaparece con la exposición anterior, pues de ella se deduce claramente que lo primero debe suceder cuando la pupila de entrada esté detrás del objeto, y lo segundo cuando se halle delante de él, según representa la *figura 9.ª*

10. PUPILAS DE ENTRADA Y DE SALIDA EN EL MICROSCOPIO.—Examinemos ahora la marcha de los rayos en el microscopio, esto es, en el sistema formado por el objetivo y ocular separados por la distancia Δ, con el mismo fin de ver la anchura de los conos de rayos que parten del objeto y de los que se concentran en los puntos conjugados en la imagen (*figura 10*). Si el iris se halla entre las lentes del objetivo, sus pupilas de entrada y salida serán, respectivamente, $P_1 P_2$ y $P_1^* P_2^*$, según hemos visto antes en la *figura 6.ª*, y esto quiere decir que para formar la imagen $O_2^* O_1^*$ el objetivo admite del punto axil del objeto un cono de rayos de ángulo $P_1 O P_2$, el cual se transforma en otro cono de anchura $P_1^* O^* P_2^*$, cuyo vértice está en el punto O^* de la imagen, conjugado del punto O del objeto. En el caso de que se emplee un ocular negativo, la imagen $O_2^* O_1^*$ no llega á formarse realmente y sólo tiene una existencia virtual, según ya hemos visto en el § **2**, pues la marcha de los rayos es modificada por la lente de campo del ocular, y en vez de reunirse homocéntricamente en el plano $O_2^* O_1^*$ se reunen en el plano $O'_2 O'_1$ que es en donde se forma una imagen real debida á la acción combinada del objetivo con dicha lente de campo. Esta imagen envía conos de rayos á la lente frontal del ocular, los cuales salen divergentes del microscopio porque sus vértices se hallan dentro del foco de dicha lente, y prolongados en sentido contrario al de su marcha se reunen en el plano $O_2^{**} O_1^{**}$ de la imagen final microscópica. Según se ve claramente en la *figura 10*, la reunión de los rayos que parten de los distintos puntos del ob-

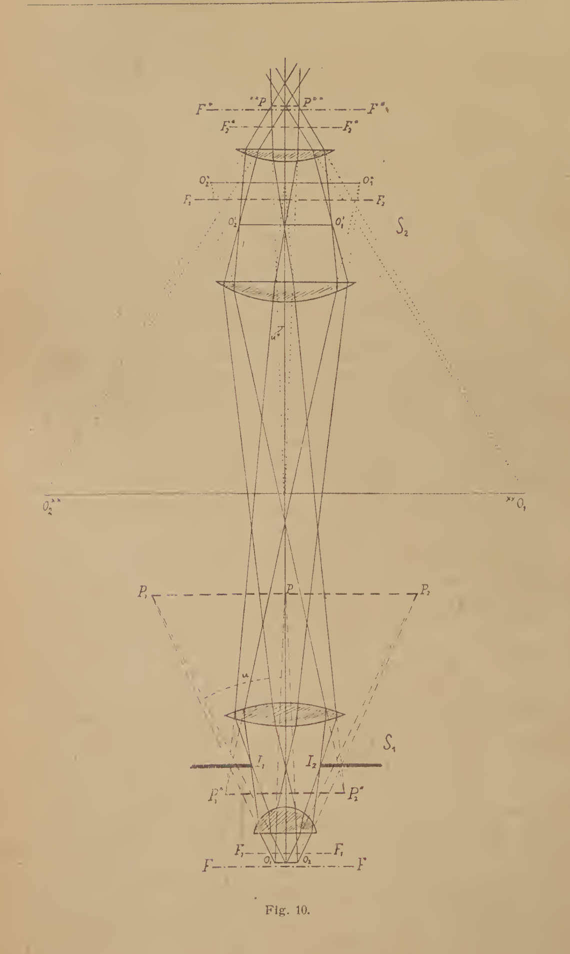

F''
P
P''
F''
F_2''
F_2''
O_2'
O_1'
F_1
F_2
O_2'
O_1'
S_2
u''
O_2''
O_1
P_1
P
P_2
u
S_1
I_1
I_2
P_1''
P_2''
F_1
F_1
F
O_1
O_2
F

Fig. 10.

jeto $O_1 O_2$ se verifica homocéntricamente en la imagen virtual $O_2^{**} O_1^{**}$, y la base común de todos los conos de rayos es $P_2^{**} P_1^{**}$, y, por lo tanto, ésta es la pupila de salida del microscopio y la que sirve para determinar el ángulo de proyección de la imagen, que es aquél bajo el cual aparece la pupila de salida vista desde el punto axil O^{**}.

La pupila de salida, base común de todos los conos de rayos que salen del microscopio, puede considerarse bajo estos tres aspectos: 1.º, como la imagen real é invertida del iris del objetivo formada por el ocular y las lentes del objetivo que están situadas detrás de él; 2.º, como la imagen real de la pupila de salida del objetivo $P_1^{*} P_2^{*}$ formada por el ocular, y 3.º, como la imagen real é invertida de la pupila de entrada $P_1 P_2$ formada por todo el sistema del microscopio (1). Y como todas estas pupilas son imágenes conjugadas unas de otras y dependientes del iris del objetivo, podemos decir que en el microscopio, tanto el ángulo de abertura como el de proyección, dependen exclusivamente del objetivo.

En la pupila de salida se hallan concentrados en el más pequeño espacio todos los rayos que han penetrado en el microscopio y, por lo tanto, es el sitio más favorable en que puede colocarse el ojo del observador (en realidad, su pupila, que es la pupila de entrada del sistema óptico que constituye el ojo) para ver la imagen aprovechando toda la abertura de los conos de rayos que la forman. Para que esa condición se realice es preciso, además, que el diámetro de la pupila del microscopio no sea superior al diámetro de la pupila del ojo, pues en el caso contrario sería lo mismo que si redujésemos las dimensiones de la pupila $P_2^{**} P_1^{**}$ por medio de un diafragma, lo que llevaría aparejado una disminución del ángulo de

(1) En el primer caso es lo mismo que considerar en conjunto el sistema óptico del microscopio con un iris intermedio, pues entonces, según hemos visto, la pupila de salida es la imagen de dicho iris formada por toda la porción del sistema situada detrás de él, y en el segundo, la pupila de salida del objetivo $P_1^{*} P_2^{*}$, representa á la vez el papel de iris y de pupila de entrada del ocular, cuyo ángulo de abertura es $P_1^{*} O^{*} P_2^{*}$. El ocular, pues, no tiene iris propio — su iris permanece inactivo — y por eso las dimensiones de su pupila de salida dependen del ángulo de abertura del objetivo.

abertura del objetivo, puesto que, según hemos visto, $P_1 P_2$ y $P_2^{**} P_1^{**}$ son dos imágenes conjugadas, y disminuyendo las dimensiones de una de ellas disminuirán también las de la otra. En este caso, el iris $I_1 I_2$ del objetivo pierde su eficacia como determinante del ángulo de abertura del microscopio, si bien la conserva como determinante del ángulo de abertura del objetivo, puesto que éste seguirá admitiendo de los diversos puntos del objeto conos de rayos cuya anchura total no será utilizada para formar la imagen. Solamente con los objetivos y oculares muy débiles ocurre que el diámetro de la pupila de salida del microscopio sea sensiblemente mayor que el diámetro de la pupila del ojo, según veremos en los §§ **50** y **51**.

La pupila de salida, aunque no en su verdadera significación, era conocida desde antiguo con los nombres de «punto ocular» ó «anillo de Ramsden», y en las condiciones normales de observación microscópica se halla encima (detrás) del plano focal posterior del microscopio, y muy próxima á él, de modo que prácticamente puede considerarse que coinciden. En el caso que nos ha servido de ejemplo para determinar las pupilas del microscopio, representado en la *figura 10*, hemos supuesto que el iris estaba entre las lentes del sistema objetivo, y ninguna diferencia notable se produce cuando se halla delante ó detrás de él *(figuras 7.ª, 8.ª y 9.ª)*. La génesis de la pupila de salida es siempre la misma, é igualmente se la puede considerar formada de las tres maneras dichas, con sólo substituir la pupila de entrada ó de salida del objetivo por su iris, en los casos en los cuales éste se confunda con aquéllas.

11. PUNTOS ORTOSCÓPICOS.—Los centros de las pupilas, además de determinar la marcha de los rayos principales, son los puntos ortoscópicos del sistema, entendiendo como tales aquellos puntos conjugados sobre el eje que sirven de puntos de perspectiva ortoscópica para el objeto y su imagen.

Para que la imagen sea una reproducción exacta del objeto, como semejanza geométrica, es preciso que el aumento sea el mismo en todas sus partes, lo que exige que las distancias de los puntos homólogos al eje, en el objeto y en la imagen, guarden una relación constante. Cuando el aumento en la región central es distinto del aumento en la región periférica, la

imagen presenta el defecto conocido con el nombre de distorsión (Anortoscopia). La imagen justa en sus proporciones es la ortoscópica, y como los rayos conjugados que pasan por los centros de las pupilas unen puntos homólogos del objeto y de la imagen, claramente se deduce que la ortoscopia dependerá de las relaciones de inclinación de dichos rayos con el eje del sistema. En efecto: para que el aumento sea el mismo en todas las regiones de la imagen es preciso que entre las tangentes de los ángulos de inclinación de los rayos conjugados que pasan por los centros de las pupilas exista una relación constante. Supongamos, por ejemplo, en la *figura 10*, que de los puntos $o_1 o_2$ ..... del objeto parten conos de rayos que llenan todo la pupila de entrada $P_1 P_2$ del objetivo. Los rayos principales de estos hacecillos—las líneas de sus centros de gravedad *(Schwerpunktslinien)*—pasarán por el centro P de la pupila, y otro tanto sucederá con los haces de rayos que parten—que se concentran—en la imagen $O_1^* O_2^*$, con respecto á la pupila de salida $P_1^* P_2^*$, ó al iris $I_1 I_2$ en el caso de que éste haga las veces de pupila de salida, como sucede en el representado en la *figura 11*. Llamando l á la distancia PO y l^* á la distancia $P^* O^*$ ó IO^*, tendremos:

$$o o_1 = l \times tang\ v_1; \qquad o o_2 = l \times tang\ v_2,$$
$$o^* o_1^* = l^* \times tang\ v_1^*; \qquad o^* o_2^* = l^* \times tang\ v_2^*.$$

La constancia del aumento en todas las regiones de la imagen exige que

$$\frac{o^* o_1^*}{o o_1} = \frac{o^* o_2^*}{o o_2} = \ldots\ldots = const.\ C;$$

y, por lo tanto, también que

$$\frac{tang\ v_1^*}{tang\ v_1} = \frac{tang\ v_2^*}{tang\ v_2} = \ldots\ldots = \frac{l}{l^*}\ C, \qquad [a]$$

esto es, que la relación entre las tangentes de los ángulos de inclinación de los rayos conjugados que se cruzan en el centro de las pupilas sea una cantidad constante.

Si en vez de la imagen objetiva $O^* O_2^*$ hubiésemos considerado la imagen final microscópica $O^{**} O_2^{**}$ *(fig. 11)*, el resultado sería el mismo, puesto que I y P^{**} son puntos conjugados con respecto al ocular—I centro de la pupila de entrada y P^{**} centro de la pupila de salida—, y los rayos que por ellos pasan unen puntos homólogos de las dos imágenes $O_1^* O_2^*$ y $O_1^{**} O_2^{**}$. Así, pues, los centros de las pupilas son los puntos ortoscópicos del sistema; y para que la imagen final no presente el defecto de distorsión, es preciso que entre las tangentes de los ángulos que forman con el eje los rayos conjugados que pasan por el punto P de la pupila de entrada y el centro P^{**} de la pupila de salida exista una relación constante.

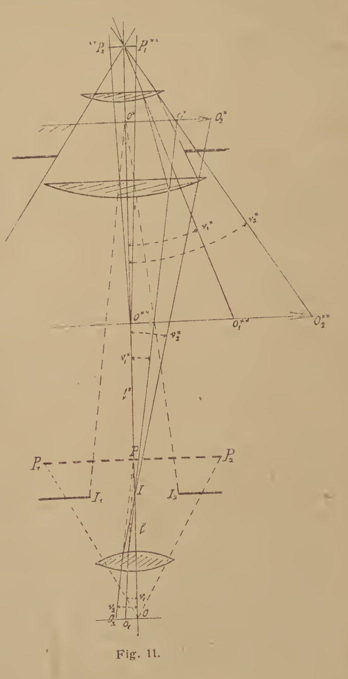


Fig. 11.

En realidad, la condición de ortoscopia que acabamos de ver no es otra cosa que la ley de Lagrange-Helmholtz, extendida á rayos de gran divergencia, puesto que, según ella, en la formación de las imágenes colineares por sistemas ópticos, las tangentes de los ángulos que forman con el eje los rayos que le cortan en un punto del espacio del objeto, y las tan-

gentes de los ángulos de los rayos conjugados en el espacio de la imagen, guardan una relación constante, cuyo valor está determinado por los índices de refracción de los medios del objeto y de la imagen, y por el aumento que corresponde á los planos conjugados que pasan por los dos puntos en los cuales los rayos cortan al eje (1). Si v_0 y v_0^* son los ángulos de un rayo paraxil y N el aumento, la ley Lagrange-Helmholtz tiene por expresión

$$\frac{tang\, v_0^*}{tang\, v_0} = \frac{n}{n^*} \cdot \frac{1}{N}. \qquad [\mathbf{b}]$$

Y como la fórmula [**a**] es valedera para todas las inclinaciones de los rayos, incluso para las inclinaciones muy pequeñas correspondientes á los rayos paráxiles, podemos escribirla de la siguiente manera:

$$\frac{tang\, v_0^*}{tang\, v_0} = \frac{tang\, v_1^*}{tang\, v_1} = \frac{tang\, v_2^*}{tang\, v_2} = \ldots\ldots = \frac{n}{n^*} \cdot \frac{1}{N}, \qquad [\mathbf{IX}]$$

en la que N es el aumento que corresponde á los planos conjugados que pasan por las pupilas de entrada y de salida que se consideren.

12. VALOR DE LAS PUPILAS CUANDO EL MEDIO DEL OBJETO Y DE LA IMAGEN SON DIFERENTES. — EQUIVALENCIA DE LOS ÁNGULOS DE ABERTURA EN MEDIOS DIFERENTES.— Hasta ahora para nada hemos tenido en cuenta, al determinar las pupilas, si el medio que existe entre la lente frontal del objetivo y el objeto era el mismo ó diferente del de la imagen; esto es, si el objetivo era ó no de inmersión, puesto que la imagen microscópica se desarrolla siempre en el aire. En ambos casos, la formación de las pupilas es la misma, cambiando solamente sus dimensiones y posición, según sea el índice del medio del objeto, lo que altera, como es consiguiente, el ángulo de abertura; y de ahí el que se presente una cuestión que ha dado margen á grandes discusiones, cual es la de la equivalencia de las aberturas en distintos medios. En términos generales,

(1) Véase en la Adición *A*, el § **17**, 3.º

el problema puede plantearse de la siguiente manera: si un objetivo tiene un ángulo de abertura u_a, cuando el medio A entre su lente frontal y el objeto es de índice n_a, ¿qué ángulo corresponderá á este mismo objetivo si se substituye el medio A por otro B de índice n_b? Ante todo, es preciso tener en cuenta que el cambio de medio no altera la distancia focal posterior del objetivo, ni tampoco el aumento, y que, modificando la enfocación, según hemos visto en el § **5**, la imagen continuará inalterable á la distancia de la visión perfecta del observador. Figurémonos que la imagen $O_2^* O_1^*$ es el objeto—suposición siempre admisible en óptica—, y sigamos la marcha de los rayos que parten de sus distintos puntos *(figuras 6.ª y 10)* hasta llegar á la cara externa de la lente frontal del objetivo, que es en donde experimentarán la refracción, peculiar en cada caso, debida á la diferencia de los índices entre el vidrio de la lente y el medio A ó B que exista entre ella y el objeto. En la *figura 12*—en la cual, para mayor claridad, sólo están figurados la lente frontal y el iris del objetivo—, se ve el distinto camino que sigue el rayo $O^* I_1$,

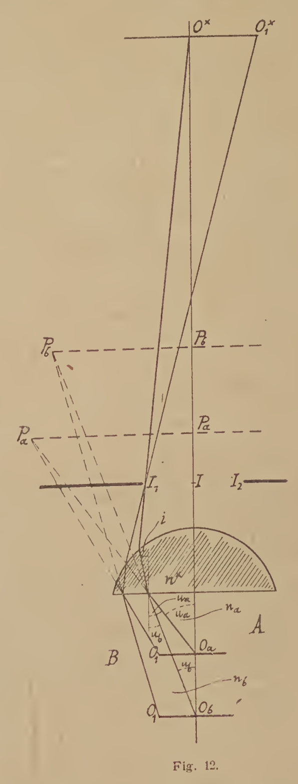


Fig. 12.

que procede del punto axil de la imagen, en los medios A y B. En el primero, corta al eje en el punto O_a, y en el segundo, en el punto O_b, y como ambos corresponden á un mismo rayo $O^* I_1$, que es el de mayor inclinación que deja pasar el iris, los ángulos u_a y u_b serán las semiaberturas del objetivo para los medios A y B; y esas dos semiaberturas deben considerarse equivalentes, puesto que los conos de rayos que parten de los puntos O_a y O_b, una vez dentro del sistema, son iguales y llenan una misma pupila de salida. Las pupilas de entrada, trazadas según las reglas dadas anteriormente, serán $P_a P_a$ y $P_b P_b$, diferentes por su diámetro y situación. Llamando n al índice del vidrio de la lente frontal, tendremos las dos siguientes relaciones:

$$\frac{sen\, i}{sen\, u_a} = \frac{n_a}{n} \quad \text{y} \quad \frac{sen\, i}{sen\, u_b} = \frac{n_b}{n},$$

y dividiéndolas ordenadamente

$$\frac{sen\, u_a}{sen\, u_b} = \frac{n_b}{n_a} \quad \text{y} \quad \frac{sen\, u_b}{sen\, u_a} = \frac{n_a}{n_b},$$

lo que nos dice que los senos de los semiángulos de abertura de un mismo sistema son inversamente proporcionales á los índices de refracción de los medios que ocupan el espacio entre la lente frontal y el objeto. Así, pues, una abertura, correspondiente á un medio A, es equivalente á otra correspondiente á un medio B, cuando los senos de sus semiángulos guarden la misma relación que existe entre los índices de refracción de los medios B y A. Más adelante veremos la verdadera significación é importancia de esta ley, en la cual se fundan las grandes ventajas de los objetivos de inmersión para dar una imagen verdadera de los objetos.

Si en vez de ser un medio uniforme el que llena el espacio entre la lente frontal del objetivo y el objeto, fuesen varios medios dispuestos en capas paralelas perpendiculares al eje (como sucede á menudo en las preparaciones microscópicas, con lo cual no se altera tampoco la distancia focal posterior del objetivo), para cada una de dichas capas habria un án-

gulo de abertura diferente, determinado por la relación expresada en la fórmula anterior, y todas esas aberturas parciales serían equivalentes.

13. Casos en que no pueden ser equivalentes aberturas en distintos medios.—Existe una excepción á la ley de la equivalencia de aberturas en distintos medios, tal como la acabamos de exponer, pues puéde darse el caso de que una abertura en un medio de índice superior no tenga equivalente en otro de índice inferior. Esto sucede, por ejemplo, cuando el ángulo i *(fig. 12)* es bastante grande para igualar ó superar al ángulo de reflexión total correspondiente á los índices del vidrio de la lente y del medio A, pues entonces el rayo O^*I, que penetra en el medio B, y va al punto O_b, no puede penetrar en el medio A y es reflejado por la superficie plana de la lente. En este caso, la abertura u_b en el medio B no tiene equivalente en el medio A, y esto tiene lugar, por ejemplo, en los objetivos de inmersión de gran ángulo, á los cuales no se les puede asignar una abertura equivalente en el aire. La condición necesaria para que el rayo O^*I_1 pueda penetrar en el medio A, es que el seno del ángulo de incidencia i sea menor (en el límite igual) que la relación entre los índices del vidrio de la lente y el del medio A $(sen\, i < n : n_a)$, pues si fuese más grande, las fórmulas anteriores nos darían para seno de i un valor irracional, puesto que excedería de la unidad. A ese valor límite de $sen\, i$, para el cual el rayo no puede penetrar en el medio A, corresponde un ángulo u_b en el medio B, cuyo seno es igual á la relación de los índices de los medios A y B $(n_a : n_b)$, y así sucede que cuando una abertura en un medio B sea tan grande que el seno de su semiángulo iguale ó exceda á la relación de los índices de los medios A y B, esa abertura no tendrá equivalente en el medio A. La ley, pues, antes enunciada, de la equivalencia de los ángulos de abertura en distintos medios, sólo será valedera en tanto que se verifique que

$$sen\, i < \frac{n_a}{n_b}, \quad \text{ó bien} \quad sen\, u_b < \frac{n_a}{n_b}.$$

El estudio de la marcha de los rayos pone en claro lo que

sucede cuando una abertura no tiene equivalente en un medio de índice inferior, como ocurre, por ejemplo, en los objetivos de inmersión de gran ángulo empleados como si fueran objetivos ordinarios, lo que se verifica en realidad cuando se interpone una pequeña capa de aire, por tenue que ésta sea, entre el objetivo y el objeto; y como esto acontece con frecuencia en la observación microscópica y ha dado motivo á controversias y á interpretaciones erróneas, lo tomaremos como á ejemplo en la siguiente explicación. La *figura 13* representa un sistema de inmersión de gran ángulo en un medio de índice n, reducido para más sencillez á la sola lente S. El iris $I_1 I_2$, colocado detrás, será á la vez la pupila de salida que determina el ángulo de abertura u en el medio de índice n, en el cual se encuentra también el objeto O cuya imagen es O^*. Si suponemos ahora que el objeto, en vez de estar embebido en el líquido de inmersión, está montado en seco, es decir, rodeado de aire y separado del medio de inmersión por la laminilla cubre-objeto TT, tendremos que el espacio frontal estará ocupado por una capa del medio de inmersión en contacto con la lente, y por otra de aire en la cual

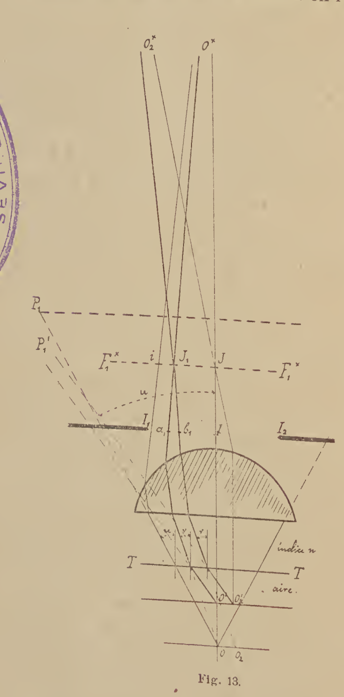


Fig. 13.

se halla el objeto, separadas ambas por el plano TT perpendicular al eje del sistema. Para ver la modificación que experimentará la marcha de los rayos en este segundo caso, podemos partir de la imagen O^* como si fuese el objeto. El rayo más extremo que permite el iris es el O^*I_1, el cual, al salir de la lente S, forma con el eje el ángulo u que es la semiabertura del objetivo de inmersión; más al llegar á la superficie divisoria de los dos medios TT no podrá salir al aire y será reflejado, puesto que suponemos, como dato del problema, que el objetivo de inmersión es de gran ángulo, lo que exige que el ángulo u sea superior, ó, por lo menos, igual, al ángulo límite entre el medio de inmersión y el aire (1). Igual sucederá á los rayos más próximos al O^*I_1, hasta llegar á uno O^*a_1, cuya inclinación v, al salir de la lente frontal S, sea algo menor que el ángulo límite, y pueda, por lo tanto, penetrar en la capa de aire. El ángulo que forme este rayo con el eje será el que determine la abertura del sistema, empleándolo en las circunstancias dichas, pues todos los rayos que partan de O^* comprendidos dentro del cono $a_1O^*a_2$ penetrarán en la capa de aire y tendrán por punto de reunión el punto O' del objeto. (La distancia frontal será ahora cO', en vez de cO que era cuando entre la lente S y el objeto sólo existía el medio de inmersión.) Si consideramos los rayos que parten de un punto lateral O_2^* de la imagen, veremos también que serán reflejados en la superficie TT todos aquéllos que lleguen á ella con un ángulo superior á v, y que el primero que penetrará en la capa de aire será el O_2^*b, viniendo también á parar á la misma conclusión de que sólo podrán alcanzar el objeto O' aquellos rayos que, partidos de la imagen, salgan del sistema con un ángulo menor que el ángulo límite entre el medio de inmersión y el aire.

Los rayos extremos de todos los conos que parten de los distintos puntos de la imagen $O_2^*O_1^*$ y puedan alcanzar los puntos conjugados del objeto O' formarán un mismo ángulo v

(1) Se suelen llamar objetivos de inmersión de gran ángulo cuando el ángulo de su abertura no tiene equivalente en el aire, porque exigirían un ángulo superior á 180°. En este caso están los objetivos de inmersión en agua á partir de la abertura de 97° 31′, y los de inmersión homogénea á partir de 82° 17′.

con el eje al salir de la última lente del sistema, y serán por lo tanto paralelos aquéllos que estén situados en una misma sección meridiana, ó, inversamente—puesto que lo mismo da suponer que los rayos van de la imagen al objeto, que de éste á la imagen—los rayos de inclinación máxima que parten de los distintos puntos del objeto y tienen entrada en el sistema son paralelos y se cruzan, por lo tanto, en el plano focal posterior $F_1^* F_1^*$ del objetivo, formando un círculo de diámetro $J_1 J_2$. Al mismo tiempo este círculo, determinado por los rayos de inclinación extrema, será la base común de todos los conos de rayos que partan del objeto y vayan á reunirse en los distintos puntos de la imagen $O_2^* O_1^*$, y, por lo tanto, representa para ellos la pupila de salida; y para el sistema hace las veces de un iris colocado en su plano focal posterior. Deduciendo de este iris ficticio la pupila de entrada del objetivo (véase § **36**), conforme á las leyes establecidas anteriormente hallaremos que está situada en $P'_1 P'_2$ á distancia infinita, y que el ángulo de abertura del objetivo será $P'_1 O' P'_2$. En estas circunstancias, esto es, cuando se interpone una capa de aire entre el objeto y la lente frontal, el objetivo de inmersión de gran ángulo pierde su característica, puesto que su verdadero iris $I_1 I_2$ deja de ser eficaz para limitar los rayos que parten del objeto y van á la imagen, y de esa función se encarga el iris ficticio ó transitorio $J_1 J_2$, al cual corresponden otras pupilas y otro ángulo de abertura que las determinadas por el iris $I_1 I_2$.

Generalizando las consideraciones que sugiere el ejemplo anterior, podemos decir que mientras sea el iris real $I_1 I_2$ del objetivo el que limita la entrada de los rayos extremos que parten del objeto en los dos medios A y B, los ángulos de abertura guardan una relación inversa con los índices refractivos de los dos medios (§ **11**); pero desde el momento que el ángulo de abertura en el medio más refringente sea igual ó superior al ángulo de reflexión total correspondiente á los dos medios A y B, no puede existir equivalencia entre las dos aberturas, y el objetivo debe considerarse como si fuera dos objetivos distintos de la misma distancia focal posterior, y con las diferencias inherentes á tener uno de ellos la pupila en $I_1 I_2$, y de diámetro $I_1 I_2$, y el otro en el plano focal posterior $F_1^* F_1^*$ y de diámetro $J_1 J_2$. Este cambio de pupilas puede

hacerse patente por medio de la observación con suma facilidad, pues para ello no hay más que iluminar toda la abertura de un objetivo de inmersión de gran ángulo por medio de un condensador apropiado (del condensador Abbe, por ejemplo), llenando con el líquido de inmersión el espacio entre la cara de su última lente y la frontal del objetivo. Mirando entonces por el tubo del microscopio—habiendo quitado antes el ocular—se ve un círculo uniformemente iluminado y bien definido hasta los bordes; y si luego se interpone una capa de aire, por delgada que sea, entre la lente frontal y el condensador (1), el círculo brillante disminuye de diámetro y aparece rodeado por un anillo más obscuro. En el primer caso el círculo brillante es la pupila de salida—que coincide con el iris $I_1 I_2$ en la *figura 13*—, y en el segundo, es el iris ficticio $J_1 J_2$, que también coincide con la pupila de salida; y el anillo más obscuro que le rodea iJ_1, tiene por origen la luz difusa que penetra en el objetivo y llena toda su abertura.

Igual observación puede hacerse mirando con una lente la pupila de salida $P_2^{**} P_1^{**}$ *(fig. 10)* que se forma sobre el ocular.

---

(1) El medio más fácil de realizar esto consiste en colocar una gota del líquido de inmersión que contenga algunas burbujas de aire sobre un porta-objeto y comprimirla luego con una laminilla delgada. De este modo se obtienen sitios en los cuales entre el porta-objeto y la laminilla existe una tenue capa de aire, y otros en que el espacio está ocupado por el líquido de inmersión. El objeto así preparado se coloca sobre la platina del microscopio, y se une al objetivo y al condensador por medio de una gota del líquido que sirve para la inmersión, é imprimiéndole un pequeño movimiento se consigue que uno ú otro de estos sitios esté debajo del objetivo.

CAPÍTULO III.

Función focal y función del aumento. Aberraciones y su corrección.

14. Descomposición esquemática de la acción del microscopio.—De la marcha de los rayos en el microscopio expuesta en el capítulo anterior, se deduce en primer término el hecho importante de que los conos de rayos de gran ángulo que parten de los distintos puntos del objeto y son admitidos por el objetivo, van estrechándose sucesivamente al atravesar las lentes del sistema, hasta quedar reducidos á los haces delgados que tienen por base común la pupila de salida P_1^{**} P_1^{**} *(fig. 10)* y cuyos vértices están en la imagen virtual O_2^{**} O_1^{**}, pudiendo así penetrar por entero en el ojo del observador, de modo que éste, al mirar dicha imagen, lo hace en las mismas condiciones de la visión ordinaria, y aprovecha toda la cantidad de rayos que el objetivo ha admitido para formarla. Esta reducción de la anchura de los conos se verifica sucesivamente al pasar de unas pupilas á otras; pero tiene su asiento de un modo especial en el objetivo, puesto que en él es en donde los conos de rayos divergentes de gran ángulo que parten del objeto son transformados en conos convergentes de pocos grados, cuyos vértices están en la imagen O_2^{*} O_1, y su base común en la pupila de salida del objetivo P_1^{*} P_2^{*}. El ocular contribuye también á adelgazar aún más estos conos de rayos, pero no en la medida del objetivo, pues cuando llegan á él pertenecen ya á la categoría de conos estrechos. Sobre

esta importante propiedad del objetivo llamó primeramente la atención de los micrógrafos el Profesor Abbe, fundando en ella una división esquemática del microscopio que permite distinguir de un modo preciso la función característica del objetivo y del ocular en el proceso de la imagen, localizando á la vez en uno y en otro los defectos que le son inherentes por causa de las aberraciones de cromasia y de esfericidad (1). Para ello, considera el citado Profesor que la acción del objetivo puede descomponerse en dos momentos distintos—por lo menos mentalmente—, siendo el primero de ellos aquél en que recoge los anchos conos de rayos divergentes que parten de los distintos puntos del objeto y los vuelve paralelos y, el segundo aquél en que convierte esos haces de rayos paralelos en los haces convergentes de pequeño ángulo cuyos vértices están en la imagen $O_2^* \, O_1^*$. La acción del ocular viene luego, y su característica no consiste en transformar la anchura de los haces, sino en extenderlos angularmente en el campo de la imagen final microscópica. De estos dos momentos de la acción objetiva, el primero es el más importante y el característico, y se reduce á una acción puramente focal, esto es, á transformar en haces de rayos paralelos los conos de rayos divergentes que parten del objeto, ó lo que es lo mismo, á producir una imagen virtual del objeto situada á infinita distancia. En el segundo momento de la acción objetiva, estos haces de rayos paralelos se convierten en haces convergentes que tienen su punto de reunión en el plano de la imagen $O_2^* \, O_1^*$, de modo que puede decirse que en este segundo momento el objetivo produce una imagen real de la imagen virtual que se ha formado en el primer momento. Según este modo de ver, es lo mismo que si el objetivo obrara al principio como un co-

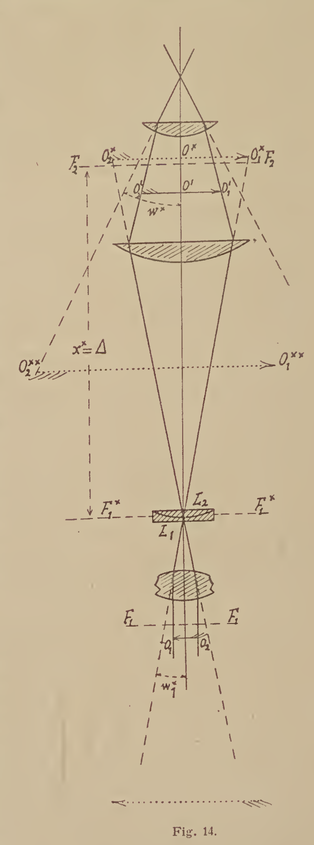
(1) Prof. Abbe: *Beiträge zur Theorie des Mikroskops und der mikroskopischen Wahrnehmung. M. Schultze's Archiv für mikroskopische Anatomie*, IX, pág. 422. (*Abhandlungen*, pág. 54.)

Dr. L. Dippel: *Handbuch der allgemeinen Mikroskopie* (Brunswick, 1882), pág. 214, y *Grundzüge der allgemeinen Mikroskopie* (Idem, 1885), página 65.

Dr. Siegfried Czapski: *Theorie der optischen Instrumente nach Abbe.* (Breslau, 1893), pág. 226.

Dr. Rohr: *Die Bilderzeugung in optischen Instrumenten.* (Berlin, 1904), pág. 468.

limador que proyectase la imagen del objeto al infinito, y luego la recogiera para formar de ella una imagen real, que es la que, á su vez, agrandada por la acción del ocular, es vista por el observador. En otros términos puede representarse eso mismo de un modo más material, diciendo que el ocular, juntamente con la porción del objetivo (ideal) encargada de la acción peculiar del segundo momento, representan un pequeño anteojo lentescópico con el cual se observa la imagen virtual á distancia infinita, que ha formado del objeto el objetivo en el primer momento. Esa división esquemática de la acción del microscopio se hace más patente por medio de las siguientes consideraciones:


Fig. 14.

15. En la *figura 14*, S_1 representa el sistema objetivo del microscopio, y S_2 el ocular. El objeto O está enfocado de modo que la imagen final se forme á la distancia de la visión perfecta del observador. Si en estas condiciones colocamos en el plano focal del objetivo $F_1^* F_1^*$ una placa de vidrio L de caras

paralelas, es evidente que la imagen continuará formándose en el mismo sitio. Esta placa de vidrio la podemos suponer compuesta de dos lentes infinitamente delgadas L_1 y L_2, plano-cóncava una de ellas y plano-convexa la otra, cuya longitud focal, igual para las dos, es la distancia x^* á la cual se forma la imagen O^* del plano focal posterior $F_1^* F_1^*$ del objetivo; y si hacemos abstracción de la lente L_2, considerando la L_1 unida al ojetivo tendremos un sistema $(S_1 + L_1)$ de la misma distancia focal que tenía antes el objetivo S_1, pues según se demuestra en óptica general, cuando se coloca una lente delgada L convergente ó divergente en el plano focal posterior de un sistema S, la distancia focal del nuevo sistema $(S + L)$ no se altera, y lo único que cambia es la posición del foco. En el caso presente, por ser la longitud focal de la lente L_1 igual á la distancia x^* á que se forma la imagen objetiva O^*, el punto focal del sistema $(S_1 + L_1)$ coincidirá precisamente con el objeto O (1) y, por lo tanto, todos los conos de rayos divergentes que partan de los distintos puntos del objeto serán transformados en haces de rayos paralelos al salir del sistema $(S_1 + L_1)$ ó, lo que es lo mismo, dicho sistema formará del objeto una imagen virtual situada en el infinito. Este proceso representa el primer momento de la formación de la imagen microscópica. Reintegrando luego á la placa de caras paralelas la lente plano-convexa L_2, tendremos que ésta recibirá los haces de rayos paralelos que salen del sistema $(S_1 + L_1)$, como si vinieran de un objeto muy lejano, y formará con ellos la imagen O^*, la cual podemos considerar como

(1) Para convencerse de esa afirmación, basta tener en cuenta que el intervalo óptico del sistema $(S_1 + L_1)$ es $\Delta = x^*$ *(fig. 14)*, y que, según la fórmula [**VI** *c*] aplicada al objetivo sólo, la distancia de enfocación $x\ (= F_1 O)$ tiene por valor $x = -\frac{f^2}{\Delta}$, que á la vez representa el valor de σ [**III** *d*], es decir, que el sistema compuesto $(S_1 + L_1)$ tiene su punto focal anterior coincidiendo con el objeto O, aunque su distancia focal sea la misma que tenía el objetivo S_1 sin la lente L_1. Que esta distaucia focal no ha cambiado al convertirse el sistema S_1 en el sistema $(S_1 + L_1)$, se demuestra por medio de la fórmula [**II**], $f = -\frac{f_1 \times f_2}{\Delta}$, teniendo en cuenta que en ella, en el caso presente, f_2 es negativo é igual á $-\Delta$, de modo que $f = -\frac{f_1 \times (-\Delta)}{\Delta} = f_1$.

la imagen de la imagen situada á infinita distancia que el sistema $(S_1 + L_1)$ ha formado del objeto. Esta imagen O^* (en realidad la imagen O'), agrandada por el ocular, será la que vea el observador, y como las dos lentes L_1 y L_2 reunidas forman una placa de caras paralelas sin influencia sensible en la marcha de los rayos, debemos deducir que esta imagen es la misma que se formaba antes de colocar la placa compuesta de las dos lentes L_1 y L_2 en el plano focal del objetivo. En este segundo momento de la formación de la imagen se realiza el fenómeno lo mismo que si mirásemos la imagen, virtual del objeto formada á distancia infinita por el sistema $(S_1 + L_1)$ con un pequeño anteojo telescópico, cuyo objetivo fuese la lente convergente L_2 y el ocular el mismo ocular del microscopio S_2, y de esta manera, por medio de la ficción de la placa compuesta de las lentes L_1 y L_2 se materializa, por decirlo así, la división del proceso de la imagen en dos partes ó momentos, de los cuales el primero es una acción focal, puesto que se reduce á convertir en haces de rayos paralelos los conos de rayos divergentes que parten de los distintos puntos del objeto, y el segundo representa una acción de aumento por medio de la cual los hacecillos de rayos que parten de la imagen objetiva son extendidos angularmente en el campo visual del observador.

16. La descomposición esquemática de la acción del microscopio coincide con la fórmula del aumento.—La división esquemática del proceso de la imagen que se acaba de exponer, concuerda con la fórmula del aumento del microscopio deducida en el § **3**, en la que aparecen por separado las acciones ocular y objetiva:

$$N = \frac{X}{f_1^*} \times \left(- \frac{\Delta}{f_2} \right).$$

En efecto, si el sistema compuesto de la lente hipotética L_2 y el ocular S_2 representa un pequeño anteojo telescópico con el cual se mira la imagen del objeto producida á gran distancia por el sistema objetivo $(S_1 + L_1)$, el aumento N estará determinado por la relación entre la tangente del ángulo w^* bajo el cual aparece al observador la imagen final microscópica, y

la tangente del ángulo O_1^*, bajo el cual se vería á simple vista la imagen del objeto formada á distancia infinita por el objetivo y la lente L_1. Esta relación, que representa el aumento en los telescopios, es á su vez igual á la relación entre la longitud focal anterior del objetivo f_1 y la posterior del ocular f_2^*; y teniendo en cuenta que, en el caso de nos ocupamos, la primera de estas dos cantidades coincide con la longitud óptica del tubo Δ (1), podemos escribir el aumento del pequeño telescopio $(L_2 + S_2)$ de esta manera:

$$\frac{tang\ w^*}{tang\ w_1^*} = \frac{\Delta}{f_2^*}. \qquad [\mathbf{a}]$$

El ángulo w_1^*, á la vez que representa para la observación telescópica el ángulo visual del supuesto objeto, es, con respecto al sistema $(S_1 + L)$, el ángulo bajo el cual aparece la imagen del objeto O proyectada á distancia infinita, y, por lo tanto, comparando su tangente con la tangente del ángulo visual del objeto O visto á simple vista, tendremos el aumento de la imagen que sirve de objeto al telescopio $(L_2 + S_2)$, el cual, según la fórmula [**V** *a*] del § **3**, será:

$$\frac{tang\ w_1^*}{tang\ w} = \frac{X}{f_1^*}. \qquad [\mathbf{b}]$$

Multiplicando ordenadamente las fórmulas [**a**] y [**b**], y teniendo en cuenta, además, que en el ocular las dos distancias focales anterior y posterior son iguales menos en los signos, hallaremos para el aumento N del microscopio la misma expresión que anteriormente:

$$N = \frac{tang\ w^*}{tang\ w} = \frac{X}{f_1^*} \times \left(-\frac{\Delta}{f_2}\right),$$

(1) En realidad, f_1 sólo representará exactamente la longitud óptica del tubo del microscopio en el caso de que la imagen final se considere proyectada á infinita distancia, ó sea que la enfocación corresponda á un ojo infinitamente présbita; pero, para las consideraciones que aquí exponemos, sin inconveniente se puede admitir que f_1 es la longitud óptica, aun cuando la imagen se forme á la distancia de la visión distinta.

en la cual $X : f^*_1$ representa el aumento de la imagen proyectada por la acción focal del objetivo á infinita distancia, y $- \Delta : f_2$ el aumento del sistema telescópico formado por un objetivo hipotético cuya distancia focal fuese la longitud óptica del tubo, y un ocular, que es el mismo ocular del microscopio. El ángulo visual $2\,w^*_1$, bajo el cual aparece la imagen proyectada por el objetivo á infinita distancia, es fácil de determinar conociendo el diámetro $2\,h$ del objeto, puesto que, según la expresión general de las distancias focales de un sistema, $tang\, w^*_1 = h : f^*_1$ (1).

17. Defectos de la imagen correspondientes á la acción focal y del aumento.—Esta división esquemática entre la acción focal y la acción del aumento en el proceso de la imagen, pone de manifiesto con toda claridad las faltas y defectos inherentes á cada una de ellas por causa de las aberraciones cromática y de esfericidad; y aunque la exposición detallada de los métodos que se emplean para corregirlas no entra en nuestro plan, convendrá, no obstante, que expongamos, aunque sea de un modo muy sucinto, los caracteres bajo los cuales dichas aberraciones se presentan, ó por lo menos los residuos que de ellas quedan en los objetivos después de corregidas con toda la exactitud que la técnica óptica permite hoy día, puesto que el ideal de que los haces de rayos de gran ángulo que parten homocéntricamente de los puntos del objeto se reunan homocéntricamente también en los puntos conjugados de la imagen, no puede realizarse nunca ni teórica ni prácticamente; y, cuando más, la mayor perfección á que se puede llegar es á que los círculos de difusión en la imagen tengan un diámetro suficientemente pequeño para que escapen á la perspicacia visual.

La influencia perturbadora de las aberraciones se estudia en los Tratados de óptica bajo el punto de vista puramente dióptrico; y aunque no es éste el caso en la formación de la imagen microscópica, los resultados prácticos vienen á ser los mismos. En efecto: la imagen de los objetos no luminosos por sí mismos, según veremos en la Segunda parte, consiste en la superposición de una infinidad de imágenes de difracción corres-

(1) Adición *A*, § **6**; fórmulas **[A]** y **[B]**.

pondientes cada una de ellas á uno de los haces elementales en que se divide el cono de rayos iluminantes, y cada una de esas imágenes, incompletas por sí mismas, lleva á la imagen de conjunto su contingente de los caracteres que revelan la forma y estructura del objeto. La perfección de esa imagen de conjunto depende pues de la perfección bajo la cual se reunen los rayos en todas esas imágenes parciales y, para que eso suceda, es preciso que toda la abertura del objetivo esté libre de aberraciones, pues de otro modo, es decir, si quedase un resto notable de aberración esférica en las zonas periféricas de la abertura, por ejemplo, aunque podrían ser delineadas con finura las imágenes parciales producidas por los hacecillos difractados de poca divergencia, las que debieran su origen á los hacecillos de gran inclinación, además de ser confusas en sí mismas, experimentarían desplazamientos y distorsiones en su forma general, lo que impediría su exacta superposición con las demás imágenes elementales, y, por lo tanto, la imagen de conjunto carecería de perfección.

18. Clasificación de los defectos de la imagen debidos á las aberraciones. — En dos grupos pueden dividirse los defectos de la imagen debidos á las aberraciones, según que radiquen en la a c c i ó n f o c a l ó en la d e l a u m e n t o. Los que pertenecen al primer grupo reconocen como causa única la incompleta reunión homocéntrica de todos los rayos de un mismo haz en un solo punto de la imagen, y corresponden exclusivamente á la acción focal del objetivo, pues si bien, en realidad, las correcciones no se hacen para los haces de rayos paralelos, sino para la distancia fija á que se forma la imagen, eso no obsta para los efectos de clasificación, puesto que esa distancia es siempre grande comparada con la longitud focal, y los caracteres que presentan las aberraciones son los mismos que si se tratara de reunir en el foco del objetivo haces de rayos paralelos, ó que, por lo menos, partieran de puntos muy lejanos. A este primer grupo pertenecen los defectos de la imagen producidos:

1.° Por la aberración esférica;
2.° Por la aberración cromática; y
3.° Por la diferencia cromática de la aberración esférica.

El segundo grupo comprende aquellos defectos de la ima-

gen que el Profesor Abbe denomina «anomalías del aumento», porque su origen está en el distinto aumento que producen las diversas zonas de la abertura del objetivo ó la distinta refractabilidad de los rayos de distinta longitud de onda; defectos pueden existir aunque estén perfectamente corregidas las aberraciones del grupo anterior, puesto que son independientes de la perfecta reunión homofocal de los hacecillos en un punto del eje óptico. Entre estas anomalías se cuentan principalmente las dos siguientes:

1.ª El distinto aumento que presentan las imágenes de un elemento axil del objeto perpendicular al eje formadas por las distintas porciones de un cono de rayos de gran abertura ó, lo que es ló mismo, por hacecillos de diferente inclinación sobre el eje. Para que estas diferencias del aumento desaparezcan es preciso que entre los senos de los ángulos de inclinación de los rayos que parten de un punto axil del objeto, y para los cuales se haya hecho desaparecer la aberración esférica, y los senos de los ángulos de inclinación de sus conjugados, exista una relación constante; y cuando èsto no sucede, se dice que hay falta de la ley de los senos.

2.ª El distinto aumento de las imágenes correspondientes á los rayos de diferente longitud de onda, cuando sólo se ha realizado el género de acromasia parcial que consiste en igualar las distancias á que se forman las imágenes de los distintos colores. Esta anomalía se denomina diferencia cromática del aumento.

Otros defectos puede presentar la imagen microscópica además de los que se acaban de indicar; pero como no son especiales de los objetivos microscópicos, no haremos más que enumerarlos. Entre ellos, son los más importantes los producidos: *a)* por la aberración esférica fuera del eje, que se hace sensible por la diferente enfocación que necesita el centro y el borde de la imagen; *b)* por la curvatura del campo visual; *c)* por la distorsión debida á la falta de proporcionalidad en las tangentes de los ángulos que los rayos conjugados que se cruzan en los puntos ortoscópicos forman con el eje, y *d)* por las diferencias astigmáticas en los puntos de reunión de los rayos de un mismo hacecillo, que tienen por causa la distinta curvatura de las secciones meridiana y sagital de las

lentes en el punto de incidencia de los hacecillos. La técnica óptica encuentra hoy día medios de corregir fácilmente estos defectos, de los cuales se ven libres los objetivos que llevan la firma de constructores acreditados.

Las aberraciones importantes antes mencionadas, excepto la diferencia cromática del aumento, sólo pueden ser corregidas en el objetivo, porque se originan en el primer momento del proceso de la formación de la imagen, y pertenecen, por lo tanto, á la acción focal. El ocular no tiene acción sobre ellas, porque no dependen del modo como se extienden los hacecillos en el campo visual, sino de la constitución misma de los hacecillos y de su estado de corrección. En cambio, la diferencia cromática del aumento puede corregirse por medio de los oculares, puesto que radica en la distribución angular de los hacecillos, y de ello ofrece un buen ejemplo el empleo de los «oculares compensadores», de que luego hablaremos.

19. APLANATISMO. LEY DE LOS SENOS.—Para que la imagen aparezca sensiblemente libre de los defectos que en ella ocasionan las aberraciones esférica y cromática, los objetivos deben poseer una serie de condiciones que pueden agruparse bajo los títulos de aplanatismo y acromasia.

Se consideraban antes como puntos aplanáticos de un sistema aquellos puntos conjugados sobre el eje para los cuales se había corregido la aberración de esfericidad de tal modo, que un cono de rayos que partiera de uno de ellos encontrase su reunión homocéntrica en el otro, y así, aplanatismo y supresión de la aberración esférica venían á ser una misma cosa. Mas hoy día, después de las investigaciones de Helmholtz y Abbe, por aplanatismo debe entenderse «la »capacidad de los sistemas ópticos para formar una »imagen clara y bien definida de los objetos por me»dio de conos de rayos de considerable abertura, en»tendiéndose por objeto, no un simple punto sobre »el eje, sino un elemento superficial extenso y per»pendicular á él» (1). Para que esto se verifique es preciso

(1) Prof. Abbe: «*Ueber die Bedingungen des Aplanatismus der Linsensysteme*», *Gesammelte Abhandlungen*, pág. 213.

que, además de la supresión de la aberración esférica para dos puntos conjugados sobre el eje, posea el sistema la propiedad de producir imágenes de igual aumento por todas las zonas de su abertura, ó sea por todos los haces de rayos de distinta inclinación que estén contenidos dentro de ella, pues con la supresión de los efectos de la esfericidad en un punto del eje sólo sería posible que se formara una imagen bien definida de una pequeña superficie, en el caso de que á la vez quedara también suprimida la aberración en cierto espacio alrededor de dicho punto, en un grado suficiente para que los círculos de difusión fuesen de un orden de magnitud inferior á las dimensiones de los elementos superficiales de la imagen. Estas dos condiciones no van necesariamente juntas, pues un análisis detenido de las circunstancias que concurren á la formación de la imagen por hacecillos de gran divergencia demuestra, por el contrario, que aun con la completa supresión de la esfericidad para dos puntos conjugados sobre el eje, las imágenes de un pequeño elemento superficial, debidas á las distintas porciones de la abertura de un sistema de lentes, tienen aumentos diferentes siempre que el sistema no satisfaga á otra condición que á la de tener corregida la esfericidad para dichos dos puntos. La imagen de un elemento superficial formada por un hacecillo de rayos que ocupen una porción excéntrica de la abertura, tendrá un aumento distinto del de la imagen que del mismo elemento formen los rayos que pasan por el centro de la abertura, y así, de cada elemento del objeto se formarán una infinidad de imágenes correspondientes á los hacecillos de diversas inclinaciones, las cuales no será posible que se superpongan exactamente á causa de su distinta extensión, pudiendo las diferencias llegar, en algunos casos, hasta un 50 por 100 del aumento medio. Según esto, la imagen producida por conos de rayos de gran abertura debe considerarse como la superposición de infinidad de imágenes parciales producidas, cada una de ellas, por una sola de las muchas zonas elementales en que podemos considerar dividida la abertura del objetivo; imágenes que podríamos examinar real y aisladamente unas de otras, empleando diafragmas convenientes. Si el sistema está completamente libre de aberración esférica, el punto central de todas esas imágenes parciales de un mismo elemento superficial

del objeto perpendicular al eje estará en coincidencia; mas los puntos próximos á él se irán separando unos de otros en las diferentes imágenes, proporcionalmente á su distancia al eje, y así la superposición de todas esas imágenes producirá una imagen confusa y desvanecida en círculos de difusión, cuyo diámetro, en casos dados, podrá tener un valor considerable comparado con las dimensiones del elemento del objeto que representa y, por lo tanto, no será posible que se forme una verdadera imagen en el sentido ordinario que se da á esta palabra, puesto que «una imagen óptica solamente pue»de existir en el caso de que cada elemento superficial del »objeto pueda ser reproducido con supresión de todas las abe»rraciones cuya magnitud sea del mismo orden que las di»mensiones de dicho elemento». Para que esto suceda, es preciso que todas las imágenes parciales correspondientes á las distintas porciones de la abertura del objetivo tengan el mismo aumento.

El aplanatismo, como condición esencial para que un sistema óptico de gran ángulo pueda formar imagen, ha sido estudiado por Helmholtz y Abbe bajo puntos de vista diferentes, pero ambos vienen á parar á la conclusión de que dos puntos sobre el eje sólo serán aplanáticos cuando, además de haber suprimido para ellos la aberración esférica, exista una relación constante entre los senos de los ángulos que los rayos conjugados que pasan por dichos puntos forman con el eje, puesto que sólo así queda asegurada la igualdad del aumento en todas las imágenes parciales (1). Según esto, para que dos puntos con-

(1) Las condiciones del aplanatismo y la ley de los senos las expuso el Profesor Abbe el año 1873 en su *Beiträge zur Theorie des Mikroskops*, y poco después, en 1874, y de un modo completamente independiente, el Profesor Helmholtz en su trabajo *Die Theoretische Grenze für die Leistungsfahigkeit der Mikroskope* (Poggendorff's Annalen: Jubelband). Algunos años más tarde presentó el Profesor Abbe un estudio con el título de *Über die Bedingungen des aplanatismus der Linsensysteme* á la Academia de Médicos y Naturalistas de Jena; mas tanto en este trabajo, como en el anterior, sólo se encuentra el anunciado de la «ley de los senos», pero no la demostración de ella, pues en la pág. 131 del último sólo dice: «Que por »análisis puramente geométrico se demuestra que la igualdad del aumen»to por las diferentes porciones de la abertura libre, sólo se obtiene cuando »en los haccecillos de rayos conjugados que tienen su centro en los puntos

jugados s y s^* *(fig. 15)* sean además puntos aplanáticos, es preciso que esté corregida para ellos la aberración esférica, esto es, que todos los rayos que parten de s contenidos dentro de la abertura del sistema determinada por el iris II se reunan homocéntricamente en s^*, y además que entre los ángulos u y u^*, u_1 y u_1^*, u_2 y u_2^*..... u_0 y u_0^* exista la relación:

$$\frac{sen\, u^*}{sen\, u} = \frac{sen\, u_1^*}{sen\, u_1} = \ldots\ldots \frac{sen\, u_0^*}{sen\, u_0} = C.$$

Esta «relación de los senos» es de tanta importancia que ha sido cali-

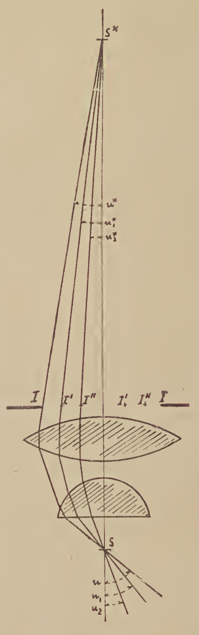


Fig. 15.

»axiles del objeto y de la imagen existe una »determinada relación de convergencia, »que se puede expresar de esta manera: La »relación entre los senos de los ángulos que »los rayos conjugados forman con el eje es »una cantidad constante». La demostración de Helmholtz se funda en consideraciones fotométricas. Una demostración dióptrica se encuentra en Czapski: *Theorie der optischen Instrumente nach Abbe*, pág. 98, y también en Rohr: *Die Bilderzeugung in optischen Instrumenten*, capítulo V: *Die Theorie der Sphärische Aberrationen*. La demostración de Ch. Hockin *(Jour. Roy. Micr. Society*, 1884: *On the Estimation of Aperture in the Microscope)* se funda en que para un par de puntos sobre el eje libres de aberración esférica, las longitudes ópticas entre dos puntos conjugados laterales muy próximos á ellos son iguales en menos de una cantidad infinitamente pequeña, aun siguiendo todos los caminos posibles dentro de un espacio angular finito. Esta demostración es la que se encuentra también en Drude: *Lehrbuch der Optik* (2.ª edic., 1906, página 55), además de otra en la pág. 492, fundada en que la energía luminosa que envía un elemento superficial de objeto debe hallarse concentrada en la imagen de dicho elemento. Otto Lummer se sirve también de la demostración de Hockin al exponer la ley de los senos, en su libro recientemente publicado: *Die Lehre von der Bildentstheung in Mikroskop von E. Abbe.* (Brunswick, 1910). Véase la Adición C al final del libro.

ficada de *Charta magna* de la microscopia; y para demostrar que con ella se asegura el aumento constante de la imagen de un elemento superficial del objeto formada por las distintas zonas de la abertura, seguiremos, como al más sencillo, el procedimiento de Helmholtz, fundado en el siguiente principio de óptica energética: la cantidad de luz que un elemento superficial s del objeto emite dentro del ángulo de abertura de un sistema óptico, se encontrará concentrada toda ella en otro elemento s^* de la superficie de la imagen, si ese elemento s^* es la imagen del elemento s del objeto, en el caso, por supuesto, de que no haya pérdida de luz al atravesar los rayos el sistema. Si es I la intensidad específica de los rayos que parten del elemento superficial s del objeto, la cantidad total de luz L_u que dicho elemento irradiará dentro de la abertura $2u$, determinada por el iris II del sistema, tiene por expresión (1):

$$L_u = \pi \, . \, I \, . \, s \, . \, sen^2 \, u, \qquad [\mathbf{a}]$$

y esa cantidad de luz se hallará concentrada en el elemento s^* de la imagen. Considerando ahora la marcha de los rayos en sentido inverso, es decir, suponiendo que partan del elemento s^* con la misma intensidad I, la cantidad total de luz irradiada dentro del cono de abertura $2u^*$ determinado por el mismo iris II del sistema, será:

$$L_{u^*} = \pi \, . \, I \, . \, s^* \, . \, sen^2 \, u^*, \qquad [\mathbf{b}]$$

y como L_u y L_{u^*} representan una misma cantidad, tendremos:

$$\pi \, . \, I \, . \, s \, . \, sen^2 \, u = \pi \, . \, I \, . \, s^* \, . \, sen^2 \, u^*$$

$$\frac{sen^2 \, u^*}{sen^2 \, u} = \frac{s}{s^*}.$$

Supongamos ahora que se reduce el diámetro del iris has-

(1) Rohr: *Die Bilderzeugung in optischen Instrumente*, pág. 515. Drude: *Lehrbuch der Optik*, páginas 77 y 492. Véase la nota del § **39**.

ta $I'I'$, con lo cual la abertura del sistema disminuirá también, y será $2u_1$. El elemento superficial s del objeto formará, lo mismo que antes, su imagen s^*, con la sola diferencia de que los rayos estarán contenidos, respectivamente, dentro de los ángulos $2u_1$ y $2u_1^*$, y para ellos tendremos asimismo que

$$\frac{sen^2\, u_1^*}{sen^2\, u_1} = \frac{s}{s^*};$$

y continuando la reducción del diámetro del iris, los ángulos irán también disminuyendo, y para $2u_2$ y $2u_2^*$, $2u_3$ y $2u_3^*$,..... hallaremos del mismo modo que

$$\frac{sen\, u_2^*}{sen\, u_2} = \frac{s}{s^*}; \qquad \frac{sen\, u_3^*}{sen\, u_3} = \frac{s}{s^*}; \qquad .....;$$

y cuando la abertura del iris sea muy pequeña, los rayos estarán tan poco inclinados sobre el eje que podrán considerarse como rayos paráxiles, en cuyo caso se pueden tomar como equivalentes los valores de los senos y de las tangentes de los los ángulos u_0 y u_0^*, sin que por eso deje de verificarse la igualdad

$$\frac{sen\, u_0^*}{sen\, u_0} = \frac{s}{s^*}.$$

En el segundo miembro de todas las igualdades anteriores, s es siempre el mismo elemento superficial del objeto y s^* su imagen, diferenciándose ésta tan sólo en estar formada por rayos que ocupan las distintas zonas de la abertura del sistema, y forman, por lo tanto, distintos ángulos de divergencia con el eje. Si la imagen debida á toda la abertura del sistema ha de reunir las condiciones de perfección antes señaladas, es preciso que todas las imágenes parciales que se puedan considerar formadas por las distintas porciones de dicha abertura coincidan exactamente, lo que exige que sean todas iguales y tengan la misma extensión superficial. Siendo así, s^* representa un elemento de la imagen de la misma extensión superficial en todas las igualdades anteriores, y $s : s^*$ el valor inverso del cuadrado del aumento lineal del sistema $(1 : N^2)$ y, por lo tanto, tenemos que

$$\frac{sen\ u^*}{sen\ u} = \frac{sen\ u_1^*}{sen\ u_1} = ... = \frac{sen\ u_0^*}{sen\ u_0} = \frac{1}{N},$$

esto es, que la condición necesaria para que las imágenes del elemento s del objeto, formadas por los rayos de distinta divergencia contenidos dentro de la abertura del objetivo, tengan todas el mismo aumento, es que exista una relación constante entre los senos de los ángulos que los rayos conjugados forman con el eje, y que el valor de esta relación constante esté determinado por el aumento lineal de la imagen producida por los rayos paráxiles, ó sea por el aumento del sistema tal como se considera en óptica geométrica.

Hemos supuesto hasta aquí que el medio del objeto y el de la imagen es el mismo y, por lo tanto, que la intensidad específica de los rayos en s y s^* es también la misma. Mas, si los medios fuesen diferentes, siendo n el índice de refracción del medio del objeto y n^* el de la imagen, en las fórmulas [**a**] y [**b**] de la cantidad de luz contenida en los conos que tienen por ápices los elementos superficiales s y s^*, deberíamos poner en vez de I, $I_0 \times n^2$ é $I_0 \times n^{*2}$, siendo I_0 la intensidad de la radiación en el vacío, puesto que, según los estudios de Helmholtz sobre el equivalente fotométrico de los hacecillos luminosos, las intensidades están en razón directa del índice del medio en que se verifica la radiación (1), y así tendríamos, como expresión general de la ley de los senos,

$$\frac{sen\ u^*}{sen\ u} = \frac{sen\ u_1^*}{sen\ u_1} = \frac{sen\ u_2^*}{sen\ u_2} = ... = \frac{sen\ u_0^*}{sen\ u_0} = \frac{n}{n^*} \cdot \frac{1}{N}. \quad [\mathbf{X}]$$

Esta ley de la relación constante de los senos la anunció por primera vez el Profesor Abbe, según ya hemos dicho, en sus *Contribuciones al estudio de la teoría del Microscopio*, bajo una forma diferente, de esta manera (2): Cuando un sistema óptico es completamente aplanático para uno de

(1) Drude: *Lehrbuch der optik*, pág. 488. *Die Abhängiskeitder Strahlungintensität von Brechungsindex der Umgebung.*

(2) *Beiträge zur Theorie des Mikroskops* (loc. cit., pág. 420. *Abhandlungen*, pag. 12).

sus puntos focales, todo rayo que pase por este punto focal cortará á un plano perpendicular al eje que pase por el otro foco, á una distancia del eje cuyo valor es igual al producto de la longitud focal del sistema por el seno del ángulo que dicho rayo forma con el eje. Así, por ejemplo, si el sistema S *(fig. 16)* es aplanático para el punto focal posterior F^*, el rayo $F^* c a R$ cortará al plano que

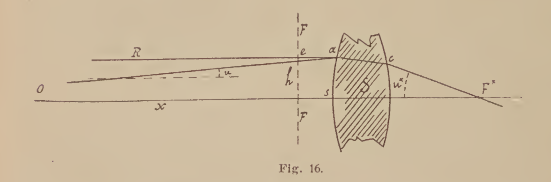


Fig. 16.

pasa por el foco anterior F en un punto e, cuya distancia al eje h será: $h = f^* \times sen\, u^*$; ó bien el valor de la longitud focal del sistema tendrá por expresión:

$$f^* = \frac{h}{sen\ u^*}.$$

Para deducir esta expresión de la fórmula general de la ley de los senos [**X**], puede emplearse el siguiente raciocinio: Si suponemos que el objeto O se halla sumamente alejado del sistema S, lo mismo da tomar su distancia x al foco F que al vértice s de la primera lente, y el valor de h, para el caso límite de $x = \infty$ y $u = o$, será:

$$h = [x \,.\, sen\ u]_{\substack{x=\infty \\ u=o}}$$

Además, substituyendo en la fórmula [**X**] de la ley de los senos el valor de N por su equivalente $f : x$, tendremos también para el caso límite:

$$\left[\frac{sen\ u^*}{sen\ u}\right]_{u=o} = \left[\frac{n}{n^*} \,.\, \frac{x}{f}\right]_{x=o}$$

de donde se deduce que

$$\frac{h}{sen\, u^*} = \frac{n^*}{n} \cdot f; \quad \text{ó bien} \quad \frac{h}{sen\, u^*} = f^*, \qquad [\mathbf{XI}]$$

teniendo además en cuenta que, según la ley Helmholtz-Lagrange, entre las distancias focales de un sistema y los índices de los medios del objeto y de la imagen, existe la relación $f : f^* = - n : n^*$. Los valores de f y f^* de la fórmula anterior son los que corresponden á los rayos paráxiles, esto es, los mismos que se consideran en óptica geométrica (1).

20. CONTRADICCIÓN ENTRE LA LEY DE LOS SENOS Y LA DE CONVERGENCIA.—La relación constante de los senos, necesaria para que se puedan formar verdaderas imágenes por medio de conos de rayos de gran abertura, está en contradicción con una de las leyes más importantes de la dióptrica, cual es la ley de convergencia de Lagrange-Helmholtz (2), puesto que, según ella, en la formación colineal de la imagen, entre los ángulos que los rayos conjugados forman con el eje, debe existir la relación

$$\frac{tang\, u^*}{tang\, u} = \frac{n}{n^*} \cdot \frac{1}{N} \qquad [\mathbf{IX}]$$

la cual, sólo tratándose de ángulos muy pequeños, en los cuales puedan tomarse como sensiblemente iguales las tangentes y los senos, es compatible con la ley de Abbe. De igual manera existe antagonismo entre la fórmula [**XI**] y la que expresa los valores de las longitudes focales de un sistema en la formación colineal de la imagen

$$\frac{h}{tang\, u^*} = f^*;$$

mas hay que tener en cuenta que en óptica geométrica se par-

(1) Véase Rohr: loc. cit., pág. 296; Czapski: loc. cit., pág. 102, y Lummer: *Die Lhre von der Bildentstheung im Mikroskop von E. Abbe* (Brunswick, 1910), pág. 13. Véase también la Adición *C*.

(2) Véase la Adición *A*, § **17**.

te como fundamento, para deducir estas fórmulas, de la reunión homocéntrica de los rayos en todos los puntos de la imagen, sin tener para nada en cuenta las aberraciones que experimentan los haces de gran abertura.

Otra dificultad de capital importancia lleva inevitablemente consigo la formación de la imagen por anchos conos de rayos, pues un análisis detenido de las condiciones de aplanatismo demuestra que en todo sistema óptico, cualquiera que sea su composición, solamente se puede satisfacer la ley de los senos para un solo par de elementos superficiales correspondientes al objeto y á la imagen y en manera alguna para una superficie extensa, sobre todo si el ángulo de la abertura de los hacecillos es considerable; ni tampoco es posible que el aplanatismo se realice á la vez para más de un par de elementos colocados sucesivamente uno detrás del otro sobre el eje; y, naturalmente, en estas circunstancias las aberraciones que el incumplimiento de la ley de los senos produce, serán tanto más grandes cuanto mayores sean los ángulos de abertura, y más distantes del eje los puntos de la imagen que se consideren. La extensión del campo claro de la imagen será forzosamente muy reducido, pues los círculos de difusión de los puntos algo separados del eje, producidos por los rayos que atraviesan las distintas porciones de la abertura, pertenecerán al mismo orden de magnitud que las distancias de dichos puntos al eje, y, por lo tanto, igualarán la magnitud de la imagen misma. Las diferencias de aumento en la imagen, producidas por las diversas zonas de un objetivo de gran ángulo, pueden alcanzar en algún caso hasta el 50 por 100 del valor normal. Así, pues, con completa independencia de la composición del sistema, y debido exclusivamente á las leyes dióptricas que determinan la marcha de los rayos, con conos de rayos de gran ángulo solamente es posible que se forme, con finura y claridad, ó bien la imagen de un pequeño elemento superficial perpendicular al eje, ó bien la de una porción infinitamente pequeña de dicho eje, pero nunca las dos á la vez, pues las condiciones que para ello son precisas en un caso, se hallan en contradicción con las que son necesarias para el otro, y ambas se oponen siempre á la ley de convergencia de Lagrange-Helmholtz, que es la que rige la formación de la imagen según el principio de la colinearidad, pues esta ley, como antes

hemos dicho, sólo puede estar acorde con la de los senos cuando se trata de ángulos muy pequeños. «Por procedimientos dióptricos y con conos de rayos de gran divergencia, es imposible que se forme una imagen clara de una porción infinitamente pequeña de un objeto, extendida en las tres dimensiones» (1).

En los sistemas de pequeño ángulo, como lo son, por ejemplo, los objetivos telescópicos, la segunda condición del aplanatismo es de importancia secundaria comparada con la aberración esférica, por lo menos cuando solamente se utiliza la porción central de la imagen. Al contrario acontece con los sistemas en que entran en actividad conos de rayos de gran extensión angular, como sucede en el microscopio, cuyos objetivos pueden llegar á admitir rayos de tal divergencia, que llenen próximamente todo el espacio de una semiesfera, no sólo en el aire, sino en un medio de índice refractivo mucho mayor. En este caso, es una condición esencial para la claridad de la imagen el que la ley de los senos se cumpla con la mayor exactitud posible, constituyendo esa exigencia el punto más difícil en la construcción de los objetivos de gran ángulo, pues las menores divergencias en este sentido son causa de anomalías tan grandes en el aumento producido por las diversas zonas de la abertura, que perturban en seguida la pureza de la imagen, aun cuando esté perfectamente corregida la aberración de esfericidad para el centro del campo. Mas ni en la práctica, ni teóricamente, se llega nunca á la realización completa de la constancia de los senos en las grandes aberturas, y por eso, aun en las imágenes producidas por los objetivos más perfectos se notan trazas de la falta de convergencia, que los microscopistas suelen designar, muy impropiamente, con el nombre de «curvatura del campo», pues en realidad no existe tal curvatura, porque las faltas producidas por esta causa no aumentan en la imagen según el cuadrado de las distancias al eje, sino según las primeras potencias, y, por lo tanto, no pueden producir una verdadera curvatura de la superficie de la imagen.

21. PRUEBA DEL APLANATISMO.—El antagonismo entre los

(1) Czapski: *Theorie der optischen Instrumente*, pág. 105.

puntos aplanáticos y los puntos ortoscópicos, sugirió al Profesor Abbe un medio fácil y práctico para apreciar el grado de aplanatismo en los objetivos microscópicos, y en general en todos los sistemas de gran ángulo. Para que una imagen se forme sin distorsión, según hemos visto en el § **11**, es preciso que los rayos que pasan por puntos homólogos del objeto y de la imagen, y se cruzan en dos puntos conjugados del eje del sistema, obedezcan á la ley de convergencia, esto es, que entre las tangentes de sus ángulos de inclinación exista una relación constante. Así, por ejemplo, en la *figura 17*, si O y O^* fuesen dos puntos ortoscópicos del sistema S, entre los ángulos $v_1, v_2 \ldots\ldots$ y $v_1^*, v_2^* \ldots\ldots$ que forman con el eje los rayos conjugados que en ellos se cruzan, debería existir la relación

$$\frac{tang\, v_1^*}{tang\, v_1} = \frac{tang\, v_2^*}{tang\, v_2} = \ldots\ldots = C;$$

y en estas circunstancias, la figura contenida en el plano P perpendicular al eje, será reproducida en el plano P^* con una misma proporción de aumento en todas sus partes. Mas si los puntos O y O^* en vez de ser ortoscópicos son aplanáticos, la relación de las tangentes será substituída por la de los senos, y la imagen P^* sufrirá los efectos de la distorsión. Esto es lo que sucede en los objetivos microscópicos siempre que su ángulo de abertura no sea lo bastante pequeño para que se diferencien muy poco los valores de los senos de los de las tangentes, puesto que O y O^*—objeto é imagen—deben ser puntos aplanáticos que excluyen la rela-

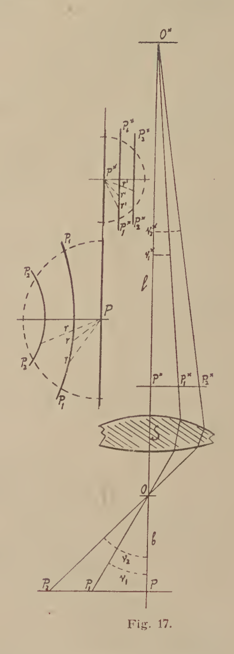


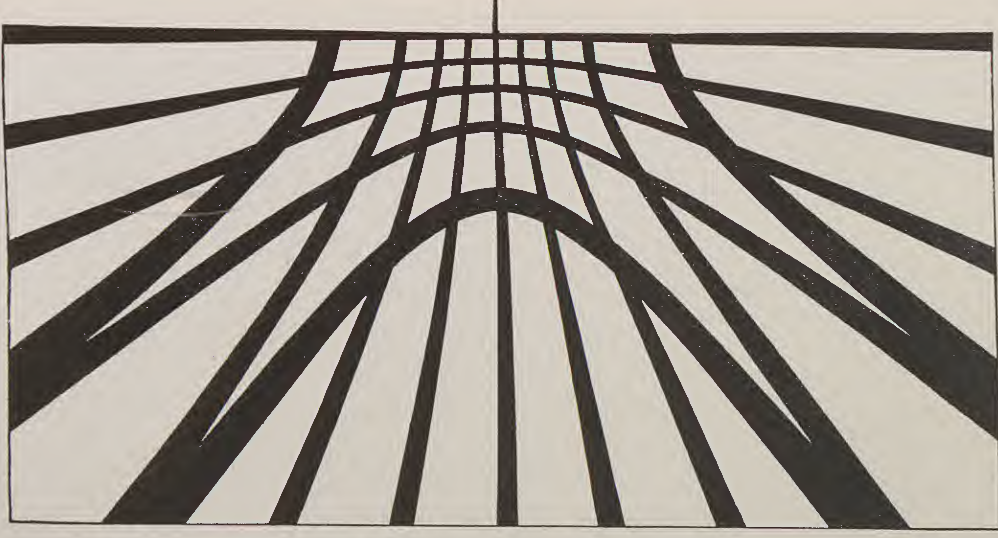
Fig. 17.

ción de las tangentes. En estas condiciones, es decir, satisfaciendo la ley de los senos, una serie de líneas paralelas trazadas en el plano P, perpendicular al eje, tendrá por imagen en el plano conjugado P^* una serie de elipses con su eje principal común y distintos ejes secundarios; y una serie de hipérbolas trazadas en el plano P con un mismo centro y un mismo eje segundo, pero con distintos ejes principales, tendrá por imagen en el plano P^* una serie de líneas paralelas, siempre que para formar dicha imagen sólo se admitan los rayos que se crucen en el punto aplanático O antes de entrar en el sistema (1). Fundado en eso, para reconocer el grado de aplanatismo de los objetivos microscópicos, recomienda el Profesor Abbe que se emplee como objeto una hoja de cartulina blanca en la cual se hayan trazado dos series de hipérbolas con un centro común y con los ejes principales perpendiculares entre sí, tal como se representa en la *lámina I;* pues si, además, en la construcción de esas hipérbolas se han tenido en cuenta las circunstancias que á continuación se indican, colocadas en el plano P *(fig. 17)*, un objetivo aplanático S formará de ellas una imagen en P^*, que consistirá en dos series de líneas paralelas equidistantes y de igual grueso que se cortarán en ángulo recto. Para que esto suceda, el trazado de las hipérbolas debe hacerse con sujeción á la ecuación general de la curva

$$y = \pm \frac{b}{a} \sqrt{x_2 - a_2}\ ,$$

tomando para todas ellas un mismo valor del semieje b igual á la distancia OP entre el punto aplanático O y el punto P en que se coloque el plano que contiene las hipérbolas. En cuanto á los valores a del semieje primero, que representan las distancias de los vértices de las curvas al centro común, hay que tener en cuenta para que las líneas en la imagen P^* resulten equidistantes, que en los objetivos aplanáticos, según demostraremos más adelante en el § **67**, las distancias $P^*P_1^*$, $P^*P_2^*$ ..... son proporcionales á los senos de los ángulos v_1, v_2, ... y que, por lo tanto, la equidistancia de los puntos P^* y P_1^*, P_1^* y P_2^* ..... exige que $P^*P_1^*$, $P^*P_2^*$ ..... sean

(1) Véase la Adición *C*.



Serie de hipérbolas cuyo eje seguido b es en todas ellas de 25 mm.


BIBLIOTECA PROVINCIAL Y UNIVERSITARIA * SEVILLA *

proporcionales á *sen* v_1, 2 *sen* v_1 ..... Por otro lado, tenemos que esos distintos valores de a son PP_1 PP_2 ....., cuyas expresiones trigonométricas son $b \times tang\, v_1$, $b \times tang\, v_2$ .....; y poniendo en ellas el valor de las tangentes en función de los senos, la fórmula general para determinar los valores de a será la siguiente:

$$a = \frac{b \,.\, sen\, v}{\sqrt{1 - sen^2 v}} \,.$$

Y como para asegurar la equidistancia de las líneas en la imagen P^* es preciso, según acabamos de decir, que los valores de los senos de v que se consideren guarden la relación de 1 : 2 : 3 : ..... haciendo en la anterior fórmula seno de v igual á 0.2, 0.4, 0.6 y 0.8, por ejemplo, hallaremos los valores correspondientes de a, los cuales, introducidos sucesivamente en la fórmula general de la hipérbola, nos darán una serie de estas curvas tal como está representada la *lámina I.* El valor de b es para todas ellas constante, é igual á 25 mm. (1).

Para comprobar el grado de aplanatismo de un objetivo por medio de una serie de hipérbolas trazadas según se acaba de decir, se empieza por colocar el microscopio en circunstancias normales de observación, enfocando un objeto O *(figura 17)* con la longitud del tubo para la cual ha sido corregido el objetivo. Luego se coloca la serie de hipérbolas en P, á una distancia OP de O, igual á la que se ha tomado para semieje b común á todas ellas (en la *lámina I*, $b = 25$ mm.), haciendo que su centro coincida con el eje óptico del microscopio. En estas circunstancias, el objetivo S formará en P^* una imagen de las hipérbolas, y para observarla basta mirar por el tubo del microscopio, después de haber quitado el ocular, colocando el ojo en O^*, sitio en donde se forma la imagen objetiva y punto aplanático correspondiente á O. De este modo queda

---

(1) El grueso de las líneas, muy diferente de una curva á otra, según su distancia al centro común, y en una misma curva muy diferente también según que se consideren puntos más ó menos apartados de su vértice, se obtiene trazando dos hipérbolas contiguas con el mismo valor de b, y con los valores de a correspondientes, por ejemplo, á *sen* $v = 0.19$ y 0.21; $= 0.39$ y 0.41; $=$ ..... De esta manera se han trazado los gruesos de las curvas de la *lámina I.*

satisfecha la condición, antes mencionada, de que todos los rayos que concurran á formar la imagen en P^* se hayan cruzado antes en O, pues siendo O y O^* puntos conjugados, y estando el ojo colocado en O^*, ningún rayo podrá penetrar en la pupila que antes no haya pasado por O, de modo que prácticamente es lo mismo que si se hubiese colocado en O un diafragma de abertura circular cuyo diámetro fuese igual al diámetro de la pupila del ojo dividido por el aumento propio del objetivo. Con objeto de fijar más la posición del ojo en el eje del microscopio, es conveniente colocar un diafragma provisto de una pequeña abertura en el extremo del tubo y mirar á través de ella. De este modo se observarán perfectamente las imágenes de las hipérbolas con objetivos de distancia focal superior á unos 3 mm., mas si esa distancia fuese menor, la imagen resultaría demasiado pequeña para apreciar bien sus detalles á simple vista, y en ese caso se recomienda el uso del microscopio auxiliar descrito más adelante en el § **37**, teniendo cuidado de que la posición de su diafragma sea la conveniente para que los rayos se crucen en el punto O antes de entrar en el objetivo. Si el objetivo ensayado de esta manera es completamente aplanático en el sentido antes expuesto —supresión de la aberración esférica y cumplimiento de la ley de los senos—la imagen de la serie de hipérbolas tal como está dibujada en la *lámina I*, aparecerá en P^* representando dos sistemas de líneas paralelas, equidistantes y de igual grueso, que se cruzan en ángulo recto, y dividen todo el campo en una porción de cuadrados iguales. Las desviaciones en la regularidad de esta forma indicarán la mayor ó menor falta de aplanatismo en el objetivo.

Demostrada la imprescindible necesidad de satisfacer las exigencias de la ley de los senos como condición esencial para que los sistemas de gran ángulo puedan formar una imagen clara, era de importancia suma averiguar lo que sucedía en los objetivos construídos con anterioridad á la época en que Abbe y Helmholtz dieron á conocer esa ley. Una amplia investigación, llevada á cabo por el Profesor Abbe con ese objeto, en numerosos objetivos de las más diversas propiedades y procedentes de talleres, tanto del Continente como de Inglaterra y de los Estados Unidos del Norte de América, dió el

sorprendente resultado de que en todos ellos se producía la formación anortoscópicat al como se acaba de describir, cuando se examinaba la imagen de las hipérbolas, lo que prueba que en todos ellos se verificaba la convergencia de los rayos según la constancia de la relación de los senos. Y no podía ser otra desde el momento que esta ley es una condición *sine qua non* para la génesis de la imagen por medio de conos de rayos de considerable anchura. Los defectos que presenta la imagen por el incumplimiento de la ley de los senos eran los que inconscientemente obligaban á los constructores á cumplirla, puesto que al corregir empíricamente y por tanteos esos defectos y, sobre todo, la llamada «curvatura del campo visual», cada vez más notable con el empleo creciente de las grandes aberturas, no hacían otra cosa, aunque sin darse cuenta de ello, que atenerse extrictamente á satisfacer la segunda condición del aplanatismo, aun antes de que la teoría formulase su expresión analítica.

22. Acromasia.—Á los defectos ocasionados en la imagen por la falta de corrección en las desviaciónes que experimentan los rayos por la esfericidad de las lentes, hay que añadir, además, los que tienen su origen en el distinto poder refractivo de los rayos de diferente longitud de onda que componen la luz blanca, pues, como es bien sabido, tanto la longitud focal como la posición de los focos de una lente, dependen del índice de refracción del vidrio en que está tallada; y como este índice cambia para cada radiación de determinado color, resulta que á una misma lente le corresponde una longitud focal y una posición de los focos para los rayos de color rojo, por ejemplo, distinta de la correspondiente para los rayos azules, y se sigue de esto, como consecuencia necesaria, que la imagen de un mismo objeto formada por los rayos rojos estará en distinto plano y tendrá un aumento diferente que la imagen azul. Si la luz que se considera es la luz solar blanca, un sistema óptico, sin corregir, formará de un mismo objeto una porción de imágenes de los distintos colores del espectro, que no se hallarán tampoco en el mismo plano ni tendrán el mismo aumento, y la imagen de *conjunto*, reunión de todas las imágenes parciales, será una imagen que presentará los defectos de la aberración cromática. Mas no es sólo bajo este

punto de vista que la diferente refractibilidad de los rayos perturba la claridad de la imagen, sino que otra falta más grave y difícil de corregir toma su origen en el hecho de que, abolida la aberración esférica para dos puntos conjugados sobre el eje para los rayos de una determinada longitud de onda, queda en pie dicha aberración para los rayos cuya longitud de onda sea mayor ó menor que ella. Así, pues, las faltas producidas por la cromasia en las lentes ó sistemas de lentes, pueden considerarse pertenecientes á estos tres grupos: diferencias cromáticas del aumento, diferencias cromáticas del sitio en que se forma la imagen y diferencias cromáticas de la aberración esférica. Las faltas comprendidas en los dos primeros grupos son las que desde antiguo se conocen bajo la denominación general de aberración cromática, y su corrección completa en un sistema supone: 1.°, coincidencia de los puntos focales de dos ó más colores en un mismo punto del eje, y 2.°, igualdad de las distancias focales para esos mismos colores, pues satisfechas estas dos condiciones, las imágenes parciales se formarán en un mismo plano y con el mismo aumento y, por lo tanto, coincidirán en todas sus partes. Mas esta corrección completa, aun referida solamente á dos colores, ofrece en la mayoría de los casos grandes dificultades. puesto que exige que los distintos miembros de que se compone el sistema estén acromatizados cada uno de por sí, lo que constituye en la práctica complicaciones insuperables, sobre todo cuando hay que atender á otras exigencias como, por ejemplo, á que el sistema posea cierto ángulo de abertura. Por eso casi siempre hay que contentarse con un acromatismo parcial, limitándose á conseguir que las imágenes de distintos colores se formen en un mismo plano (acromasia de los puntos conjugados), ó bien que los rayos salgan paralelos del sistema, lo que supone igualdad en las longitudes focales y, por lo tanto, igualdad ó acromasia en el aumento.

23. Acromasia de los puntos conjugados.—El primer género de acromasia, ó sea el de la coincidencia de los rayos de dos ó más colores en un mismo punto del eje, es el que se emplea en los objetivos microscópicos. Los rayos que parten del punto *O* del objeto *(fig. 18)* después de experimentar los efectos de la dispersión al atravesar las lentes del sistema, se

reunen en el punto axil de la imagen O^*, y eso se obtiene, explicado en sus líneas generales, de la siguiente manera: Las diversas lentes del sistema objetivo pueden considerarse agrupadas formando dos miembros: uno anterior S_1 (en la figura está representado por una sola lente casi semiesférica y, por lo tanto, con una aberración positiva muy pronunciada) y otro posterior S_2, en el cual la corrección se ha llevado á cabo con exceso la cantidad precisamente necesaria para que neutralice la aberración positiva ó subcorrección que posee el miembro anterior S_1. Los rayos que parten del punto O del objeto, después de atravesar el primer miembro S_1 salen divergentes y dispersos y entran en el segundo S_2 lo mismo que si partieran virtualmente, los rojos del punto R, y los azules del punto A, es decir, con una fuerte aberración positiva; mas como ese segundo miembro posee una aberración igual y en sentido contrario, los reune en un mismo punto O^* del eje, con lo cual se consigue que las imágenes, azul y roja, se formen en un mismo plano. Mas esa coincidencia de lugar no implica la exacta superposición de una imagen sobre otra, puesto que para que eso sucediera, según antes hemos dicho, sería preciso que, además, ambas tuviesen el mismo aumento, ó lo que es lo mismo, que las distancias focales para los rayos rojos y para los azules fuesen iguales, realizándose así el acromatismo total, difícil de llevar á la práctica. Con el género de acromatismo descripto, la imagen azul tendrá un aumento superior al de la roja, según se desprende de la igualdad de Lagrange-Helmholtz, ó de la ley de los senos, puesto que *sen* u^* : *sen* u es menor para los rayos azules que para los rayos rojos (1). Esa diferencia de aumento de las dos imáge-

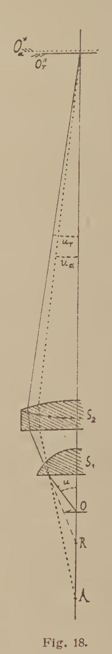


Fig. 18.

(1) El plan general que aún hoy día se sigue para las correcciones esférica y cromática de los objetivos, fué expuesto por el Profesor Abbe en

nes es prácticamente insensible en el centro del campo, sobre todo cuando se procura que los colores acromatizados ocupen sitios próximos en el espectro, y sólo empieza á percibirse á cierta distancia del eje. Por eso es la preferida para los objetivos microscópicos, pues no altera la finura de los detalles en el punto central de la imagen, que es precisamente en donde concreta su atención el observador y, además, como esa falta no depende de la constitución misma de los hacecillos, sino de su distribución, puede corregirse fuera del objetivo por medio de oculares de una construcción especial (compensadores), como luego veremos.

24. Acromasia del aumento.—El segundo género de acromasia parcial consiste en igualar las distancias focales de los colores que se quieren acromatizar, sin que por eso los puntos focales estén en un mismo punto del eje. Con eso se consigue que los rayos de dos colores salgan paralelos del sistema, y las imágenes, aunque situadas en distintos planos, se proyecten una sobre otra bajo un mismo ángulo. Este género de acromasia encuentra aplicación conveniente en las lentes de aumento, en los oculares y, en general, en todos aquellos sistemas destinados á producir la imagen virtual de un objeto situado á poca distancia de su foco anterior, pues aunque en realidad los detalles de la imagen deben aparecer ligeramente bordeados de color, el cálculo demuestra que siendo muy limitado en estos casos el ángulo de abertura de los hacecillos que se reunen en los distintos puntos de la imagen—la base de estos hacecillos es, cuando más, igual á la pupila del ojo del observador—los círculos de difusión caen por su pequeñez fuera de los límites de la visibilidad, y no perjudican la finura de la imagen. Los oculares microscópicos, corregidos bajo este plan, son lo bastante perfectos para que puedan considerarse sin influencia en las condiciones de la imagen, y por eso no hace falta insistir más en este género de acromasia.

---

el *Journal of the Royal Microscopical Society* (Diciembre de 1899) en un trabajo cuyo título es: *On new Methods for improving Spherical correction, applied to the Construction of Wide-angled Object-glasses.* Traducido al alemán por el Dr. Rohr, figura en *Gesammelte Abhandlungen v. E. Abbe*, pág. 196.

25. Diferencia cromática de la aberración esférica.—La «diferencia cromática de la aberración esférica» reconoce por causa la forma misma bajo la cual se hacen las correcciones, y el Profesor Abbe, á quien se debe el primer estudio sobre ella, la explica de la siguiente manera (1): «La posibilidad de corregir á la vez y con los mismos elementos las »aberraciones de esfericidad y cromatismo simplifica mucho »la construcción de los objetivos, porque evita las complica»ciones que necesariamente habrían de surgir si fuese preciso »hacerlas por separado, empleando ciertas lentes cóncavas »para corregir la esfericidad, diferentes de las necesarias »para corregir el acromatismo; mas por otro lado, esa unión »de las dos correcciones en un mismo procedimiento da ori»gen á graves inconvenientes, sobre todo en los sistemas de »gran ángulo, debido á que la cantidad de aberración esféri»ca que introduce en el sistema una lente de determinada cur»vatura depende del índice de refracción, y ese índice cam»bia con el color de los rayos en las dos clases de vidrios em»pleadas para el acromatismo, siendo el crecimiento que ex»perimentan los índices en el flint, del rojo al azul, por ejem»plo, mucho mayor que el que experimenta en el crown, »circunstancia esta última necesaria para que la corrección »cromática pueda llevarse á efecto. Debido á esto, la aberra»ción esférica negativa de un sistema dado crecerá del rojo »al azul con mayor rapidez que la positiva y, por lo tanto, no »será posible hacer la compensación al mismo tiempo para »los dos colores, pues cuando se consiga la igualdad para »los rayos rojos, quedará en pie el exceso de aberración ne»gativa producido por la lente de flint para los rayos azules, »y si se hace la compensación para estos rayos azules, resul»tará que la acción negativa de la lente de flint, conveniente »para ello, será demasiado pequeña para que á la vez com»pense los rayos rojos. El sistema quedará, pues, sobrecorre»gido esféricamente para los rayos azules, ó falto de correc-

(1) En la Memoria citada en la nota anterior; mas téngase en cuenta que fué escrita por el Profesor Abbe antes de conocerse los nuevos vidrios de Jena que permiten construir los apocromáticos, en los cuales se suprime el espectro secundario y se corrige la aberración esférica para dos colores, según se verá más adelante.

»ción para los rayos rojos; y ese defecto se nota especial-»mente en las lentes dobles (biconvexa de crown y plano-cón-»cava de flint) por tener la aberración negativa su origen en »la cara cóncava del flint, que se halla en contacto con la cara »convesa del crown.—Los residuos de aberración que quedan »de este modo existentes, deben llamarse «diferencias cromá-»ticas de la aberración esférica», y son comunes á todos los »sistemas dióptricos, ya sean telescópicos ó microscópicos. Su »manifestación sensible consiste en un estado de acromasia »diferente en las distintas zonas de la abertura del sistema, »puesto que cuando las zonas centrales están justamente co-»rregidas, las periféricas lo están con exceso, y cuando son »los rayos de los bordes los que ofrecen la mejor reunión cro-»mática, entonces los del centro están faltos de corrección (1). »Estas diferencias de la corrección cromática aumentan rápi-»damente con la abertura, puesto que tienen por base la abe-»rración esférica, que crece, como es sabido, en proporción »al cuadrado de dicha abertura y, por lo tanto, son muy nota-»bles en los sistemas en los cuales ésta es grande, como suce-»de en los objetivos microscópicos, razón por la cual todos los »microscopistas están familiarizados con su presencia y saben »que cuando un objetivo está bien corregido para el centro de »su abertura y presenta sólo los colores del espectro secunda-»rio con iluminación central, con iluminación oblicua apare-»cen los contornos de los objetos bordeados por una faja ama-»rilla y azul, que revela la corrección por exceso en la zona »periférica; y que cuando para ésta se ha llevado á cabo la »mejor corrección, esto es, cuando con iluminación oblicua los »colores que bordean la imagen son el rosa, violeta ó verde »manzana, con iluminación central aparecen el rojo y el azul »intenso cuando se observan objetos muy sensibles á la cro-»masia, como lo son, por ejemplo, los tejidos orgánicos y las »costillas de las diatomeas». Parece á primera vista que estas

(1) Cuando las aberraciones que presentan los objetivos tienen l mismos caracteres que las de una lente convexa, esto es, cuando para dos puntos conjugados sobre el eje la reunión de los rayos periféric se verifica antes que los centrales en el espacio de la imagen, y los rayos azules se reunen también antes que los rojos, se dice que el objetivo está «falto de corrección», «subcorregido» ó «corregido por defecto», y, en el caso contrario, que está «corregido por exceso» ó «sobrecorregido».

faltas de corrección deberían perder su importancia construyendo desde luego los objetivos para ser empleados con iluminación central ú oblicua, según los casos, y corrigiendo, en su consecuencia, los bordes ó el centro de su abertura; mas en realidad, no sucede así, pues hay que tener en cuenta que no siempre es posible separar en la práctica las zonas de la abertura que toman parte en la formación de la imagen, puesto que, según veremos más adelante (Segunda parte), estas zonas no están únicamente determinadas por el género de iluminación central ú oblicua, ni por la inclinación de los rayos incidentes sobre el objeto, sino por el conjunto de rayos difractados, cuya extensión angular depende más bien de las dimensiones y particularidades del objeto que del género de iluminación. «Por eso el plan más conveniente para los objetivos de »uso común consiste en distribuir la «diferencia cromática de »la aberración esférica» de un modo proporcional en todas las »zonas de la abertura, sin dejar que se acumule especialmente »en ninguna de ellas, y esto se consigue suprimiendo en todas »las zonas la aberración esférica para los rayos de mayor in»tensidad luminosa (color amarillo verdoso en la observación »subjetiva) é igualando luego la mayor parte de la aberración »restante en el rojo y en el azul por medio de una cantidad »conveniente de corrección cromática por defecto.» Este es el procedimiento que científica ó empíricamente siguen los mejores ópticos, mas con él no se suprime del todo la aberración, y solamente se logra distribuirla de modo que perjudique lo menos posible las buenas condiciones y finura de la imagen (1).

26. Correcciones.—Vidrios de Jena.—La corrección de los defectos que producen en la imagen las aberraciones esférica y cromática se efectúa simultáneamente, según antes hemos dicho, compensando la aberración positiva de las lentes convergentes por medio de la aberración en sentido contrario producida por las lentes divergentes, y ese método,

(1) Véase: Czapski: loc. cit., pág. 132: *Variation der von der Kugelgestalt herrührenden (sphärischen) Aberrationen mit der Wellenlänge.*

Rohr: loc. cit., pág. 369: *Die Variation der sphärischen Aberrationen mit der Wellenlänge.*

aunque empleado de distintos modos, es el único posible e tanto que la técnica óptica esté limitada al tallado de lente cuyas caras sean superficies esféricas. Desde luego se com prende que las propiedades físicas relativas al índice de re- fracción y al poder dispersivo del crown de las lentes conver- gentes y del flint que se emplea para las divergentes, han d tener una influencia capital en el grado de perfección que se puede alcanzar en las correcciones y, por lo tanto, es precis que nos fijemos un momento en ellas. Hoy día se dispone d un variado material de vidrios para tallar las lentes, á dife rencia de lo que sucedía algunos años atrás, cuando sólo s conocían los crowns y flints ordinarios. Ambos eran silicatos. El crown, de base de potasio y algo de calcio, estaba carac terizado por su menor peso específico y por su débil poder re fractivo y dispersivo, y el flint, por el contrario, por su mayor peso, debido al plomo que entra en su composición, y por s mayor poder refractivo y dispersivo. En sus variedades, e ambos vidrios, á una densidad mayor correspondía siempr también un índice y una dispersión mayores. La extensión d las dispersiones en las distintas partes del espectro compar das con la extensión del espectro total, no guardaba en l dos vidrios la misma proporción, circunstancia que impedi el que se pudieran acromatizar más de dos colores á la vez quedando siempre un remanente cromático conocido con nombre de espectro secundario. Esta limitación de medi para tallar las lentes la sintió ya Fraunhofer al ocuparse d la construcción de los objetivos telescópicos; pero quien l puso de manifiesto de un modo evidente fué el Profesor Abbe cuando emprendió la ardua tarea, en unión de C. Zeiss, d construir los objetivos microscópicos bajo un plan puramen científico y obedeciendo exactamente á fórmulas calculada de antemano. Entonces, sobre todo, se vió la pobreza de l materiales de que disponía la técnica óptica, pues era com pletamente estéril el trabajo de calcular fórmulas según l cuales los objetivos estarían dotados de admirables perfecci nes, si por falta de vidrios que reunieran las propiedades á pr pósito habían de quedar irrealizables. Durante muchos año cuenta el Profesor Abbe, que en unión de C. Zeiss culti un género de óptica que él mismo llama f a n t á s t i c a, pues que consistía en proyectar sistemas con vidrios hipotétic

que no existían, discutiendo luego las grandes ventajas que con ellos se obtendrían cuando llegase el día en que los directores de las fundiciones de vidrio, saliendo de la rutina, proporcionasen nuevos materiales dotados de otras propiedades diferentes á las de los crowns y flints ordinarios en cuanto al índice de refracción y poder dispersivo; y en su entusiasmo y deseos de progreso llegaron hasta á construir objetivos con lentes líquidas, empleando para ello substancias cuyas propiedades ópticas fuesen iguales ó muy semejantes á las de los vidrios hipotéticos de los sistemas calculados. Esa necesidad de dotar á la técnica óptica de nuevos materiales, expuesta de un modo preciso por el Profesor Abbe en un informe sobre los aparatos científicos de la Exposición de Londres de 1876 (1), encontró eco en el distinguido químico doctor Otto Schott, quien después de un largo proceso de ensayos llevados á cabo en muy modestas proporciones, trasladóse á Jena, y en unión de C. Zeiss y de su hijo Rodrigo, fundó en 1854, bajo la firma de *Glastechnisches Laboratorium Schott und Genossen*, la notable fundición de vidrios que hará siempre época en los fastos de la técnica óptica (2). Empleando substancias hasta entonces desusadas en la composición de los vidrios, se han obtenido productos enteramente nuevos, tales como los crowns-fosfatos, crowns-barita, crowns-borosilicatos, vidrios-silicatos de bario, de zinc, etc., etc., que resuelven principalmente los siguientes problemas. En primer lugar, la obtención de pares de vidrios con las propiedades generales de los crowns y de los flints, es decir, que presentan grandes diferencias en su dis-

---

(1) Prof. Abbe: *Bericht über die wisienschaftlichen Apparate auf der Londoner internationaler Ausstelung im Jahre 1876* (Brunswick, 1878). *Die optischen Hülfmittel der Mikroskopie* (Abhandlungen, tomo I, página 119).

(2) El lector que desee conocer algunas noticias sobre la industria y aplicaciones de los nuevos vidrios de Jena, los encontrará en:

Das Zeisswerk und die Carl-Zeiss-Stiftung in Jena, von Felix Auerbach (2.ª edic.; Jena, 1904).

Über Verbesserungen des Mikroskops mit Hilfe neuer Arten optischen Glases, von Prof. Abbe. (1886).

Productionsverzeichniss des glastechnischen Laboratoriums von Schott und Genossen in Jena, von Abbe und Schott (1886).

Jenaer Glas und seine Verwendung in wissenschaft und Technik, von Dr. Hovestadt (Jena, 1900).

persión relativa $\left(\frac{dn}{n-1}\right)$ y que á pesar de eso, las dispersio nes parciales en las distintas porciones del espectro guarda en los dos la misma proporción, con lo cual se consigue re unir tres colores en un mismo punto del eje, desapareciend así el residuo cromático llamado espectro secundario, inevi table siempre en los sistemas construídos con los antiguo crowns y flints. En segundo lugar, los nuevos vidrios de Jen ofrecen al óptico una serie de fundiciones en las cuales el po der dispersivo no aumenta ó disminuye proporcionalmente al poder refractivo, como sucedía en los antiguos vidrios, sin que, por el contrario, se encuentran vidrios muy refringen tes y poco dispersivos ó viceversa; y así es posible la com binación de pares de vidrios cuya dispersión relativa sea casi igual, y difieran no obstante mucho en sus dispersiones par ciales, juntamente con otros en los cuales, por el contrario, las dispersiones parciales sean próximamente iguales, y difieran mucho por sus dispersiones relativas (1). Además de los vi-

(1) Las propiedades ópticas de los vidrios de Jena se hallan perfecta mente descritas en los catálogos y listas de precios. Para determinar lo índices de refracción correspondientes á las distintas regiones del espec tro se emplean las rayas brillantes del potasio (K_α) para el rojo, del so dio (N_α) para el amarillo, y las tres del hidrógeno (H_α, H_β y H_γ) para e anaranjado, azul verdoso é índigo. Las rayas brillantes H_α, N_α y H_β co rresponden exactamente á las rayas obscuras de Fraunhofer C, D y F y las K_α y H_γ están muy próximas de las A y G, por cuya razón suelen in dicarse con las mismas letras acentuadas A' y G'. Cuando conviene cono cer con más detalle las regiones verde y violeta se emplean las rayas bri llantes que produce el mercurio, designadas por (*verd.* H_g) y (*viol.* H_g esta última muy próxima de la raya h de Fraunhofer. Las longitudes d ondas de estas rayas, en millonésimas de milímetro $=\mu\mu$, son las si guientes:

A' (Rojo.) K_α	C (R Amarillo). H_α	D (Amarillo. N_α	(Verde.) verd. H_g	F (A. verdoso.) H_β	G' Índigo.) H_γ	Violeta. viol. H_g
767,7	656,3	589,3	546,1	486,2	434,1	405,1

Las propiedades ópticas de los vidrios se determinan: 1.°, por el indic de refracción n_D correspondiente á la longitud de onda de la raya D; 2. por su «dispersión media», ó sea por la dispersión entre las rayas C y F —diferencia entre los índices de dichas rayas – que comprenden la porció más brillante del espectro; 3.°, por las «dispersiones parciales», ó sea la

drios con esas importantes propiedades, la Fundición Schott ofrece otros productos de gran valor para aparatos científicos, como son, por ejemplo, vidrios completamente incoloros que dejan pasar por igual todas las radiaciones del espectro visible (el flint común es siempre algo amarillento y el crown algo verdoso) y también los rayos ultra-violetas, propiedad que hasta ahora sólo se encontraba en las lentes talladas en cuarzo.

27. Objetivos acromáticos y apocromáticos.—Con estos nuevos vidrios y el empleo de la fluorita, también como material á propósito para tallar lentes, se ha ensanchado extraordinariamente el campo de la técnica óptica; y, por lo que se refiere á los objetivos microscópicos, el adelanto ha sido muy grande, puesto que hoy es posible acromatizar, á la vez, tres colores, con lo cual se consigue reunir en un solo punto los rayos de la porción más brillante del espectro, quedando solamente en la imagen residuos cromáticos de orden terciario, en vez del espectro secundario inevitable con los flint y crowns ordinarios; y, además, es posible también corregir la esfericidad, y llenar, al mismo tiempo la segunda condición del aplanatismo para dos colores. Un objetivo que reuna estas dos condiciones, es decir, que esté acromatizado para tres colores y que sea aplanático para dos, se llama «apocromático». El empleo de la fluorita (espato fluor) en estos objetivos, así como en algunos acromáticos ordinarios de moderna construcción, proporciona las ventajas que se siguen de poder hacer entrar en el cálculo de los sistemas lentes talladas en un material que posee un índice de refracción y un poder dispersivo mucho menor que ninguno de los crowns que hasta hoy se han podido obtener en la Fundición de Jena (1).

---

correspondientes á las porciones del espectro comprendidas entre las rayas A' y D, D y F y F y G', y 4.°, por la «dispersión relativa», ó sea el «poder dispersivo», expresado por la relación entre la dispersión media y el índice de refracción de la raya D disminuído en una unidad $\frac{n_F - n_C}{n_D - 1}$; ó bien por su valor inverso $v = \frac{n - 1}{d\,n}$, que es como figura en los catálogos de *Schott und Genossen*.

(1) Profesor Abbe: «*Über die Verwendung des Fluorits für optische Zwecke*». *Zeitschrf. G. Instrumentenkunde*, 1890.

Á pesar de las grandes ventajas que ofrecen «los apocromáticos», debidas á la mayor finura de la imagen, continúan aún siendo de uso común los objetivos acromáticos ordinarios pues con los perfeccionamientos que los nuevos vidrios han permitido introducir en sus fórmulas, satisfacen todas las exigencias necesarias en la mayoría de los trabajos micrográficos, y su coste es mucho menos elevado. El plan general que se sigue en ellos para las correcciones, sobre todo cuando su ángulo de abertura es considerable, consiste en procurar el aplanatismo de los rayos verde-amarillentos para toda su abertura, y luego unir en un mismo punto del eje los rayos rojos y azules de las zonas medias. De esta manera queda la zona periférica corregida cromáticamente algo por exceso, y la zona central algo por defecto, y el conjunto de la imagen ofrece las mejores condiciones, según se ha dicho ya al hablar de «la diferencia cromática de la aberración esférica».

En los catálogos de microscopios se encuentra otra clase de objetivos con la designación de «semiapocromáticos», los cuales, debido á las lentes de fluorita que entran en su composición, están entre los apocromáticos y los acromáticos ordinarios bajo el punto de vista de sus correcciones. Estos objetivos se llaman también «holoscópicos» (Watson, Powel and Lealand) y «acromáticos modernos», y figuran en casi todos los catálogos; y aun en aquéllos en que no reciben denominación especial, como sucede en los de la Casa Zeiss, tienen los constructores buen cuidado de indicar los objetivos en cuya composición entran dichas lentes de fluorita.

Para apreciar bien las diferencias entre las tres clases de objetivos que se acaban de citar puede servir la siguiente clasificación, en la que se expresa el género de correcciones que en cada una de ellas se debe satisfacer:

A.—*Objetivos acromáticos ordinarios.*

1) Corrección de esfericidad para los rayos de un color determinado. (Verde-amarillo.)
2) Relación constante de los senos para los rayos del mismo color.

(Estas dos condiciones determinan el aplanatismo para un color).

3) Acromatismo para dos colores.

Quedan sin corregir el «espectro secundario», la «difere

cia cromática del aumento» y la «diferencia cromática de la aberración esférica».

B.—*Semiapocromáticos ú objetivos con lentes de fluorita.*

Además de las correcciones de la clase anterior:

4) Aplanatismo para dos colores y, prácticamente, para todos los demás, con lo cual se suprime la «diferencia cromática de la aberración esférica».

5) Desaparición de la «diferencia cromática del aumento» por el empleo de oculares compensadores.

Queda sin corregir el «espectro secundario».

C.—*Apocromáticos.*

Además de las correcciones de la clase anterior:

6) Corrección cromática para tres colores, con lo cual se suprime el «espectro secundario», quedando solamente un residuo cromático de orden terciario, prácticamente inapreciable.

La diferencia cromática del aumento se corrige por medio de oculares compensadores.

28. OCULARES COMPENSADORES.—El origen de la diferencia cromática del aumento hemos visto en el § **23** que está en el género mismo de corrección parcial que se adopta para los objetivos, puesto que en ellos se aspira tan sólo á la coincidencia de los rayos de dos ó más colores en el punto axil de la imagen, dejando diferentes sus distancias focales, y de ese modo es inevitable el que las imágenes de los distintos colores tengan diferente aumento. Para hacer desaparecer esta falta en los objetivos mismos, sería preciso llevar á ellos la corrección completa de igualdad de las distancias focales y coincidencia de los focos, cuya realización en los objetivos microscópicos presenta dificultades casi insuperables. En los objetivos acromáticos ordinarios las faltas en la imagen producidas por la «diferencia acromática del aumento»—prácticamente de escasa importancia—son muy diferentes en las distintas regiones de la abertura, y por esa causa es difícil corregirlas por medio de los oculares; mas en los «apocromáticos» y «semiapocromáticos», por estar repartidas de un modo más regular, es fácil corregirlas por ese medio, construyendo unos oculares á propósito que reciben el nombre de «compensadores». En la imagen objetiva, la imagen de los rayos azules es mayor que

la de los rayos rojos, y esa diferencia de aumento se compensa, en la imagen final microscópica, por medio de oculares no acromáticos cuyo estado de corrección relativo á las distancias focales, á los aumentos para los distintos colores, sea precisamente igual y en sentido contrario á la falta de corrección de los objetivos. De esta manera, los defectos cromáticos de la imagen objetiva son compensados por defectos iguales y en sentido contrario del ocular, y la imagen final microscópica se presenta perfecta en todas las zonas del campo visual. Para que ese principio de compensación sea de resultados verdaderamente prácticos, es preciso que cualquiera de los oculares compensadores pueda usarse con cualquiera de los apocromáticos de la serie, lo que exige que todos ellos posean una diferencia cromática de aumento capaz de ser igualada por una misma cantidad, en sentido contrario, en los oculares, y á ese fin, los constructores dejan en los objetivos más débiles cierta cantidad de residuo de aberración superior á la que fácilmente podrían corregir, con el objeto de que sea igual á la inevitable en los objetivos más fuertes, sirviendo así, indistintamente, todos los compensadores para todos los acromáticos de la serie.

La mayor perfección de los apocromáticos se traduce, desde luego, en que con ellos se pueden emplear oculares mucho más fuertes que con los objetivos ordinarios, pues mientras que la imagen que éstos producen no tolera, sin notable deterioro, oculares de distancia focal menor de unos 25 milímetros, con los apocromáticos pueden usarse perfectamente compensadores de 10 mm., conservando la imagen toda la finura en los detalles. Esta circunstancia ha hecho necesario que los oculares más fuertes de la serie (8, 12 y 18) se construyan bajo un plan diferente del de los oculares del tipo Huygens, pues en ellos, cuando la distancia focal es inferior á 20 mm., el punto ocular está muy próximo á la lente frontal y su uso es incómodo, impidiendo, además, el empleo de la cámara clara. Para obviar estos inconvenientes se adopta para los tres últimos oculares de la serie el tipo de los oculares ortoscópicos, disponiendo la montura de éstos, lo mismo que la de los más débiles, de modo que, una vez colocados en el tubo del microscopio, su plano focal anterior quede á la misma altura, circunstancia necesaria en los apocromáticos,

puesto que una pequeña variación en la distancia para la cual ha sido corregida la imagen influye sobre ella de un modo perjudicial.

29. Objetivos de corrección.—Otro género distinto de aberración, cuya causa reside fuera del objetivo, es la que introduce el cubre-objeto, ó sea la laminilla de vidrio muy delgada y de caras paralelas, indispensable en la mayor parte de las preparaciones microscópicas. Un haz de rayos que parta de un punto situado en la cara inferior de una lámina de vidrio, al salir de ella, por su cara superior, dejará de formar un haz homocéntrico, y estará transformado en un haz de rayos afecto de aberración; esto es, que los rayos del haz no partirán de un solo punto, sino de varios puntos situados en una pequeña línea recta, cuya longitud marcará la cantidad de aberración. Si el punto luminoso O está situado debajo de la laminilla, según se representa en la *figura 19*, el haz experimentará dos aberraciones de sentido contrario: una, al penetrar en el vidrio por la cara inferior de la laminilla, y otra, al salir de él por la cara superior. Comparando estas dos aberraciones contrarias con las que experimentan los rayos por causa de la esfericidad de las lentes, podemos asemejar la aberración O_1 de los rayos, al atravesar el espesor de la laminilla, á la aberración que producen las lentes convergentes y decir que el haz está falto de corrección y, por el contrario, al salir el haz por la cara superior de la laminilla (O_2) estará sobrecorregido, ó corregido por exceso (1). Por hallarse siempre el cubre-objeto entre el objetivo y el punto O, influirá en

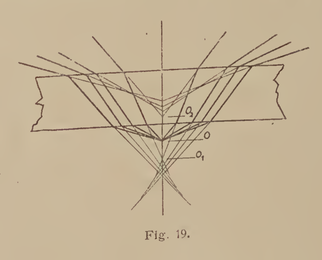


Fig. 19.

(1) La posición de la cáustica sirve para determinar el género de aberración, asemejándola á la producida por las lentes esféricas. Cuando la cáustica se abre en el mismo sentido en que marchan los rayos, hay sobre-

sentido de sobrecorrección, de modo que, examinando un objeto cubierto por una laminilla con un objetivo perfectamente corregido, la imagen presentará los defectos característicos de la sobrecorrección, es decir, será lo mismo que si se examinara el objeto descubierto con un objetivo corregido en exceso. Así, pues, el cubre-objeto introduce en la imagen los defectos de la sobrecorrección, y para contrarrestarlos es preciso que el objetivo esté falto de corrección la misma cantidad. Esto sucede en el supuesto de que entre la lente frontal del objetivo y el cubre-objeto exista una capa de aire —objetivos ordinarios—pues si este espacio estuviese lleno de un medio de índice igual al del vidrio, continuando el objeto en el aire, el cono de rayos que partiera del punto O, al penetrar en el objetivo, llevaría cierta cantidad de aberración positiva, ó lo que es lo mismo, estaría falto de corrección.

La influencia del cubre-objeto (prescindiendo del índice de refracción del vidrio) es tanto más notable cuanto mayor sea su espesor y más grande la inclinación de los rayos que el objetivo admita para formar la imagen. Por eso sus efectos perjudiciales se notan, sobre todo, en los objetivos de gran ángulo, y, con objeto de remediarlos, los constructores dejan los objetivos intencionadamente faltos de corrección, precisamente aquella cantidad necesaria para anular la sobrecorrección producida por un cubre-objeto de un espesor determinado. (Para Zeiss, de 0,15 á 0,20 mm.; Leitz, de 0,16 á 0,18; Reichert, de 0,17, etc., etc.) Mas si el objetivo se emplea con un cubre-objeto de espesor distinto de aquél para el cual ha sido corregido, en seguida se notan disturbios en la pureza de la imagen, siendo éstos apreciables en los objetivos secos de gran ángulo, de 130 á 140° (ap. núm. 0,90 á 0,95) para diferencias de espesor de 0,01 á 0,02 mm. Esta sensibilidad decrece rápidamente con la disminución de la abertura, dejando de ser perceptible en los objetivos débiles y de poco ángulo para las diferencias de espesor que suelen presentar los cubre-objetos ordinarios.

---

corrección, y subcorrección en el caso contrario. Véase Czapski: *Theorie der optischen Instrumente*, pág. 88.

Las fórmulas que se deducen de la Adición *B* pueden servir para determinar la cantidad de aberración que introduce una laminilla cubre-objeto de un espesor dado.

Para remediar los disturbios producidos en la imagen por los distintos espesores del cubre-objeto, se construyen los objetivos llamados «de corrección», en los cuales, por medio de un mecanismo apropiado—el collar de corrección—, el observador corrige por sí mismo el objetivo para el espesor del cubre-objeto, haciendo que las lentes posteriores se acerquen ó separen de la lente frontal, consiguiendo de este modo aumentar ó disminuir la subcorrección hasta igualarla á la sobrecorrección que produce las desviaciones de los rayos ocasionadas por el espesor de la laminilla. Este cambio en las distancias de las lentes del sistema influye, naturalmente, en la longitud focal del objetivo y en su ángulo de abertura, pero tan sólo dentro de unos límites que pùeden considerarse como inapreciables, á no ser en el caso de mediciones micrométricas muy precisas.

También pueden corregirse los disturbios de la imagen debidos al empleo de cubre-objetos de un espesor distinto de aquél para el cual ha sido corregido el objetivo, alargando ó acortando la longitud del tubo del microscopio, teniendo para ello en cuenta que un alargamiento del tubo implica el que la imagen se forme más allá del punto aplanático posterior, esto es, á mayor distancia de aquélla para la cual ha sido calculado el objetivo, y que en este caso para mantener la enfocación es preciso que el objeto se halle más cerca de la lente frontal que el punto aplanático anterior del sistema. La aberración que así se producirá en la imagen es del mismo género que la ocasionada por un cubre-objeto demasiado grueso, esto es, sobrecorrección. Por el contrario, si la longitud del tubo es menor que la normal, la imagen se formará antes del punto aplanático posterior, y para mantener la enfocación será preciso que el objeto se halle más separado del objetivo que el punto aplanático anterior, lo mismo que cuando se emplea un cubre-objeto demasiado delgado. Así, pues, alargar la longitud normal del tubo equivale á introducir sobrecorrección en la imagen, y acortarla á introducir subcorrección. Despréndese de eso, aplicando el principio de corregir una aberración por otra igual y de sentido contrario, que el disturbio producido en la imagen por el empleo de un cubre-objeto demasiado grueso se suprimirá acortando la longitud del tubo, y que, por el contrario, cuando el cubre-objeto sea

demasiado delgado, habrá que alargar dicha longitud. Por ejemplo: si se emplea el apocromático Zeiss 3 mm., corregido para un cubre-objeto de 0,16 mm., sucesivamente con cubre-objetos de 0,155, 0,150 y 0,145 mm., habrá que alargar la longitud normal del tubo (= 16 cm.), 10, 18 y 27 mm. para que desaparezcan de la imagen los disturbios producidos por la subcorrección ocasionada por los cubre-objetos demasiado delgados, y, por el contrario, acortarla 7, 14 y 17 mm., si los espesores de los cubre-objetos son de 0,165, 0,170 y 0,175 milímetros (1).

Muy sensibles al estado de las correcciones del objetivo y á los disturbios que en ellas producen las diferencias en el espesor de los cubre-objetos son las imágenes puntiformes de las partículas ultramicroscópicas en fondo obscuro, las cuales ofrecen hoy día el medio más preciso para determinar el espesor justo del cubre-objeto para el cual han sido hechas las correcciones de un objetivo dado, pues las más pequeñas diferencias en dicho espesor se traducen en cambios bien apreciables en la imagen. Cuando el objetivo está perfectamente corregido y el espesor del cubre-objeto es el justo, con una enfocación perfecta la imagen de esas partículas ultramicroscópicas aparece como un punto ó pequeñísimo disco brillante, en fondo negro y rodeado de un finísimo anillo de difracción apenas perceptible, y aunque se suba ó se baje la enfocación una pequeña cantidad, esa imagen no experimenta cambio notable, limitándose á perder un poco de su finura é intensidad luminosa. Mas si el cubre-objeto es demasiado grueso (sobrecorrección), subiendo un poco la enfocación por medio del tornillo de movimiento lento del microscopio, la imagen cambia sensiblemente, puesto que el pequeño disco aparece claramente rodeado por varios anillos de interferencia bien definidos, y, si se baja la enfocación, los anillos se disipan y esfuman, formando un halo nebuloso alrededor del pequeño disco ó punto brillante. Si

(1) Una serie de experiencias en este sentido, verificadas con varios objetivos Zeiss, así como los efectos de la sobre y subcorrección en la imagen de las partículas ultramicroscópicas en fondo negro, pueden verse en Siedentopf: *Ueber Mikroskopische Beobachtung bei Dunkelfeldbeleuchtung. Zeitschr. f. wissen. Mikroskopie*, XXV (1908), pág. 279. *Ueber ultramikroskopische Abbildung.* Idem id. XXVI (1910), pág. 391.

el cubre-objeto es demasiado delgado (subcorrección), entonces estos fenómenos se producen al revés, esto es, los anillos brillantes aparecen con la enfocación baja y el halo nebuloso con la enfocación alta. Las observaciones ultramicroscópicas ofrecen, pues, un medio fácil y preciso para determinar la sobre ó subcorrección del objetivo, ya sea producida por el empleo de cubre-objetos cuyo espesor no sea el justo, ó bien por una longitud del tubo del microscopio diferente de la longitud normal.

30. Objetivos de inmersión.—En la cantidad de aberración que llevan consigo los hacecillos al penetrar en la lente frontal, debida al cubre-objeto, influye además del espesor de la laminilla, la diferencia entre el índice refractivo del vidrio y el del medio que ocupa el espacio de enfocación, y el de aquél en que se halla embebido el objeto. Cuanto mayor sea esa diferencia, mayor será la sobrecorrección producida á igualdad de espesor del cubre-objeto, y viceversa.

El óptico italiano Amici fué el primero (1850) que ensayó la substitución de la capa de aire que en los objetivos secos existe siempre entre la lente frontal y la cara superior del cubre-objeto por una capa de agua, apreciando desde luego las grandes ventajas que con ello se obtenían bajo el punto de vista de la finura de la imagen, y quedó así establecido el «principio de la inmersión», aunque sin sospechar siquiera las importantes consecuencias que de él se desprenden para la génesis física de la imagen, las cuales serán objeto de estudio más adelante. Después de numerosos ensayos realizados por distintos ópticos y microscopistas con una porción de substancias más ó menos ventajosas, que han ido cayendo poco á poco en desuso, aprovechó el Profesor Abbe una idea sugerida por W. Stephenson (1), y calculó, en colaboración con C. Zeiss, los objetivos de «inmersión homogénea» (1878); y hoy solamente éstos y los de «inmersión en agua» son los que se encuentran en los catálogos de los constructores de microscopios.

---

(1) Profesor Abbe: *Ueber Stephenson's Systemm der homogenen Immersion bei Mikroskop-Objetiven. Jenaischen Gesell. f. Medicin und Naturwissenchaft*, 1879. Traducción inglesa por R. Woodall en el *Journ. Royal Microscop. Society*, Mayo de 1879.

Las principales ventajas de los objetivos de «inmersión», en general, son las siguientes, haciendo caso omiso de las que afectan al proceso físico de la imagen, las cuales, como se acaba de decir, se estudiarán más adelante:

1.ª La disminución de las aberraciones producidas por el cubre-objeto cuando el espacio libre entre su cara superior y la lente frontal del objetivo (espacio de enfocación) está ocupado por un líquido cuyo índice sea más próximo al del vidrio que el del aire, permite llevar á efecto las correcciones de un modo más completo y más fácilmente, pues la aberración (sobrecorrección) de los haces de rayos al entrar en el objetivo es mucho menor, y menor también es la aberración que se produce en la cara plana de la lente frontal del objetivo; y así, empleando los mismos procedimientos, un objetivo de inmersión resultará más perfectamente corregido que un objetivo seco de igual abertura.

2.ª Los disturbios producidos en la imagen por diferencias en el espesor del cubre-objeto son mucho menos sensibles en un objetivo de inmersión que en un objetivo seco.

3.ª A causa de las refracciones menos considerables que experimentan los rayos en las superficies del cubre-objeto y en la cara plana de la lente frontal, la pérdida de luz por las inevitables reflexiones que al mismo tiempo se originan será también menor que en los objetivos secos, y la imagen aparecerá más brillante. Además de la pérdida de luz, las refracciones bajo grandes incidencias dan lugar á reflexiones que velan algo la pureza de la imagen en los objetivos secos, y, por otro lado, la experiencia enseña que la mayor finura de la imagen, esto es, la más perfecta concentración de los rayos en los puntos de la imagen, produce el efecto aparente de un aumento de iluminación; y

4.ª En igualdad de circunstancias, la distancia de enfocación es mayor en los objetivos de inmersión que en los objetivos secos, según hemos visto en el § **5**.

Todas estas ventajas de la inmersión llegan á un máximo cuando el cubre-objeto, la lente frontal y el líquido de inmersión tienen el mismo índice refractivo y el mismo poder de dispersión, pues entonces se forma una capa homogénea y desaparece la influencia del cubre-objeto. Esto sucede en los objetivos de «inmersión ho-

mogénea». En ellos los haces de rayos que parten de los distintos puntos del objeto llegan á la cara posterior de la lente frontal sin haber experimentado la menor refracción y, por lo tanto, sin aberración alguna, y así el problema queda reducido á corregir las aberraciones que se producen á partir de dicha cara de la lente frontal, sin tener para nada en cuenta—porque no existen—las que al llegar á ese punto llevan ya consigo los hacecillos en los objetivos secos, y también, aunque en menor escala, en los objetivos de inmersión en agua; y, en estas condiciones, se comprende fácilmente que se está en una posición más ventajosa para conseguir que desaparezcan los residuos de las aberraciones que influyen de un modo perjudicial en la imagen (1).

Para que la «inmersión homogénea» sea efectiva, es preciso que el medio que se emplee para la inmersión tenga el mismo índice y el mismo poder refractivo que el crownglas de la lente frontal y de la laminilla cubre-objeto, y, generalmente, se emplea con ese fin el aceite de cedro *(Juniperus virginiana)* espesado por la acción del aire y de la luz (2); mas como las más pequeñas variaciones en sus propiedades tienen influencia en la imagen, no debe usarse otro medio de inmersión que aquél que con cada objetivo ya tienen el cuidado de dar los constructores.

En lo que antecede sólo hemos considerado la inmersión

(1) Aprovechando la propiedad que poseen las superficies esféricas que separan dos medios de índices diferentes, de tener dos puntos aplanáticos colocados sobre un mismo diámetro, uno real y otro virtual, se consigue en los objetivos de inmersión homogénea que todos los rayos que parten del punto axil del objeto salgan de la cara posterior de la lente frontal libres de toda aberración esférica, y sujetos además á la ley de los senos, para esos dos puntos conjugados. El objeto ocupa el punto aplanático real.

(2) El aceite de cedro ordinario tiene el índice 1,51, y el poder refractivo un poco superior al del crown. Esta última circunstancia es favorable á la corrección de las faltas producidas por la «diferencia cromática de la aberración esférica», permitiendo una reunión más completa de los rayos en el centro de la abertura. Como el índice 1,51 es más pequeño que el del crown que comúnmente se emplea para tallar las lentes frontales ($n = 1.518$ á 1.520), con objeto de aumentarle se hace espesar el aceite de cedro exponiéndole, en capas delgadas, á la acción del aire y de la luz. De este modo se consigue que aumente el índice hasta 1,52, sin que cambie por ello el poder dispersivo.

como un medio de suprimir los efectos perjudiciales que producen las diferencias en el espesor del cubre-objeto, y de llevar á cabo de un modo más eficaz las correcciones de esfericidad y cromatismo. Otra influencia tanto ó más importante tiene «la inmersión» como medio de aumentar la «apertura numérica de los objetivos», y de ella nos ocuparemos de un modo especial en los siguientes capítulos.

CAPÍTULO IV.

Iluminación del objeto.

En el Capítulo II hemos supuesto que de todos los puntos del objeto partían rayos de luz que llenaban por completo la abertura del objetivo, sin preocuparnos para nada de la procedencia de esos rayos; mas no siendo los objetos microscópicos cuerpos luminosos por sí mismos, sino cuerpos iluminados, es preciso estudiar el proceso de la iluminación y la marcha que siguen los rayos en el microscopio, considerándolos como procedentes de un manantial luminoso distinto del objeto, que puede llenar toda ó solamente una parte de la abertura del objetivo. El objeto, una vez iluminado, modifica,. dentro de extensos límites, la forma y dirección de los conos de rayos iluminantes, como veremos detenidamente al tratar de la génesis de la imagen; más en el presente Capítulo prescindiremos, en cuanto sea posible, de esa acción peculiar del objeto, limitándonos á estudiar el problema de la iluminación y de la marcha de los rayos que parten del manantial luminoso, como si el objeto fuese transparente y no ejerciera sobre ellos acción alguna.

31. Iluminación en general.—Los fundamentos de la iluminación microscópica no han sido siempre bien comprendidos y han dado lugar á una porción de interpretaciones erróneas, de las cuales no se ven aún hoy día libres algunos tratados del microscopio que todavía hablan de la iluminación

con luz paralela obtenida por medio del espejo plano, y de luz convergente con el espejo cóncavo, y de los maravillosos efectos de ciertos condensadores en cuanto á su poder de concentrar la luz sobre el objeto, etc., etc. Y, no obstante, la teoría de la iluminación microscópica no puede ser más clara, según vamos á ver (1). El caso general, al que pueden reducirse todos los demás, consiste en la iluminación del objeto por una superficie iluminante de forma y dimensiones definidas, y situada á una determinada distancia. Supongamos, según representa la *figura 20*, que $O_1 O O_2$ es el objeto y $P_1 P P_2$ una superficie luminosa por sí misma, ó bien que refleja uniformemente y en todas direcciones los rayos que recibe de un manantial de luz cualquiera. Cada elemento de esta superficie envía á los distintos puntos del objeto un haz de rayos, y así los pun-

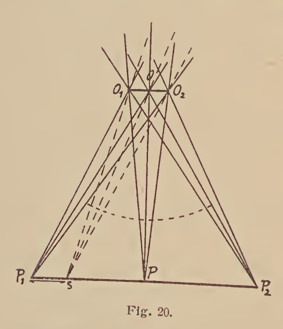


Fig. 20.

(1) Los fundamentos de la iluminación microscópica expuestos bajo una base cierta, aparecieron por primera vez en el Tratado del Microscopio de Naegeli y Schwendener (*Das Mikroskop*, Leipzig, 1865); y luego la teoría completa fué desarrollándose en los siguientes trabajos, que se han tenido á la vista para escribir este Capítulo:

Prof. Abbe: *Ueber die Bestimmung der Lichtstärke optischer Instrumente. Mit besonderer Berücksichtigung des Mikroskops und der Apparate zur Lichtconcentration. Jenaische Zeitschrift für Medicin un Naturwissenschaft*. VI, 1871.

Prof. Abbe: *Ueber einen neuen Beleuchtungsapparat am Mikroskop. M. Schultze's Archw. f. mikrosp. Anatom.*, IX, 1873.

Prof. Abbe: *Beiträge zur Theorie des Mikroskops. M. Schultze's Archv. f. mikroskop. Anatom.* IX,, 1873.

E. Fripp: *On the Theorie of Iluminating Apparatus employed with the Microscope. Jour. Roy. Mic. Society*, Agosto, 1879.

E. Fripp: *On Daylicht Ilumination with the plan Miror. Jour. Roy Micr. Society*, 1880.

Dr. Dippel: *Handbuch der allgemeinen Mikroskopie* (Brunswick 1882 y *Grundzüge der allgemeinen Mikroskopie* (Idem, 1885).

tos O_1, O y O_2 estarán iluminados por conos de rayos, tales como $P_1 O_1 P_2$, $P_1 O P_2$....., que tienen por base común la superficie iluminante $P_1 P P_2$, y cuyo ángulo puede considerarse igual en todos ellos, teniendo en cuenta que las dimensiones del objeto son siempre muy pequeñas con relación á la superficie iluminante y á la distancia á que se halla colocada. Podemos, pues, admitir que el objeto recibe una iluminación uniforme en todas sus partes, puesto que cada elemento de la superficie iluminante envía rayos que convergen y se cruzan en sus distintos puntos, y cuyo conjunto puede descomponerse en una serie infinita de conos, cuyos vértices están en la superficie del objeto y cuya base común es la superficie iluminante. Estos rayos, suponiendo que el objeto no ejerciera sobre ellos acción alguna, continuarían su camino transformados en haces divergentes, pudiendo considerarse, para los efectos dióptricos, como si realmente partieran de los distintos puntos del objeto (1). El ángulo w de los conos de rayos iluminantes—ángulo de iluminación—prácticamente igual para todos ellos, depende exclusivamente del diámetro de la superficie iluminante $P_1 P_2$, y de su distancia al objeto, de modo que con una misma superficie iluminante cambiará el grado de iluminación según que se aumente ó acorte esta distancia, y viceversa. Cuando el centro P de la superficie iluminante está en el eje OP, la inclinación de todos los rayos es simétrica con respecto á dicho eje, y la iluminación se llama central. Si la superficie iluminante se reduce á la porción $P_1 s$, la base común de todos los conos será solamente esa porción $P_1 s$, y la iluminación será oblicua, puesto que á los puntos del objeto irán á parar conos de rayos cuyos ejes formarán un ángulo con OP. El flujo de energía luminosa, ó sea la cantidad L de luz que cada elemento s del objeto recibe de la superficie iluminante, suponiendo que la intensidad específica de los ra-

(1) Efectivamente, en dióptrica así se admite; mas según veremos en la Segunda Parte al ocuparnos de la formación *física* de la imagen, aunque los rayos se cruzan en los distintos puntos del objeto, por ser *incoherentes* no pueden interferir entre sí y formar, por lo tanto, verdaderos centros de vibración, estableciéndose por ese motivo una verdadera diferencia entre los objetos iluminados y los que son luminosos por sí mismos.

yos que dicha superficie refleja sea I, estará representada por

$$L = \pi \cdot I \cdot s \cdot sen^2 \frac{1}{2} w \qquad (1).$$

Estos son los fundamentos generales del proceso de la iluminación que se aplican lo mismo cuando ésta se verifica por medio del espejo plano ó del cóncavo, ó bien cuando se emplean los sistemas de lentes llamados condensadores, pues en todos los casos encontraremos una superficie real ó virtual análoga á la $P_1 P_2$, que constituye la base común de todos los conos de rayos cuyos vértices están en los distintos puntos del objeto, de modo que la iluminación se verificará siempre por medio de haces convergentes y nunca paralelos, los cuales se transforman en haces divergentes después de pasado el plano del objeto, y en esa forma penetran en el objetivo. El ángulo de iluminación w le encontraremos también siempre determinado por el diámetro de la superficie iluminante —real ó virtual—y por su distancia al objeto, de modo que acortando esa distancia, ó aumentando el diámetro, se aumentará la cantidad de luz que cada elemento del objeto recibe, y viceversa.

32. Espejos plano y cóncavo. Diafragmas.—El caso más sencillo de la iluminación microscópica se realiza cuando solamente se emplea el espejo plano ó cóncavo. Entonces los rayos que parten del manantial luminoso (una nube, un trozo de pared blanca, una porción del cielo azul.....) son reflejados por el espejo en determinadas direcciones, de tal modo que cada elemento de su superficie es el vértice de un cono de rayos que divergen hacia el objeto. En la *figura 21*, por ejemplo el manantial está representado por la superficie SS, que suponemos de extensión ilimitada y de iluminación uniforme. Si de ella tomamos una porción cd, y prescindiendo de los rayos que emite en todas direcciones tenemos sólo en cuenta

(1) Esta fórmula viene á ser igual á la [a] del § **19**, puesto que la cantidad de luz que un elemento superficial irradia á una superficie colocada á una determinada distancia, es igual á la que esta superficie, así iluminada, enviaría al punto iluminante, si emitiera luz. Véase la nota del § **39**.

los que van al elemento p del espejo, veremos que todos ellos están contenidos en el cono pcd, cuya base es la porción cd del manantial de luz, y cuyo vértice está en el elemento p del espejo. Este cono de rayos será reflejado por dicho elemento p en otro cono del mismo ángulo, dentro del cual se halla el objeto $O_1 O O_2$; y uno sólo de sus rayos, el pO, iluminará su punto central O. Este rayo es el que procede del punto i del manantial SS, y el único de todos los contenidos en el cono pcd que pasa por el punto O. La misma superficie SS envía otros conos de rayos á los demás elementos p_1, s, t, p_2..... del espe-

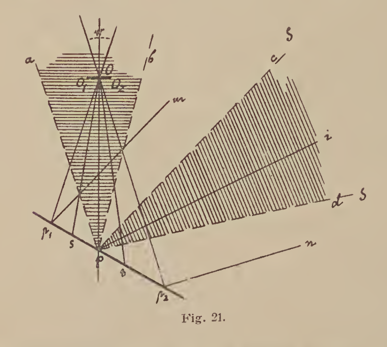


Fig. 21.

jo, los cuales son reflejados de la misma manera, y en cada uno de ellos existe un rayo, p_1O, sO, tO....., que pasa por el punto O del objeto, de modo que éste estará iluminado por el cono Op_1p_2, cuya base es la superficie del espejo; ó, en otros términos, cada elemento superficial del espejo envía un rayo al punto O. Análogo razonamiento, repetido para los demás puntos del objeto, nos conduciría á una conclusión idéntica, y así podemos decir que cada punto del objeto está iluminado por un cono de rayos cuya base es la superficie del espejo. Para determinar los puntos del manantial de luz de donde proceden los rayos que forman los conos iluminantes, ó sea la porción de su superficie activa para la iluminación del objeto, basta suponer que los rayos parten del punto O en todas direcciones, y seguir su marcha según las leyes de la reflexión,

prolongándolos hasta encontrar el manantial luminoso. Así, por ejemplo, para ver la extensión de dicho manantial necesaria para aprovechar toda la superficie del espejo, bastará prolongar los rayos Op_1 y Op_2, después de reflejados en p_1 y p_2 según p_1m y p_2n, hasta que encuentren la superficie SS.

Los rayos, al partir del manantial luminoso, tienen una intensidad específica determinada por la naturaleza misma de dicho manantial, y con esa misma intensidad llegan al objeto, suponiendo insignificante la pérdida que experimentan al reflejarse en la superficie del espejo. Siendo así, el cono de rayos Op_1p_2 producirá en O una iluminación de igual intensidad que si recibiera dichos rayos directamente del manantial SS, bajo el mismo ángulo y sin la mediación del espejo, y, por lo tanto, se puede decir que la iluminación por medio del espejo plano, ó sea la cantidad total de luz que recibe el objeto, es la misma que recibiría directamente del manantial SS dentro del ángulo de iluminación determinado por el espejo. Si el objeto es transparente, y el ángulo de iluminación no es superior á la abertura del objetivo, esa cantidad de luz es la que el microscopio recibe para formar la imagen.

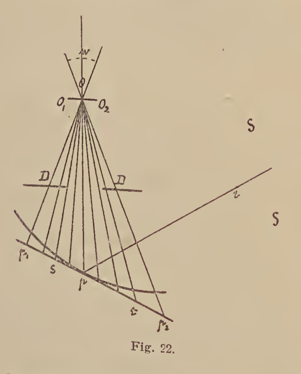


Fig. 22.

Con el espejo cóncavo sucede exactamente lo mismo que con el plano. Los conos de rayos que el manantial de luz SS envía á cada elemento de la superficie curva *(figura 22)* son reflejados hacia el objeto, y su punto central O recibe todos los rayos contenidos dentro del cono Op_1p_2 ó, lo que es lo mismo, su iluminación es igual á la que sobre él produciría directamente el manantial SS bajo el ángulo p_1Op_2. Si la superficie SS es ilimitada ó, por lo menos, está contenida dentro de los rayos extremos Op_1 y Op_2, reflejados res-

pectivamente por las superficies plana y cóncava de los espejos, formando dichos rayos en ambos casos el mismo ángulo $p_1 O p_2$, la iluminación del objeto será exactamente igual con el espejo plano que con el espejo cóncavo. Mas si la extensión del manantial luminoso fuese limitada, entonces la acción de los dos espejos puede ser diferente en el sentido de que, con una misma extensión de superficie iluminante, el espejo cóncavo proporciona al objeto un cono de rayos de mayor ángulo que el espejo plano. En efecto: si suponemos que *SS (fig. 23)* es la extensión de dicha su-

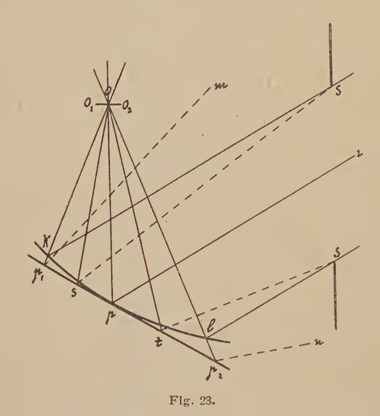


Fig. 23.

perficie—una ventana, por ejemplo—, los rayos extremos *Sk* y *Sl*, que van á los bordes del espejo cóncavo, después de reflejados en los puntos *k* y *l*, se cruzan en el centro del objeto *O*, de modo que en este caso el ángulo iluminante será kOl ($= p_1 O p_2$). Estos mismos rayos *Sk* y *Sl*, reflejados por el espejo plano, no encuentran al objeto *O* y, por lo tanto, no contribuyen á su iluminación, siendo preciso para que esto suceda llegar á los rayos *Ss* y *St*. Con el espejo plano y la misma superficie iluminante *SS*, permanecen, pues, inactivas las porciones $p_1 s$ y $t p_2$, y el ángulo del cono de rayos concentrados en *O* queda reducido á $s O t$. Para que ese ángulo fuese

igual al del espejo cóncavo, sería preciso que la superficie SS fuese lo suficientemente extensa para que la encontraran los rayos p_1m y p_2n. La ventaja, pues, del espejo cóncavo sobre el plano, cuando el manantial de luz es de pequeñas dimensiones, consiste en que el cono de rayos iluminantes es de mayor ángulo; mas esa ventaja desaparece desde el momento en que la superficie SS es bastante extensa para que la encuentren los rayos reflejados que desde O pasan por los bordes de ambos espejos. En la *figura 23* la superficie activa del espejo correspondiente al manantial SS es para el espejo cóncavo kl, y para el plano, solamente st. El espejo cóncavo aprovecha, pues, para iluminar el objeto, mayor cantidad de los rayos que parten de SS que el espejo plano, y esta es la única diferencia en la acción de los dos espejos, pues la iluminación con rayos paralelos, atribuída al espejo plano, es tan sólo una interpretación errónea que se encuentra aún en algunos tratados de microscopia.

Aumentando ó disminuyendo la distancia entre el espejo y el objeto, se cambia el ángulo de abertura del cono de rayos iluminantes; mas, en la práctica, se obtienen con más facilidad esas variaciones por medio de diafragmas situados entre el objeto y el espejo, cuya acción real viene á ser la misma que si se redujera el diámetro de este último. En el plano de la abertura del diafragma se cruzan todos los rayos reflejados por el espejo *(DD, fig. 22)*, y, por lo tanto, esa abertura es la base común de todos los conos iluminantes que tienen sus vértices en los distintos puntos del objeto. Lo mismo con el espejo plano que con el espejo cóncavo, la abertura del diafragma limita la parte activa del manantial luminoso, y prácticamente es como si dicho manantial se hubiese trasladado á ella, sirviendo su diámetro y su distancia al objeto para determinar el ángulo del cono de rayos iluminantes.

33. CONDENSADORES.—Con el fin de poder iluminar el objeto con conos de luz de gran abertura sin necesidad de recurrir á un espejo de diámetro desmesurado, se interpone comúnmente entre éste y el objeto un sistema de lentes que recibe el nombre de condensador. Las condiciones esenciales de la iluminación hasta ahora expuestas no cambian por eso, pues, en realidad, el objeto continúa iluminado por una su-

perficie que no es otra cosa que la imagen real ó virtual del manantial luminoso formada por el condensador, la cual, por su diámetro y situación, determina el ángulo de los conos de rayos iluminantes. Las dimensiones y posición de esa imagen estarán determinadas por las constantes ópticas del condensador, y, además, las primeras, también por la magnitud del manantial iluminante, en el caso de que no pueda considerarse como ilimitado con respecto al ángulo de abertura del con-

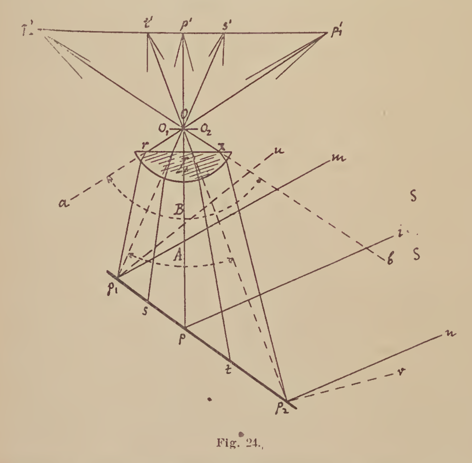


Fig. 24.

densador, ó por el diámetro y posición del espejo ó del diafragma que se emplee. En la *figura 24*, por ejemplo, el espejo plano $p_1 p_2$ iluminaría directamente el objeto O con un cono de rayos de ángulo A $(= p_1 O p_2)$; mas si se interpone la lente L, la abertura del cono iluminante será B $(= r O z)$. En este caso podemos considerar que el objeto está inmediatamente iluminado por la superficie rz de la lente L, ó mejor por la imagen real $p'_2 p' p'_1$ que dicha lente forma del espejo, la cual, por su diámetro y por su distancia al objeto, determina el ángulo $p'_2 O p'_1 = r O z$ del cono iluminante. Si existiera un diafragma entre el espejo y la lente ó sistema de lentes ($D_1 D_2$ *figura 26)*

situado dentro del foco—como es el caso común en los condensadores—, entonces la superficie iluminante estaría representada por la imagen virtual de su abertura $D'_1 D'_2$ (*fig. 26*). Volviendo al caso representado por la *figura 24*, y tomando la imagen $p'_2 p' p'_1$ como si fuese realmente una superficie luminosa que emitiera rayos, veremos que de todos sus puntos parten hacia el objeto conos de ángulo limitado, en cada uno de los cuales hay un rayo que pasa por el punto *O*, el cual, después de atravesar la lente y de ser reflejado por el espejo va á parar al manantial luminoso primitivo *SS*. El conjunto de todos estos rayos formará un cono, cuyo vértice está en *O*, y cuya base será la imagen $p'_2 p' p'_1$, y como igual acontece para los demás puntos del objeto, podemos decir que la imagen del espejo ó del diafragma, si existiese uno, es la base común de todos los conos de rayos que iluminan el objeto $O_1 O O_2$. Y si se tiene en cuenta que la intensidad específica de los rayos, cuando el objeto y la imagen se hallan en un mismo medio, es igual en ambos—prescindiendo, por supuesto, de la pequeña pérdida que pueden ocasionar las reflexiones y refracciones—, podemos decir que el objeto está iluminado por un cono de rayos de abertura *aOb*, de igual intensidad que los que envía el espejo $p_1 p_2$ y el manantial *SS* ó, lo que es lo mismo, que la cantidad de luz que recibe el punto *O* por el intermedio del condensador, es la misma que recibiría directamente de la superficie *SS*, bajo el ángulo *aOb*, sin el intermedio de las lentes ni del espejo. Saltan, pues, á la vista las grandes ventajas que proporcionan los condensadores para iluminar el objeto con conos de rayos de gran ángulo; pero al mismo tiempo, aparece también, no menos claro, que su acción no tiene nada de específica ni de particular, puesto que siempre puede ser substituída por la que ejercería directamente la superficie iluminante originaria sin el intermediario de lente alguna, en el caso de que dicha superficie fuese vista desde el punto *O* del objeto, bajo un ángulo igual al que aparece su imagen formada por el condensador (1). Este ángulo depende del

(1) Prof. Abbe: *Ueber die Bestimmung der Lichtstärke optischer Instrumente. Jenaische Zeit f. Medicin und Naturwissenschaft*, VI (1871), pág. 276.

diámetro de la imagen y de la distancia á que se forma del objeto; así, cuando es positiva, como sucede en la *figura 24,* el ángulo aumenta al separar el objeto de la lente y disminuye, por el contrario, cuando es virtual, como sucede en el condensador Abbe representado en la *figura 26.* En el primer caso, si se separa mucho la lente del objeto, puede ocurrir que no se halle éste comprendido dentro de los haces de rayos que parten de los puntos extremos de la imagen—los cuales son de ángulo limitado, como los de todas las imágenes—, y entonces queda inactiva, para los efectos de la iluminación, su parte periférica, y es lo mismo que si hubiese disminuído su diámetro.

34. Diversos géneros de iluminación. Condensador Abbe.—Las relaciones entre la superficie iluminante y la abertura del objetivo determinan una porción de modificaciones en la iluminación del objeto que son de gran importancia en las observaciones microscópicas. Cuando el eje del cono de rayos iluminantes coincide con el eje óptico del objetivo y su base es un círculo concéntrico al de la sección del cono de la abertura, se dice que la iluminación es central. En este caso los rayos están repartidos simétricamente alrededor del objeto con relación al eje del microscopio, y cuando esto no sucede, se dice que la iluminación es oblicua ó lateral. En la iluminación central, los rayos pueden llenar toda la abertura del objetivo ó solamente su porción céntrica, ó bien toda su porción anular periférica sin perder su carácter de completa simetría alrededor del eje óptico. La iluminación lateral ú oblicua es, por el contrario, asimétrica, y en ningún caso llena toda la abertura del objetivo, siendo muy fácil de determinar la porción de ésta que queda inactiva, proyectando la superficie inmediatamente iluminante sobre una sección de dicha abertura. Así, por ejemplo, en la *figura 25,* si *mon* es el ángulo de aber-

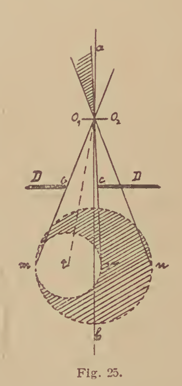


Fig. 25.

tura del objetivo *S* y los rayos que el espejo envía al objeto están interceptados por el diafragma *D*, que sólo permite el paso á los correspondientes á su abertura excéntrica *cc*. Para determinar la parte activa de la abertura del objetivo bastará proyectar sobre su sección *mn* la abertura *cc* del diafragma, y veremos que el punto *O* del objeto será el vértice del cono oblicuo de rayos cuya base elíptica es *mr*, y cuyo eje *Ot* está inclinado con relación al eje óptico del objetivo, permaneciendo inactiva para la iluminación toda la parte que aparece rayada en la figura.

En la práctica de la observación microscópica es de gran importancia poder pasar de un modo fácil y rápido de un género á otro de iluminación, así como el poder aumentar ó disminuir la anchura de los conos de rayos iluminantes y dirigirlos sobre el objeto según diferentes inclinaciones y acimutes, y por eso todos los constructores procuran que la parte del microscopio destinada á la iluminación satisfaga á todas esas exigencias. Con sólo el espejo y un juego de diafragmas se pueden obtener todos los efectos de iluminación, mas es preciso para ello que el espejo sea movible en todas direcciones, y que pueda, además, separarse mucho del eje del microscopio, como sucedía en los antiguos modelos. Con muchísima más facilidad y de un modo más efectivo se ilumina el objeto en la forma deseada empleando los condensadores, indispensables hoy día siempre que se quieran llenar los grandes ángulos de abertura de los objetivos modernos y, sobre todo, de los objetivos de inmersión. Las formas de condensadores empleadas antiguamente eran muy numerosas, pues cada constructor tenía las suyas propias, á las cuales atribuía cualidades la mayor parte de las veces ilusorias; mas desde que se puso en claro que la acción de los condensadores no tenía nada de singular, reduciéndose siempre á producir una superficie iluminante más ó menos inmediata, según acabamos de ver, la cual, por sus modificaciones de posición y magnitud, da lugar á los distintos géneros de iluminación en sus variadas gradaciones, todas esas formas han ido cayendo en desuso y han sido substituídas casi universalmente por el condensador ideado por Abbe (1), que satisface todas las exigen-

(1) Prof. Abbe: «*Ueber einem neuen Beleuchtungsapparat am Mi-*

cias ordinarias de la iluminación; y solamente en algunos casos especiales, cuando se necesita extremar todo lo posible un género dado de iluminación, con exclusión de todos los demás, se recurre hoy día á otros condensadores, como es el caso, por ejemplo, en la iluminación en fondo negro para las observaciones ultramicroscópicas de que hablaremos luego. La *figura 26* representa de un modo esquemático el condensador Abbe de apertura 1.20 (1). El sistema óptico, de 12 mm. de distancia focal, está compuesto de dos lentes S_1 y S_2, de las

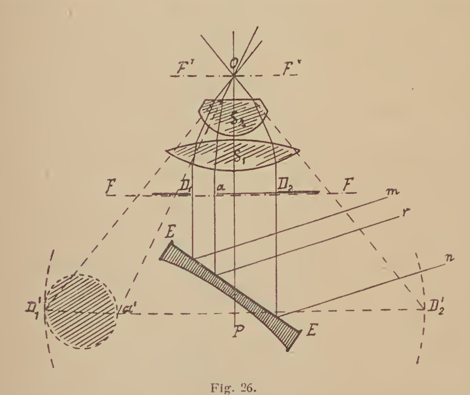


Fig. 26.

cuales la superior es algo más que semiesférica. *P* es el espejo iluminante, y entre él y las lentes se halla el diafragma $D_1 D_2$ colocado dentro del foco del sistema $(S_1 + S_2)$, el cual forma de su abertura la imagen virtual $D'_1 D'_2$, que representa, de un modo análogo al dicho para la *figura 24,* la superficie luminosa que ilumina directamente al objeto *O*. El siste-

kroskop». M. Schuzltze's Archiv f. mikr. Anatomie, IX (1873), y *Gesammelte Abhandlungen*, I, páginas 101 y 2.

(1) Del mismo tipo construye Zeiss otro condensador de apertura numérica, 1.40, cuyo sistema óptico se compone de tres lentes, así como construye también, bajo el mismo plan, un condensador acromático destinado á la microfotografía. Véase Carl Zeiss, Jena: «*Mikróskope und microskopische Hilfsapparate*». Edic. 33, 1906.

ma óptico está calculado de modo que con la abertura máxima del diafragma $D_1 D_2$, y estando ocupado por una capa de agua el espacio que queda libre entre la superficie de la lente S_2 y el objeto (empleando el condensador como un sistema de inmersión en agua), la imagen $D'_1 D'_2$ tiene un diámetro y se forma á una distancia tal del objeto, que el ángulo iluminante $D'_1 O D'_2$ es próximamente de unos 128° (apertura numérica 1.20). Si se emplea el condensador como sistema seco, no podrá formar imagen de la abertura del diafragma de diámetro $D_1 D_2$ y será preciso reducir éste para que la forme. El efecto del sistema óptico ($S_1 + S_2$) no es otro que el de substituir el manantial de luz mn que ilumina al espejo P por otro ficticio representado por la imagen virtual del diafragma, la cual tiene para el objeto la misma acción iluminante que tendría el verdadero manantial luminoso mn si fuese visto desde el punto O bajo el ángulo $D'_1 O D'_2$, puesto que la intensidad específica de los rayos de la imagen es la misma que la de los rayos del manantial luminoso, abstracción hecha de la pérdida que hayan podido experimentar por efecto de la reflexión y refracciones. El cambio en la anchura de los conos de rayos iluminantes, así como las variaciones de inclinación con respecto al eje óptico, los realiza el condensador Abbe de un modo muy fácil y efectivo por medio de una ingeniosa disposición de la platina, en la que se colocan los diversos diafragmas ó un diafragma iris. Dicha platina tiene dos movimientos, conservándose siempre en el plano perpendicular al eje óptico del microscopio: uno de traslación longitudinal y otro de giro alrededor de dicho eje óptico, y de esa manera se puede situar el diafragma en todos los grados de excentricidad dentro de la abertura máxima $D_1 D_2$, y luego hacerle girar alrededor del eje. Si se coloca en la platina un diafragma de abertura $D_1 a$, y por medio del movimiento de traslación se le lleva al borde D_1, según representa la figura, su imagen estará en $D'_1 a'$, y entonces el punto O del objeto recibirá la iluminación por medio de un cono de rayos oblicuos cuya base es $D'_1 a'$; y si luego se hace girar la platina alrededor del eje, ese cono girará también alrededor de OP, iluminando siempre al punto O con la misma inclinación, pero bajo diferentes acimutes. Además de ese doble movimiento de la platina, el condensador entero—sistema óptico,

platina y espejo—puede subir y bajar en la dirección del eje del microscopio, lo que permite cambiar la distancia entre el objeto y la imagen $D'_1 D'_2$ del diafragma, con lo cual se consigue modificar de un modo lento el grado de iluminación, pues el ángulo del cono de rayos iluminantes disminuye cuando se aleja el condensador del objeto. Realiza, pues, el condensador Abbe el desiderátum de los aparatos de iluminación, pues con él se obtienen de un modo fácil y rápido todas las gradaciones de luz deseables, desde los conos de rayos que llenan por completo la abertura del objetivo hasta el más estrecho haz luminoso, y al mismo tiempo, y con igual facilidad, se pasa de la iluminación central á la oblicua más extrema, y se puede hacer girar el haz iluminante alrededor del objeto.

35. Iluminación fondo negro. Condensadores de reflexión (ultramicroscopia).—Con el condensador Abbe se obtiene también la «iluminación en fondo negro», tan en boga hoy, por constituir uno de los factores principales de las observaciones ultramicroscópicas (1). Para ello basta emplearle como condensador de inmersión, é impedir el paso de la luz central por medio de un disco circular *A (figura 27)*, que se coloca en la platina de los diafragmas de modo que sólo puedan penetrar los rayos por el anillo libre que queda entre él y el borde de la abertura máxima del diafragma *D D*. En estas condiciones, la superficie iluminante será el anillo *D' a'*,

(1) La ultramicroscopia se reduce á utilizar de un modo conveniente la «iluminación en fondo negro», con objeto de obtener imágenes muy brillantes y que ofrezcan gran contraste, aumentándose de este modo extraordinariamente los límites de la visibilidad. Las observaciones con iluminación en fondo negro pueden también efectuarse en los objetos no ultramicroscópicos—mayores de 0.20 μ.

La ultramicroscopia data del año 1903, en el cual Siedentopf y Zsigmondy demostraron que dirigiendo lateralmente un haz de luz muy intenso en un líquido que tuviese en suspensión partículas cuyas dimensiones fuesen del mismo orden que la longitud de las ondas luminosas—y por lo tanto teóricamente invisibles—, tal como sucede en las substancias coloideas, cultivos de ciertas bacterias, etc., etc., se producen fenómenos de difracción característicos que permite diferenciar, unas de otras, las imágenes y contar su número, aunque, en realidad, lo que se ve no es una verdadera imagen óptica en el sentido estricto de la palabra. El Dr. Sie-

imagen de la abertura circular *Da*; y si el diámetro *aa* del disco *A* es bastante grande (unos 24 mm. para el condensador de apertura numérica 1.40) para que la inclinación del rayo *Oa'* sea igual al ángulo crítico de reflexión entre el vi-

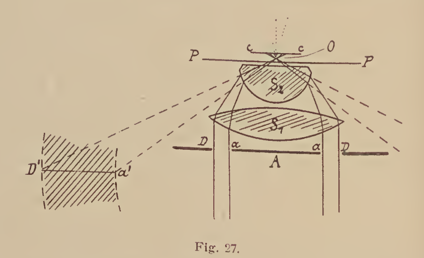


Fig. 27.

drio y el aire, dicho rayo será reflejado al llegar á la cara superior del cubre-objeto, y asimismo lo serán todos los demás rayos que partan del anillo iluminante *D'a'* y vayan á cruzarse en el punto *O* del objeto, y, por lo tanto, ninguno de ellos podrá penetrar en el objetivo. En estas circunstancias no sería posible que se formara imagen si los rayos, al atravesar el objeto ó al rozar las diminutas partículas que lo constituyan (bacterias, ultramicrones, etc., etc.), no experimentasen algún cambio de dirección, como realmente lo experimentan,

---

dentopf, colaborador científico de la casa Zeiss, de Jena, debe considerarse como el fundador de ese reciente método de observación, sobre el cual ha publicado los siguientes estudios fundamentales.

Ueber die Physikalischen Prinzipen der Sichtbarmachung ultramikroskopischen Teilchen. Berliner Klinische Wochenschrift, 1904, núm 32.

Dunkelfeldbeleuchtung und Ultramiskroskopie. Zeitschrift für wissenschafliche Mikroskopie, XXIV, 1907.

Paraboloid-Kondensor, eine neue Methode für Dunkelfeldbeleuchtung zur Sichtbarmachung und Moment-Mikrophotographie lebender Bakterien. Idem íd., XXIV, pág, 104.

Ueber mikroskopische Beobachtungen bei Dunkelfeldbeleuchtung. Idem íd., XXV, 1909, pág. 273.

Ueber ultramikroskopische Abbildung. Idem íd., XXVI, 1909, pág. 391.

Die Sichtbarmachung von Kanten und mikroskopischen Bilde. Idem idem, XXV, 1909, pág. 422.

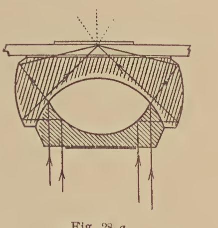
pues es bien sabido—y de ello nos ocuparemos detenidamente más adelante—que en estas condiciones se producen en la luz complicados fenómenos difractivos que alteran profundamente la constitución y dirección de los hacecillos incidentes. Así, pues, los rayos difractados por el objeto serán los únicos que podrán penetrar en el objetivo para formar la imagen, quedando el resto del campo visual obscuro, puesto que no habrá ningún rayo que lo ilumine.

El éxito de las observaciones ultramicroscópicas depende en gran parte de que los ultramicrones estén vivamente iluminados, concentrando sobre ellos conos de luz intensa del mayor ángulo posible, y de que, al mismo tiempo, sólo penetren en el objetivo los rayos difractados que forman la imagen, con el objeto de que exista un gran costraste entre ella y el fondo negro sobre el cual se destaca. Con el fin de que estas condiciones se realicen de la mejor manera posible, sobre todo con los objetivos de gran ángulo, que son precisos para ese género de observaciones, se han ideado una multitud de condensadores especiales, sobre todo por los constructores alemanes, la mayoría de los cuales recuerdan al antiguo paraboloide de Wenham, tan usado antes por los microscopistas ingleses para las observaciones en fondo negro con débiles aumentos. Estos condensadores especiales reunen los rayos sobre el objeto en virtud de las reflexiones que experimentan en sus paredes, de modo que no son sistemas dióptricos, como el condensador Abbe. El tipo construído por la casa Zeiss es el representado esquemáticamente en la *figura 28 a* (1). Un disco opaco pegado á la base de un tronco de paraboloide de bases paralelas, solamente permite la entrada de los rayos por el espacio anular periférico de su base, los cuales, después de reflejados

(1) La descripción del condensador paraboloide de Zeiss puede verse en la noticia publicada por la casa Zeiss: *Paraboloid-Kondensor nach Siedentopf* (Jena, 1908), y también en un artículo del mismo Siedentopf, en el *Zeitschrift f. wiss. Mikroskopie*, tomo XXIV, pág. 104; el que construye Leitz, de Wetzlar, le describe Ignatowski en la misma Revista, en los dos artículos *Ein neuer Spiegelkondensor* (XX, pág. 64), y *Einige Neuerungen am Leitzschen Spiegelkondensor* (XXVI, pág. 387). El condensador de Reichert se encuentra descrito por Oskar Heimstädt: *Neuerungen am Spiegelkondensoren* (XXIV, pág. 233).

Para estudiar el movimiento molecular de partículas en suspensión en

por las paredes parabólicas, van á reunirse en el punto *O* del objeto, que es, á la vez, su foco. El porta-objeto se une ópticamente á la base superior del paraboloide por medio de una gota de aceite de cedro, y en estas condiciones el diámetro del disco opaco está calculado de modo que todos los rayos que penetren en el condensador, después de reflejados por la cara parabólica, se reunan en *O* bajo un ángulo superior al de reflexión total entre el vidrio y el aire, de modo que ninguno de ellos puede directamente pasar al aire y penetrar en el



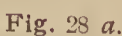


Fig. 28 *a*.



Fig. 28 *b*.

objetivo. La imagen, pues, será debida exclusivamente á los rayos difractados por los ultramicrones, y aparecerá muy brillante en fondo negro, y como en estas circunstancias necesariamente deberá estar formada por una porción asimétrica del espectro de Fraunhofer, no será nunca una verdadera representación de la realidad, por las razones que se expondrán en los párrafos pertinentes del Capítulo IV de la Segunda Parte. La *figura 28 b* representa la forma moderna del condensador Leitz para las observaciones ultramicroscópicas.

---

los gases, F. Jentsch ha ideado un condensador especial que permite el paso de los rayos iluminantes bajo todos los acimutes, en un plano perpendicular al eje del microscopio. (*Verh Deutsch. Phyhs. Gessell.*, XII, páginas 992-4; *Jour. Roy. Micr. Sociéty*, Febrero de 1911, pág. 97.)

Véase, además, C. Zeiss: *Dunkelfeldbeleuchtung durch Abblendung in Imersions-kondensor* (1907), y Gebhard: *Aus optischen und mechanischen Werkstäite* (*Zeit. f. wiss. Mikrosp.*, XXIV, 1908, pág, 390).

La historia de los condensadores de reflexión se encuentra en el estudio del Dr. Siedentopf: *Vorgeschichte der Spiegelkondensoren*. (*Zeit. f. wiss. Mikros.*, 1908, pág. 883.)

La iluminación en fondo negro puede también realizarse por un procedimiento completamente contrario al que acabamos de describir, impidiendo en el objetivo mismo la entrada de los rayos directos. Á ese fin se coloca un disco central opaco sobre la última lente ó, mejor, sobre la frontal del objetivo, de modo que solamente quede libre al paso de los rayos un espacio anular periférico, y se ilumina el objeto con un cono de luz cuyo ángulo sea menor que el cono obliterado por el disco en el objetivo. En estas circunstancias, ningún rayo directo podrá penetrar en él, y la imagen estará formada por los rayos difractados de ángulo bastante grande para llenar el anillo periférico libre de la abertura del objetivo, y se destacará brillante sobre el fondo negro del campo. La imagen, en estos dos modos de iluminación en fondo negro, se distingue principalmente en que en el primero puede estar formada por un cono de rayos difractados que llene toda la abertura del objetivo, y en el segundo sólo concurren á formarla los rayos que pasan por la porción anular periférica de la abertura.

36. Marcha de los rayos iluminantes. Pupilas de iluminación.— Vamos ahora á estudiar la marcha de los rayos iluminantes á través del microscopio, suponiendo que el objeto no ejerza sobre ellos ninguna influencia. Éste no es el caso ordinario en la observación microscópica, pues, como veremos más adelante en la Segunda Parte, la imagen es siempre debida á los haces de rayos difractados que se originan al atravesar los rayos iluminantes la estructura del objeto ó al pasar rozando sus contornos, y sólo las porciones transparentes terminadas por superficies planas y paralelas son las únicas que permiten su paso, conservando la dirección que tenían al salir del aparato de iluminación. Mas como esas modificaciones de la luz incidente entran de lleno en el proceso de la formación de la imagen, podemos prescindir ahora de ellas, puesto que nuestro objeto, al presente, es tan sólo estudiar el proceso iluminante con el fin de ver las diferentes manifestaciones del manantial luminoso con relación al objeto y á la imagen.

En el Capítulo II hemos examinado la marcha de los rayos y la formación de las pupilas de entrada y de salida, suponiendo que de todos los puntos del objeto partían conos de luz que llenaban toda la abertura del objetivo determinada por su

iris, sin preocuparnos para nada de la procedencia de esa luz antes de recibir las modificaciones que le imprime el objeto. De esa manera, la posición y dimensiones de las pupilas son constantes del sistema óptico, y puede considerarse que forman parte integrante de él. Mas no siendo los objetos microscópicos luminosos por sí mismos, han de recibir la luz de un manantial exterior á ellos, que podemos siempre considerar representado por una superficie iluminante de posición y dimensiones definidas; así, por ejemplo, dicha superficie será, en la *figura 29*, $a P_1 P P_2 b$. Si el ángulo de abertura del objetivo S_1, determinado por el iris II, es aOb, fuera de los límites a y b, ningún rayo que emita la superficie iluminante podrá penetrar en el microscopio, y en ese caso coinciden el ángulo de iluminación y el de abertura del objetivo, tal como le hemos definido en el § **8**; pero si la superficie iluminante está reducida á la porción $P_1 P_2$, los rayos que partan de ella solamente podrán llenar una parte de la abertura comprendida dentro del ángulo $P_1 O P_2$ quedando completamente i n a c t i v a para l o s e f e c t o s d e l a i l u m i n a c i ó n la porción cónico-anular de ángulo $a O P_1$. Mas sería un error suponer que el ángulo de abertura del objetivo se ha reducido en la misma medida para los efectos del proceso de la imagen, puesto que, según veremos en su lugar, ésta es una función directa del conjunto de los conos de difracción producidos por el objeto, los cuales se extienden por fuera de los límites de los haces iluminantes, ocupando á veces todo el espacio comprendido en una semiesfera, aunque sea sumamente estrecho el haz de rayos incidentes. Así, pues, debe tenèrse en cuenta que el ángulo de abertura de los rayos iluminantes no limita el ángulo de abertura propio del objetivo, que es siempre el que determina la cantidad de rayos difractados que parten del objeto y son utilizados en la formación de la imagen.

Cuando la superficie iluminante es lo suficientemente extensa para que los rayos que de ella parten llenen por completo toda la abertura del objetivo, entonces el ángulo de iluminación está determinado por el iris del sistema, y las pupilas de entrada y de salida conservan también su significación en cuanto á los rayos iluminantes, en el sentido de que forman la base de todos los conos que tienen sus vértices en el plano de la imagen, bajo el supuesto de que dichos rayos no experi-

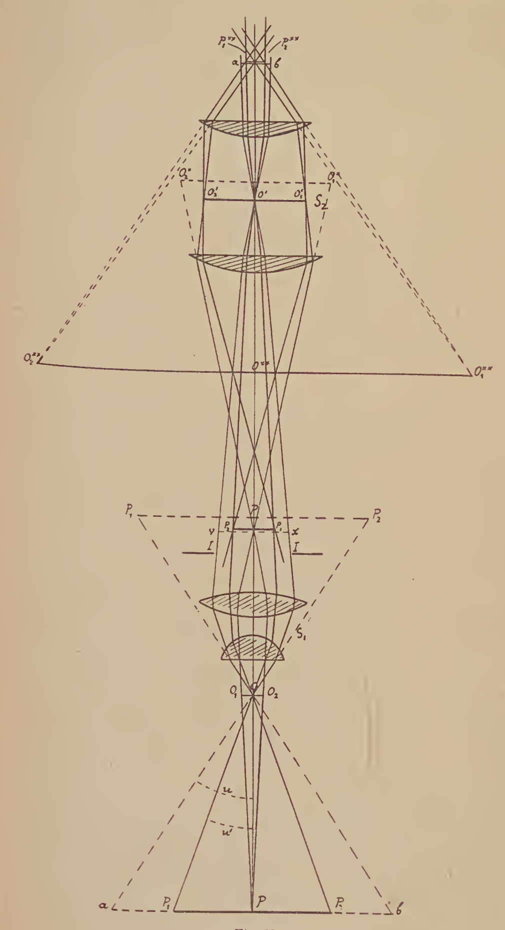


Fig. 29.

menten otras modificaciones que las dióptricas que les imprimen las lentes que constituyen el sistema. Mas acontece muy á menudo en las observaciones microscópicas que la superficie iluminante es demasiado pequeña para llenar toda la abertura del objetivo, como sucedería en la *figura 29* si la consideramos reducida á la porción $P_1 P_2$, pues entonces ningún rayo que partiese de ella y pasase por el punto O del objeto podría hacerlo con la inclinación bastante para alcanzar los bordes del iris II. En este caso las pupilas pierden su significación para determinar los ángulos de los conos de rayos iluminantes dentro del microscopio, y hay que apelar para ello á otras consideraciones, tales como las siguientes: Si $P_1 P P_2$ *(figura 29)* es la superficie iluminante, su diámetro y la distancia á que se halla situada del objeto O determinan el ángulo bajo el cual los rayos extremos penetran en el objetivo y, por lo tanto, se la puede tomar como si fuese la pupila de entrada, conforme á lo dicho en los §§ **9** y **10**, y entonces la pupila de salida correspondiente será su imagen $p_2 p_1$, puesto que todos los rayos que parten de $P_1 P P_2$, después de atravesar el objetivo S_1, se cruzan en su plano, y éste forma la base común de todos los conos de rayos que iluminan los distintos puntos de la imagen $O_2^* O^* O_1^*$. En estas circunstancias, la superficie iluminante constituída por el espejo, por la abertura del diafragma ó por su imagen formada por el condensador, hace las veces de pupila de entrada, y su imagen $p_2 p_1$ las de pupila de salida del objetivo, por cuya razón, y con el fin de distinguirlas de las verdaderas pupilas determinadas por el iris del sistema, las podremos llamar pupilas transitorias ó de iluminación (1). La pupila de salida del objetivo $p_2 p_1$ es para el ocular la pupila de entrada, y su imagen $p_1^{**} p_2^{**}$ constituye la pupila final de salida de todo el microscopio. Esta pupila aparece en forma de un círculo brillante sobre la lente frontal del ocular, y es siempre de menor diámetro que

(1) Los autores alemanes designan estas pupilas, para diferenciarlas de las verdaderas, con los nombres de *Stellvertretende Austritts-und Eintrittspupillen*, cuya traducción literal correspondería á «pupilas representativas ó de substitución»; mas como dependen exclusivamente de la iluminación del objeto, la cual es variable de unos casos á otros, me parece más apropiado llamarlas «pupilas transitorias» ó, mejor, «pupilas de iluminación».

la verdadera pupupila $P_1^{**} P_2^{**}$, y está situada un poco por encima de ella. Cuando además de los rayos que no sufren desviación al atravesar el objeto penetran en el objetivo otros difractados que llenan toda la abertura del objetivo, la pupila de iluminación aparece bordeada por un anillo pálido, debido á la verdadera pupila determinada por el iris II del objetivo.

La pupila de iluminación $p_2\, p_1$ es en todos los casos una imagen real de la superficie iluminante, que se forma proximamente en el plano focal del objetivo, por ser siempre la distancia OP grande con relación á su longitud focal. Cuando la superficie iluminante es ilimitada, ó, por lo menos, lo bastante extensa para llenar toda la abertura del objetivo, en cuyo caso, según hemos dicho, entra en actividad el iris del sistema, se forma de la misma manera en $p_2\, p_1$ una imagen real de la de la superficie iluminante; mas entonces esa imagen no representa ninguna verdadera pupila, porque no es la base común de todos los conos de rayos que tienen sus vértices en la imagen $O_1^* O^* O_2^*$. Asi, pues, cuando la superficie iluminante llena toda la abertura del objetivo, las pupilas del microscopio son las determinadas por el iris del sistema en la forma que hemos dicho en los §§ **8**, **9** y **10**. No obstante, la imagen del manantial luminoso, aun en este caso, puede tomarse como á pupila de salida para los efectos de determinar el ángulo de abertura, siempre que se la considere vista desde el punto central O^* de la imagen $O_2^* O^* O_1^*$, puesto que los rayos extremos $O^* v$ y $O^* x$ que pasan por los bordes del iris II, después de atravesar el objetivo S_1 y de cruzarse en el punto O del objeto, forman el ángulo aOb, igual al ángulo de abertura del objetivo, de modo que los puntos v y x son las imágenes de los puntos a y b de la superficie iluminante (1).

(1) Téngase en cuenta que la magnitud de la imagen del manantial luminoso cambia según se la considere vista desde los distintos puntos de la imagen $O_2^* O^* O_1^*$, puesto que está determinada por los rayos que desde los puntos O_1^*, O_2^* ..... pasan por el borde del iris II en la *figura 29;* ó bien, expresado de un modo general, la imagen de una superficie iluminante de extensión indefinida, vista desde los distintos puntos de la imagen $O_2^* O^* O_1^*$, es la intersección de los conos de rayos que tienen por base la pupila determinada por el iris, con el plano focal posterior del objetivo. Colocando la pupila del ojo en O^*, ó un diafragma de pequeña abertura

Como luego veremos, esta consideración es de gran interés, puesto que sirve de base al método práctico para determinar el ángulo de abertura de los objetivos.

37. OBSERVACIÓN DE LAS PUPILAS DE ILUMINACIÓN. MICROSCOPIO AUXILIAR.—En todos casos el estudio de la imagen del manantial luminoso formada por el objetivo tiene gran interés, puesto que permite apreciar todas las particularidades relativas á la iluminación y á las modificaciones que experimentan los rayos incidentes por la acción difractiva del objeto. Bajo este último punto de vista su importancia es capital, según veremos al estudiar el proceso de la formación física de la imagen microscópica. Para observar esa imagen basta mirar por el tubo del microscopio después de haber quitado el ocular, cuidando de colocar el ojo en el plano en donde se forma la imagen $O_2^* O^* O_1^*$, que coincide próximamente con la extremidad del tubo. Colocando en ella un diafragma con una pequeña abertura central que corresponda al punto O^*, con objeto de fijar la posición del ojo, la imagen vx del manantial luminoso se proyectará e x a c t a m e n t e sobre la pupila de salida del objetivo en el caso de que dicho manantial sea bastante extenso para llenar toda la abertura, y en el caso de que no lo sea, su imagen, proyectada sobre la pupila verdadera, permitirá apreciar el género de iluminación con todas sus particularidades, puesto que indicará exactamente la porción ocupada por los rayos iluminantes dentro del cono total de la abertura del objetivo. En las observaciones ultramicroscópicas en fondo negro ningún rayo directo penetra en el objetivo, de modo que no se forma imagen del manantial iluminante, y la acción de las pupilas se reduce entonces á limitar los rayos difractados por los ultramicrones que constituyen el objeto de observación.

---

como $O_2^* O^* O_1^*$ y $O_1 O O_2$ son conjugados con respecto al objetivo S_1, solamente podrán penetrar en el ojo los rayos que se crucen en el punto axil O del objeto, de modo que la imagen vx del manantial luminoso que se observe, estará formada exclusivamente por los rayos que, partiendo de dicho manantial, se cruzan en el centro O del objeto. En estas condiciones la imagen del manantial luminoso se proyectará exactamente sobre la pupila de salida y aparecerán ambas confundidas bajo un mismo ángulo.

Con los objetivos débiles, la imagen del manantial luminoso es bastante grande para que puedan apreciarse bien todas sus particularidades á simple vista del modo indicado, pero no sucede lo mismo con los objetivos fuertes, y como la observación de dicha imagen es de gran importancia para el esclarecimiento de muchos problemas de microscopia, según veremos más adelante, se ha ideado para ello una disposición especial conocida con el nombre de «microscopio auxiliar», que consiste en lo siguiente (1). En la extremidad inferior del tubo de alargamiento se coloca una lente ó un sistema de lentes representada por un objetivo débil de 40 á 50 mm. de distancia focal, y encima de él un diafragma de estrecha abertura, cuya posición se determina de la manera que luego se dirá. En la otra extremidad del tubo se coloca un ocular ordinario, y de esta manera queda convertido el tubo de alargamiento en un microscopio, con el cual puede enfocarse la imagen del manantial luminoso que se forma próximamente en el plano focal posterior del objetivo, ó sea la pupila de iluminación. En la *figura 30* el objetivo y el ocular del microscopio ordinario están representados muy esquemáticamente por S_1 y S_2, y la lente que se coloca en la extremidad del tubo por L, de modo que el sistema $(L + S_2)$ es el que constituye el microscopio auxiliar con el cual se enfoca la imagen $p_2^* p_1^*$ que el objetivo ordinario S_1 forma del manantial luminoso $P_1 P P_2$. La lente L

(1) La primera idea del «Microscopio auxiliar» se encuentra en un artículo del Profesor Abbe, publicado en el *Journal of the Royal Microscopical Society* (Enero de 1880). La lente Bertrand de los microscopios destinados á investigaciones micro-petrológicas no es otra cosa que el objetivo de un microscopio auxiliar por medio del cual se observan las imágenes de interferencia que producen las láminas cristalinas. Zeiss construye con el mismo objeto un pequeño microscopio que denomina «Ocular para la observación de los ejes» (*Achsenbilderokular*, núm. 177 del Catálogo de 1906) en el cual el objetivo está formado por dos lentes plano-convexas colocadas en las extremidades de un tubo de unos 50 mm. de longitud, directamente unido á un ocular Huygens núm. 2, y con esa disposición se consigue una distancia focal grande y un campo muy extenso sin necesidad de dar al tubo del microscopio una longitud mayor que la ordinaria. Este ocular sirve perfectamente para observar la pupila de iluminación, lo mismo en los objetivos fuertes que en los débiles, y permite el estudio de las imágenes de difracción que en ella se forman, las cuales son de importancia capital para explicar la génesis física de la imagen microscópica, como veremos en el lugar correspondiente.

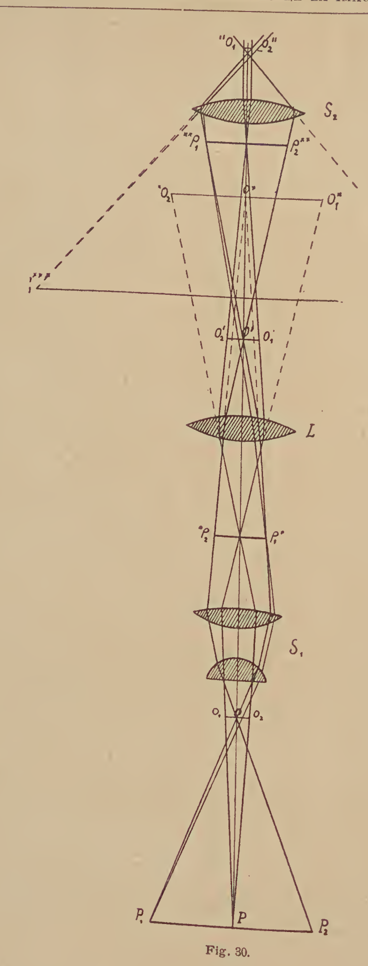


Fig. 30.

forma de esa imagen otra imagen en $p_1^{**}p_2^{**}$ la cual es vista á través del ocular S_2 por el ojo del observador colocado en $O_1''O_2''$; de modo que el microscopio auxiliar se comporta como un microscopio ordinario para el cual el objeto de observación fuese la imagen del manantial luminoso formada por el objetivo S_1.

El objetivo S_1 por sí solo formaría una imagen del objeto O en $O_2^* O^* O_1^*$, mas como los rayos antes de reunirse encuentran la lente L, esa imagen se forma realmente en $O_2'O_1'$, y luego por la acción del ocular S_2, en $O_1''O_2''$. Estas tres imágenes representan para el microscopio auxiliar las pupilas de entrada y de salida que determinan la marcha de los rayos y la anchura de los conos luminosos: $O_2^* O_1^*$ es la pupila de entrada del objetivo L, y $O_2'O_1'$ la pupila de salida, que en ese caso particular coincide con el iris del sistema, según hemos visto en el § **9**, de modo que el diámetro de esa imagen $O_2'O_1'$ es el que determina el ángulo de abertura del microscopio auxiliar. La pupila final de salida es la imagen $O_1''O_2''$.

Según hemos visto en el párrafo anterior, la imagen $p_2^*p_1^*$ del manantial luminoso se proyecta exactamente sobre la pupila de salida cuando es vista desde el punto O^* de la imagen $O_2^* O_1^*$, ó lo que es lo mismo, cuando para formarla solamente se utilizan los rayos que se han cruzado en el punto axil O del objeto. Esta circunstancia es en algunos casos esencial, sobre todo para determinar la apertura numérica de los objetivos, y se realiza fácilmente en el microscopio auxiliar colocando un diafragma de abertura estrecha que coincida con el punto O' de la imagen formada por el sistema $(S_1 + L)$. En efecto: siendo O' y O dos puntos conjugados, todos los rayos que se crucen en O' habrán pasado antes por O, y como, además, la abertura del diafragma colocada en O' representa la pupila de salida de la lente L, la imagen $p_1^{**}p_2^{**}$ estará formada exclusivamente por los rayos que, partiendo de la superficie iluminante P_1PP_2, se hayan cruzado en el punto axil O del objeto. Los rayos que pasen por los puntos O_1 y O_2, por ejemplo, no tendrán participación en la formación de la imagen $p_2^{**}p_2^{**}$, puesto que serán interceptados por el diafragma colocado en $O_2'O_1'$. El sitio en que debe colocarse el diafragma se puede determinar por el cálculo, ó mejor prácticamente, puesto que la imagen $O_2'O_1'$ es real, y visible cuando se mira por el tubo

del microscopio después de haber quitado el ocular S_2. Cuando se observa la imagen del manantial luminoso con objeto de ver las modificaciones que experimentan los rayos incidentes por la acción difractiva del objeto, conviene también emplear un diafragma de abertura estrecha para poder analizar el efecto difractivo de sus distintas partes, pues de otro modo el espectro observado sería el producido por el conjunto de la estructura del objeto.

En la observación con el microscopio auxiliar, el objetivo S_1 hace las veces de un pequeño objetivo telescópico que proyecta una imagen de los objetos lejanos en su plano focal posterior, y el sistema $(L + S_2)$ representa un ocular terrestre (de división directa) que permite ver esos objetos lejanos agrandados, á la distancia de la visión perfecta. El ángulo de abertura $P_1 O P_2$ del objetivo S_1 equivale al ángulo visual del campo telescópico, y el diámetro del objeto, determinado por el diafragma colocado en el plano de la imagen $O'_2 O'_1$, es la abertura del telescopio. Debido á ese conjunto de circunstancias puede considerarse ese modo de observación como un empleo telescópico del microscopio. La imagen del objeto O se forma en el anillo ocular $O''_1 O''_2$ y la del objeto lejano P es la que se pinta en el fondo de la retina del ojo del observador, quien la refiere luego al plano $P_1^{***} P_2^{***}$, y por lo tanto, es lo mismo que si esa imagen del objeto lejano fuese vista á través de la imagen del objeto O. Así, por medio de ese modo telescópico de observación, se puede estudiar el efecto difractivo de la estructura del objeto, de la misma manera que cuando se enfoca un punto luminoso con un anteojo, habiendo colocado delante de su objetivo un rayado ó otro objeto difractante. Al tratar de la formación física de la imagen entraremos en más detalles sobre el particular.

CAPÍTULO V.

Apertura numérica (1).

38. El ángulo de abertura no mide la cantidad de rayos.—El ángulo de abertura, tal como le hemos definido en el Capítulo II, es un factor importante en el proceso de la imagen, puesto que limita la cantidad de rayos que el objetivo admite para formarla; mas por sí solo no basta para medir esa cantidad de rayos, porque sus indicaciones sólo tienen un va-

---

(1) La teoría de la apertura numérica fué vivamente combatida en el seno de la «Real Sociedad de microscopía de Londres» y, sin duda por este motivo, el Profesor Abbe publicó sus principales trabajos acerca de ella en el *Journal* de dicha Sociedad. Los más importantes son los siguientes, y todos ellos se han tenido en cuenta para escribir este Capítulo.

Description of Professor Abbe's Apertometer with Instructions for tis Use (1878).

Some Remarks on the Apertometer (1880).

On the Estimation of Aperture in the Microscope (1881).

The Relation of Aperture and Power in the Microscope (1882).

Estos trabajos, traducidos en alemán, figuran en el tomo I de *Gesammelte Abhandlungen von E. Abbe* (Jena, 1904); y merecen también ser conocidos, el publicado por el Dr. Crisp con el título de *Notes on Aperture, Microscopical Vision and the Value of Wide-angled Immersion objectives* (Jour. Roy. Micr. Society, 1881), y el del Dr. Hockin: *On the Estimation of Aperture in the Microscope* (Idem id., 1884). También puede verse la teoría de la apertura numérica, y las cuestiones que están más en relación con ella, en mi estudio: *Visión microscópica. Notas sobre las condiciones de verdad de la imagen microscópica y el modo de expresarlas* (Madrid, 1885).

lor relativo, comparable, por ejemplo, al de los grados de la escala termométrica, que nos dan idea de la cantidad de calor aunque sin medirla; y al electroscopio, que por la mayor ó menor separación de las hojas de pan de oro nos señala la intensidad de una carga eléctrica, que tampoco mide. Para que el ángulo de abertura fuese la medida del número de rayos que forman la imagen, sería preciso que ese número de rayos fuese proporcional á los grados de dicho ángulo y, además, que todas aquellas funciones y capacidades del microscopio que dependen de la cantidad de rayos, tales como la intensidad luminosa, el poder de delineación, la profundidad focal, etcétera, etc., guardasen asimismo proporcionalidad con el número de grados. La teoría y la práctica demuestran claramente que nada de eso sucede, pues si bien en aberturas medidas en el mismo medio (en el aire, en el agua, etc., etcétera), igualdad de grados supone la misma cantidad de rayos, y mayor número de grados mayor cantidad de rayos, en manera alguna puede decirse, por ejemplo, que en una abertura de 60° haya la mitad de los rayos que en una de 120°, ni la tercera parte que en una de 180°. Y cuando los medios son diferentes desaparece hasta la igualdad de rayos en igualdad de ángulos, pues un objetivo de inmersión admite mayor cantidad de rayos de cada punto del objeto que un objetivo seco, aunque ambos tengan el mismo ángulo de abertura. Al Profesor Abbe se debe el primer estudio profundo de ese problema, y el haber hallado para el microscopio una fórmula que exprese las capacidades que poseen los distintos objetivos para admitir del objeto una cantidad de rayos mayor ó menor, utilizándola luego en la formación de la imagen, al igual de lo que sucede con la «abertura» de los objetivos telescópicos. Esa fórmula se conoce con el nombre de «apertura numérica» (1).

(1) Los alemanes dicen «*numerische Apertur*», los ingleses «*numerical-aperture*» y los franceses «*ouverture numérique*». En los telescopios se usa la expresión «abertura» para designar el diámetro activo del objetivo, y en el microscopio se emplean como sinónimos «abertura angular» y «ángulo de abertura», en el sentido determinado en el Capítulo II. Por abertura de un objetivo microscópico debe entenderse, dándole un sentido análogo al que tiene en el telescopio, el diámetro del cono de rayos al salir de la última lente, ó el de su intersección con su plano focal posterior. En

39. Conveniencia de representar la apertura por la cantidad de rayos.—Muchas cuestiones de óptica, y entre ellas la relativa á la apertura de los objetivos, se tratan con gran sencillez sirviéndose de los «rayos de luz» como si tuviesen una existencia propia y real, y fuesen la verdadera causa de los fenómenos luminosos, pues así se da á éstos una representación más tangible sin que por ello los resultados pierdan nada de su exactitud, ni dejen de estar en perfecta concordancia con las deducciones del movimiento ondulatorio. «Cuando un cuerpo luminoso ilumina un cuerpo »obscuro que se halla próximo á él, se explica fácilmente el »fenómeno suponiendo que dicho cuerpo luminoso emite ra»yos que van á chocar contra el cuerpo obscuro, determinan»do el grado de iluminación la cantidad de estos rayos que »concurren á la unidad de superficie del cuerpo iluminado. »Según este modo de ver, la iluminación en un punto dado »será la resultante de la suma de todas esas acciones que so»bre él ejercen los rayos que parten de los elementos superfi»ciales del cuerpo que ilumina, y así el problema queda redu»cido al caso sencillo de la irradiación ejercida por un ele»mento del cuerpo iluminante sobre un elemento del cuerpo »iluminado. Y de esta manera la explicación del fenómeno »queda completa, si se tienen además en cuenta las modifi»caciones dependientes de la posición relativa del elemento »iluminante é iluminado que influyen en la cantidad de rayos »que el uno envía y el otro recibe, y se admite al mismo tiem»po que los rayos son portadores de cierta intensidad espe-

---

todos los casos esas expresiones de «abertura», «ángulo de abertura» y «abertura angular» representan una dimensión real, medible directamente en grados ó milímetros. La «apertura numérica» es una relación no medible directamente en grados ó milímetros, pues cuando se dice: apert. núm. ó simplemente $AN = 0,48$, se quiere expresar que la cantidad de rayos que el objetivo utiliza para formar la imagen, es la 48 centésima parte de los que existen en una semiesfera en el aire, los cuales se toman como unidad. Para distinguir estos varios casos emplearemos en lo sucesivo con todo rigor las expresiones de «abertura» y «apertura», correspondiendo la primera al *«opening»* de los ingleses y al *«öffnung»* de los alemanes. En cuanto al calificativo «numérica» pudiera en realidad suprimirse, pues como dice muy bien el Profesor Abbe: *müsste man das Aperturäquivalent «Apertur» sans phrase nennen weil es «Apertur» sans phrase ist.*

»cífica inherente á las condiciones especiales del elemento »iluminante, la cual sólo cambia con ellas» (1). «Los rayos no se pueden contar como si fuesen un rebaño de ovejas» (Abbe), pero es lo cierto que muchos fenómenos luminosos se presentan como si dependieran del mayor ó menor número de rayos que concurren á su producción, y entre ellos deben considerarse los relativos á la «apertura», para cuya medida no existe otra base racional que la «cantidad de rayos» que el objetivo recibe de cada punto del objeto y transmite á los puntos conjugados de la imagen. Los «rayos de luz», según las concepciones de la óptica física, representan las trayectorias ortogonales de un sistema de ondas, ó bien, suponiendo que los cuerpos luminosos emiten energía en todos sentidos, los rayos son las porciones de esa energía contenida en espacios limitados por un cono de abertura infinitamente pequeña, y cuyo vértice se halla en la superficie radiante (2). También pueden definirse diciendo, con Kirschoff, que son las líneas rectas, según las cuales se propaga la energía dentro de un sistema de ondas luminosas; ó bien, dándoles una existencia más tangible, suponer con Newton que un «rayo físico de luz» es un hacecillo de rayos de ángulo y sección infinitamente pequeños, el cual puede considerarse prácticamente separado de la luz restante, y hacerle sufrir individualmente cambios y modificaciones.

El poder de emisión, ó sea la cantidad de rayos que emite un elemento superficial de un cuerpo radiante, no es el mismo en todas direcciones: adquiere un máximo en la dirección normal al elemento, y decrece á medida que se aparta de ella, proporcionalmente al coseno del ángulo de inclinación. Este hecho, conocido desde el tiempo de Bourger y Lambert, da idea de la distinta densidad ó distribución angular de los rayos dentro de un mismo cono de luz, y explica, además, una

(1) Este pasaje está tomado de un autor que no podrá tacharse de defender ideas anticuadas. Pertenece al Dr. M. von Rhor, y se halla en el cap. X, pág. 508 del tomo I de la obra *Die Theorie der optischen Instrumente, bearbeitet von wissenchaftichen Mittarbaeitern an den Werkstätte von Carl Zeiss* (Berlín, 1904).

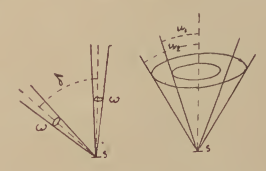
(2) Dr. E. Terradas é Illa: *Sobre la emisión de radiaciones por cuerpos fijos ó en movimiento*. Mem. R. Academia de Ciencias y Artes de Barcelona, 1909.

porción de fenómenos vulgares, y entre ellos, por ejemplo, el que aparezca el sol como un disco plano igualmente luminoso en los bordes que en el centro. Más tarde, Fourier y Melloni demostraron que la cantidad de rayos que un elemento superficial envía dentro de conos de diversas aberturas, está en relación directa con el cuadrado del seno del semiángulo de dichas aberturas. Según esto, la cantidad de rayos no es proporcional al número de grados, y solamente puede considerarse así cuando se trata de conos de pequeñísima abertura, pues entonces los arcos y sus senos tienen próximamente el mismo valor (1).

40. Apertura numérica en función del diámetro del cono de rayos emergentes y de la longitud focal. Como en la visión telescópica la distancia del objeto es siempre muy grande comparada con el diámetro del objetivo, los rayos pueden considerarse como si fuesen paralelos y, por lo tanto, no se concibe otro factor que pueda influir en la admi-

---

(1) Si s es un elemento superficial de un cuerpo radiante, la cantidad de rayos contenidos en dos conos sumamente delgados cuyo ángulo sólido de abertura fuese ω, uno de ellos normal á dicho elemento, y el otro inclinado el ángulo δ, estará representada en el primero por $s \cdot \omega$ y en el segundo $s \cdot \omega \cdot \cos\delta$. Siendo I la intensidad especifica de los rayos, la cantidad total de luz L contenida en cada uno de esos dos conos tendrá por expresión:



$$L = I \cdot s \cdot \omega \cdot \cos\delta.$$

La cantidad total de rayos emitida por el elemento s dentro de distintos conos de abertura finita $2u_1$, $2u_2$....., siendo I la intensidad específica de los rayos, está representada por

$$L = \pi \cdot I \cdot s \cdot sen^2 u.$$

Si la radiación del elemento s tuviese lugar en un medio de índice n, la cantidad de luz sería:

$$L = \pi \cdot I \cdot s \cdot n^2 \cdot sen^2 u.$$

La ley de los cosenos la dió á conocer Lambert en su *Photometrie* en

sión de mayor ó menor número de ellos que ese mismo diámetro. Por eso la «abertura» se mide por el diámetro eficaz del objetivo, y con su magnitud guardan relación inmediata todas las propiedades de la imagen telescópica que dependen de la cantidad de rayos, tales como el «poder resolutivo», la «claridad», etcétera, etc. Una expresión para el microscopio equivalente á la «abertura» de los anteojos, se deduce de las siguientes consideraciones.

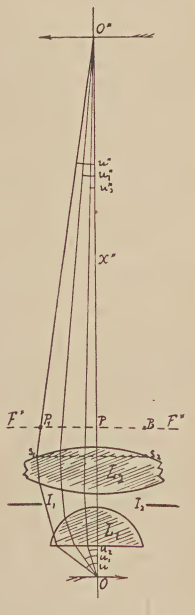


Fig. 31.

Supongamos un objetivo aplanático de composición cualquiera $L_1 + L_2$ (*fig. 31*) cuyo ángulo de abertura $2u$ esté determinado por el iris *II*. Un elemento axil del objeto *O* formará su imagen en O^*, y como no es posible que ninguno de los rayos que parten de *O* y estén dentro del ángulo de abertura se pierda al atravesar el objetivo, forzosamente hemos de admitir que todos ellos se encontrarán en el elemento O^* de la imagen. Dentro del cono $O^* s_1 s_2$ se hallarán pues, todos los rayos que, partiendo del punto *O*, han tenido acceso en el objetivo. Es de notar, para que esto sea posible, que ni *O* ni O^* deben considerarse como puntos matemáticos, sino como elementos superficiales todo lo pequeños que se quiera, pero con extensión material; y que, por lo tanto, el elemento *O* estará contenido en el elemento O^* de la imagen un cierto número de veces determinado por el aumento del objetivo, de

1760, y la del cuadrado de los senos, Melloni en su obra publicada en Nápoles en 1850: *La Termochrose ou la coloration calorifique.*

Rohr: *Die Bilderzeugung in optischen Instrumenten*, pág. 515.

Drude: *Lehrbuch der Optik*, páginas 77 y 492.

modo que en realidad el elemento O^* representa una pequeña superficie en la cual se hallarán los vértices de una infinidad de conos de rayos cuya base común será sensiblemente $s_1 s_2$, y cuyos ángulos serán todos iguales á $2u^*$. La suma de los rayos contenidos en esa infinidad de conos, que á su vez se hallan envueltos por la superficie cónica $O^* s_1 s_2$, es igual á la cantidad de rayos contenidos en el ángulo de abertura $2u$; y al hablar del cono de rayos $O^* s_1 s_2$ debe entenderse la suma de todos esos conos elementales comprendidos dentro de su superficie, pues de otro modo resultaría que en un cono de pequeño ángulo $2u^*$ existía el mismo número de rayos que en uno de mayor abertura $2u$, cosa contraria á los principios fundamentales de óptica. En realidad, el cono $O^* s_1 s_2$ debería considerarse como un tronco de cono cuya base menor es el elemento supérfinal O^* de la imagen. En el caso ordinario de la observación microscópica, la imagen O^* se forma á una distancia grande comparada con el diámetro de la lente posterior del objetivo y, por lo tanto, el ángulo u^* es siempre lo bastante pequeño para que, sin error sensible, se puedan considerar equivalentes su arco y su seno, y que represente la medida del número de rayos contenidos en el cono emergente $O^* s_1 s_2$, de conformidad con lo antes ya expresado; y así podemos hacernos la ficción de que el objetivo microscópico es el objetivo de un telescopio-miniatura que recibe los rayos de la imagen O^*—transformada en objeto—y los reune en el objeto O—transformado en imagen—. En este caso, $s_1 s_2$ representa «la abertura» del telescopio tal como la hemos definido anteriormente, ó sea la expresión de la cantidad de rayos que el sistema óptico $L_1 + L_2$ recoge del objeto y transmite á la imagen; y como la inversa es igualmente cierta, puesto que da lo mismo que los rayos vayan en una dirección ó en la contraria, esa misma abertura $s_1 s_2$ representa el número de rayos que el objetivo del microscopio admite del objeto y emplea en la formación de la imagen.

En los telescopios, el diámetro del objetivo es una constante del instrumento que conviene perfectamente para medir la «abertura», y su análoga en el microscopio, según acabamos de ver, está representada por el diámetro del cono de rayos emergentes al salir de la última lente, ó por el diámetro de una sección cualquiera de dicho cono, siempre que, al

comparar objetivos distintos, se considere la sección á igual distancia de la imagen O^*. En las consideraciones siguientes, nosotros supondremos siempre que el diámetro de la abertura corresponde á la sección del cono de rayos emergentes con el plano focal posterior F^*F^* del objetivo, pues así adquiere un carácter de fijeza y de generalidad que no tiene la sección del cono al salir del objetivo (1). Según esto, la «abertura» estará representada por la sección p_1pp_2, y su diámetro p_1p_2 será la medida de la cantidad de rayos contenidos en una sección meridiana (axil). La cantidad de rayos contenidos en el cono tendrá por expresión el cuadrado de dicho diámetro p_1p_2.

Para comparar las «aberturas» de distintos objetivos—cualquiera que sea su composición y distancia focal—, supondremos siempre que la imagen O^* se forma á la misma distancia pO^* del plano focal posterior F^*F^*. Si los objetivos tuviesen la misma distancia focal, como las relaciones de aumento entre O y O^* serían las mismas, el diámetro p_1p_2 representaría por sí solo la cantidad de rayos que cada uno de ellos recibe de igual superficie del objeto y transmite á igual superficie de la imagen, y, por lo tanto, podría servir para comparar las cantidades de rayos en los dos objetivos. Así, por ejemplo, si en uno de ellos p_1p_2 fuese doble ó mitad que en el otro, deduciríamos que los rayos contenidos en una sección meridiana sería también el doble ó la mitad. Mas si las distancias focales no fuesen las mismas, la cuestión varía, puesto que entonces las relaciones de aumento entre O y O^* es diferente en los dos objetivos, y las cantidades de rayos contenidas en el cono $O^*s_1s_2$ no proceden de elementos superficiales del objeto de la misma extensión. En dos objetivos, cuyas distancias focales estén en la relación 3 : 1, por ejemplo, y el aumento del más débil fuese N, el diámetro del elemen-

(1) El Profesor Abbe, en su estudio *Bemessungen derApertur* considera el diámetro de la de la sección del cono luminoso al salir de la lente posterior del objetivo, y supone luego, al desarrollar las fórmulas, que en los objetivos microscópicos el plano focal posterior y la superficie de la lente están muy próximos y equidistan de la imagen; pero ya hace notar al final de la pág. 334 que para que las fórmulas sean exactas es preciso tomar la sección con el plano focal del objetivo. (*Gesammelte Abhandlungen*, tomo I.)

to O del objeto correspondiente á un elemento de la misma extensión O^* de la imagen, sería en el objetivo más débil $\frac{O^*}{N}$ y en el más fuerte $\frac{O^*}{3N}$, de modo que la misma cantidad de rayos contenida dentro del cono de ángulo $2u^*$ procede en el segundo caso de una superficie tres veces menor que en el primero y, por consiguiente, el objetivo más fuerte, en igualdad de circunstancias, es capaz de admitir en una sección meridiana tres veces más de rayos que el objetivo más débil. Si fuesen varios los objetivos que se compararan, con los aumentos $N_1, N_2, N_3 .....$, correspondientes á la misma distancia de la imagen pO^*, y el cono de rayos emergentes tuviese el mismo diámetro p_1p_2 en todos ellos, la cantidad de rayos reunidos en O^* sería la misma; pero como esa cantidad, aunque igual para todos los objetivos, provendría de elementos del objeto de distinta extensión, y cuyas dimensiones lineales estarían entre sí en proporción inversa á los aumentos, esto es, como $\frac{1}{N_1} : \frac{1}{N_2} : \frac{1}{N_3} : .....$, para hallar la cantidad de rayos que cada objetivo es capaz de recoger de elementos del objeto de igual extensión es preciso multiplicar la cantidad de rayos que recoge el primer objetivo—representada por p_1p_2—, por los aumentos $N_1, N_2, N_3 .....$, ó bien poniendo en vez del aumento su equivalente en función de las distancias focales $f^*_1, f^*_2, f^*_3 .....$, y de la distancia $pO^* = x^*$ á que se forma la imagen, tendremos que la capacidad para admitir rayos por los distintos objetivos estará representada por

$$p_1p_2 \frac{x^*}{f^*_1}, \quad p_1p_2 \frac{x^*}{f^*_2}, \quad p_1p_2 \frac{x^*}{f^*_3} .....$$

y suprimiendo el factor x^*, por considerarse igual en todos los casos comparables,

$$\frac{p_1p_2}{f^*_1}, \quad \frac{p_1p_2}{f^*_2}, \quad \frac{p_1p_2}{f^*_3} .....,$$

de modo que la verdadera expresión de la apertura de un objetivo, tal como queda antes definida, está representada por la

relación que existe entre el diámetro del cono luminoso emergente en su intersección con el plano focal posterior y la longitud focal. Llamando D á ese diámetro p_1p_2, la fórmula general de la apertura será:

$$\text{Apertura numérica} = \frac{D}{f^*},$$

ó bien tomando tan sólo como base de comparación el semidiámetro en vez del diámetro, por las razones que se dirán en el párrafo siguiente:

$$\text{Apertura numérica} = \frac{\frac{1}{2}D}{f^*}. \qquad \textbf{[XII]}$$

Esta fórmula de la apertura sirve lo mismo para los objetivos secos que para los de inmersión, si bien hay que tener en cuenta que en estos últimos debe tomarse la distancia focal posterior, que es la que figura en los Catálogos, y la que entra en la fórmula $x^* : f^*$, que nos ha servido para determinar el aumento de la imagen O^*.

De la definición de la apertura se deducen inmediatamente estas dos consecuencias: 1.ª, que la admisión de rayos en objetivos de la misma distancia focal guarda proporción con el diámetro del cono de luz emergente; y 2.ª, que cuando las distancias focales son distintas, una misma cantidad de rayos requiere diámetros diferentes, en igual proporción que guardan entre sí las distancias focales.

Para hallar la apertura de un objetivo, según la definición anterior, es preciso medir el diámetro p_1p_2 del cono de rayos emergentes, en su intersección con el plano focal F^*F^*, lo que se consigue fácilmente con el microscopio auxiliar descrito en § **37**, al cual se adapta un ocular micrométrico ordinario. La imagen vx de un manantial luminoso ab *(fig. 29)* bastante extenso para llenar toda la abertura del objetivo determinada por su iris, y colocado á distancia suficiente para que su imagen se forme en su plano focal posterior, representa la base del cono de rayos emergentes, cuyo diámetro D hay que introducir en la fórmula [**XII**]. Si el manantial luminoso no llenase toda la abertura del objetivo, entonces su

imagen se convierte en una «pupila de iluminación», y si nos sirviéramos de su diámetro $p_2 p_1$ *(fig. 29)*, hallaríamos una apertura numérica falsa, correspondiente al caso especial de iluminación producida por la superficie iluminante $P_1 P P_2$, la cual sería menor que la verdadera.

41. Apertura numérica en función del ángulo de abertura.—La expresión de la abertura determinada por el diámetro del cono de rayos emergentes y la distancia focal (fórmula [**XII**] del párrafo anterior), puede transformarse en otra más práctica y de uso común, en función del ángulo de abertura del objetivo y del índice de refracción del medio del objeto. Para ello, y con el fin de seguir la costumbre establecida en dióptrica de contar los ángulos y distancias á partir del eje óptico del sistema, en vez del diámetro $p_1 p_2 = D$ *(fig. 31)*, tomaremos el radio $p p_1 = \frac{1}{2} D$, con lo cual no se altera la relación antes establecida, puesto que se reduce á dividir por 2 todos sus términos. Según se ve en la *figura 31*,

$$p p_1 = x^* . \, tang \, u^* = x^* . \frac{sen \, u^*}{cos \, u^*},$$

y como u^* es siempre un ángulo pequeño, puesto que la imagen O^* se forma á considerable distancia (= longitud del tubo), comparada con la longitud $p p_1$, coseno u^* diferirá muy poco de la unidad, y teniendo eso en cuenta, y dividiendo además los dos términos de la anterior igualdad por la distancia focal f^* del objetivo, tendremos:

$$\text{Apertura numérica} = \frac{p p_1}{f^*} = \frac{x^*}{f^*} \, sen \, u^*, \qquad [\mathbf{a}]$$

cuyo primer miembro expresa la apertura numérica tal como la hemos definido en el párrafo anterior, puesto que, según acabamos dé convenir, con tomar el radio en vez del diámetro del cono de rayos emergentes no se alteran los valores relativos de las aperturas de la serie de objetivos que se comparan, y así la cuestión queda reducida á transformar el segundo miembro en una expresión equivalente, en la que entre el ángulo de abertura. Para ello basta recordar que todo

sistema óptico capaz de producir imágenes debe ser aplanático, según hemos demostrado en los §§ **19**, **20** y **21** del Capítulo III, y que la condición necesaria del aplanatismo consiste en la constancia de la relación de los senos de los rayos conjugados que parten de un punto axil O del objeto y se reunen en el punto conjugado O^* de la imagen. Así, pues, entre los senos de los ángulos u, u_1, u_2..... y los de los ángulos u^*, u_1^* u_2^*..... debe existir la siguiente relación (§ **19**):

$$\frac{sen\ u^*}{sen\ u} = \frac{sen\ u_1^*}{sen\ u_1} = \frac{sen\ u_2^*}{sen\ u_2} = \ldots\ldots C.$$

El valor de la constante C puede determinarse por la ley Lagrange-Helmholtz (1), establecida para los rayos paraxiles, pues, según ella, para los ángulos muy pequeños existe la relación:

$$\frac{tang\ u^*}{tang\ u} = \frac{1}{N} \cdot \frac{n}{n^*},$$

en la cual N es el aumento de la imagen O^*, y n y n^* los índices de refracción de los medios del objeto y de la imagen. Este último índice, en el caso del microscopio, es siempre el aire; y como la condición del aplanatismo es necesaria cualquiera que sean los valores de los ángulos u y u^*, se verificará también cuando dichos ángulos sean tan pequeños que sus senos se confundan con las tangentes y, por lo tanto, el valor de la constante C será el determinado por la ley Lagrange-Helmholtz y, en su consecuencia, tendremos:

$$\frac{sen\ u^*}{sen\ u} = n \cdot \frac{1}{N}, \quad sen\ u^* = n\ sen\ u\ \frac{1}{N}, \qquad [\mathbf{b}]$$

y llevando este valor de $sen\ u^*$ á la ecuación fundamen-

(1) Véase en la obra publicada por M. von Rohr, *Die Bilderzeugun in optischen Instrumenten* (Berlín, 1904), el capítulo IV, escrito por P. Culmann, *Die realisirung der optischen Abbildung* (pág. 148), y también en la misma obra (pág. 198), *Historische Notizien: Ueber die Helmholtzche Gleichung*. Véase también en la Adición *A* el § **17**.

tal [**a**], y substituyendo N por su equivalente $\frac{x^*}{f^*}$, tendremos:

$$\text{Apertura numérica} = \frac{\frac{1}{2} D}{f^*} = \mathbf{n \cdot sen\, u.} \qquad [\mathbf{XIII}]$$

El producto del índice de refracción del medio del objeto por el seno del semiángulo de abertura del objetivo representa, pues, la misma relación que existe entre el semidiámetro del cono de rayos emergentes y la distancia focal, relación que, según hemos visto en el párrafo anterior, es la verdadera medida de la cantidad de rayos que el objetivo admite del punto axil O^* del objeto, y transmite al punto O^* de la imagen, y, por lo tanto, es la verdadera expresión de la «apertura numérica» (1).

Cuando el medio del espacio del objeto es el aire (objetivos secos), la apertura queda reducida al seno del semiángulo de abertura, cuyo máximo teórico tendría lugar en un objetivo hipotético que admitiera todos los rayos contenidos en una semiesfera, y entonces su valor sería la unidad:

$$sen\ u = sen\ 90^\circ.$$

Este máximo es el que sirve de punto de comparación para medir las aperturas, pues cuando se dice, por ejemplo, que la apertura de un objetivo es 0,74, se quiere indicar que recoge del objeto, para formar la imagen, los 74 céntimos del total de rayos que existen en una semiesfera en el aire; y si la apertura es de 1,28, que el número de rayos recogidos excede en 28 céntimos al total de los rayos existentes en un hemisferio en el aire. Acerca de este particular, al parecer paradójico, insistiremos más adelante.

(1) Como la imagen objetiva $O_2^* O_1^*$ se forma próximamente en el plano focal anterior del ocular (*figuras 1.ª y 2.ª*), á esa posición de la imagen deben referirse las aperturas para que sean comparables entre sí, pues tanto el diámetro de la base del cono de rayos emergentes como el ángulo de abertura del objetivo son diferentes según las distancias de la imagen; pero como los cambios que experimentan son pequeños, no es preciso una gran exactitud en la posición de dicha imagen. De ordinario, se toma la longitud normal del tubo.

42. FÓRMULA DEL APLANATISMO EXPUESTA PRIMERAMENTE POR EL PROFESOR ABBE. DIÁMETRO DE LA PUPILA DE SALIDA.—La ecuación de la apertura numérica escrita bajo esta forma: $pp_1 = f \cdot n \cdot sen\, u$, teniendo en cuenta que para deducirla hemos supuesto el aplanatismo como condición indispensable, nos dice que cuando un sistema es completamente aplanático para dos puntos conjugados O y O^* *(fig. 31)*, los rayos que parten del primero de estos dos puntos y van á parar al segundo cortan al plano perpendicular al eje que pasa por el foco posterior, á una distancia pp_1 del eje, igual al producto de la longitud focal, por el seno del ángulo que dichos rayos forman con el eje, y el índice de refracción del medio en que se halla el primer punto. Esta ley nos permite pasar desde luego á la condición del aplanatismo en la forma que la expuso primeramente el Profesor Abbe, en 1873, en sus *Contribuciones al estudio de la teoría del microscopio*, y de la cual ya nos hemos ocupado al final de § **19**. En efecto, si suponemos que el punto O^* va alejándose hasta llegar al infinito, sin dejar de ser aplanático de su conjugado O, éste coincidirá con el foco anterior del sistema, y entonces podremos decir que todos los rayos que partan del punto focal cortarán al plano perpendicular al eje que pasa por el otro foco á una distancia h, cuyo valor será: $f^* . (n \cdot sen\, u)$. La misma ley nos permite determinar fácilmente el diámetro de la pupila de salida del microscopio, puesto que el aplanatismo debe existir lo mismo para el sistema compuesto del objetivo y ocular reunidos que para el objetivo solo, toda vez que se trata en ambos casos de la formación de imágenes por anchos conos de luz. Así, pues, la ley de los senos debe tener lugar entre los ángulos u de abertura del objetivo y los ángulos u^{**} de proyección de la imagen final microscópica $O_2^{**}\, O_1^{**}$ *(fig. 10* del § **10**); y como el plano de la pupila de salida P^{**} puede considerarse prácticamente en coincidencia con el plano focal posterior F^*F^* del microscopio, el semidiámetro de dicha pupila tendrá por expresión: $f^* . (n \cdot sen\, u)$, teniendo en cuenta que en este caso f^* representa la longitud focal del microscopio. Y substituyendo su valor por su equivalente $\frac{X}{N}$, tendremos:

$$\frac{1}{2}\, p^{**} = \frac{X}{N}\,(n \, . \, sen\; u), \qquad \textbf{[XIV]}$$

lo que nos dice que el diámetro de la pupila de salida del microscopio está en relación directa de la apertura numérica y en relación inversa del aumento. El diámetro máximo que puede tener esta pupila con los objetivos secos es el duplo de la distancia focal del microscopio, que correspondería á un ángulo de abertura del objetivo de 180°. Asimismo, el diámetro máximo que puede tener la intersección del cono de rayos emergentes con el plano focal posterior de un objetivo seco, es el duplo de la distancia focal del objetivo.

Las dimensiones de la pupila de salida tienen gran importancia en la práctica del microscopio, porque, además de lo dicho, según veremos en el § **50** del Capítulo siguiente, de ella depende el que todos los rayos que ha admitido el objetivo, ó sólo una parte, concurran á la formación de la imagen en la retina, pues la pupila del ojo actúa como un verdadero diafragma que limita la pupila de salida del microscopio en el caso de que el diámetro de ésta sea mayor que el suyo. Por esta razón, para los efectos subjetivos no ofrecerá ninguna ventaja una combinación de objetivo y ocular en la cual $f(n \, . \, sen\; u)$ sea superior al semidiámetro $\frac{1}{2}\, d$ de la pupila del ojo. Así, pues, para que sean aprovechables para la imagen que se forma en la retina todos los rayos que se reunen en la imagen virtual, es preciso que entre los elementos del microscopio exista la debida proporción para que se verifique que

$$2\,\frac{X^*}{N}\,(n \, . \, sen\; u) \mathrel{\overline{\overline{<}}} d, \quad \text{ó bien} \quad 2 \, . \, \frac{f_1^* f_2^*}{\Delta}\,(n \, . \, sen\; u) \mathrel{\overline{\overline{<}}} d.$$

De otro modo, la apertura numérica que se aprovecha para la formación de la imagen en la retina será menor que la correspondiente al ángulo de abertura del objetivo.

La verdadera medida de la cantidad de rayos que el objetivo admite, ó sea su apertura numérica, acabamos de ver que está expresada por el cociente del semidiámetro D de la sección del cono de rayos emergentes con el plano focal posterior, por la distancia focal f_1^*, ó bien, en función del ángulo de abertura $2u$, por el produc-

to del seno del semiángulo de dicha abertura u y el índice n del medio del objeto (1). De esta definición se deducen varias consecuencias, de las cuales examinaremos á continuación las más importantes.

43. Los ángulos de abertura no miden la cantidad de rayos.—Aun tratándose de objetivos de la misma clase, esto es, secos ó de inmersión en el mismo medio, el diámetro del cono emergente no es proporcional á los ángulos, sino á los senos. Así, por ejemplo, cuando el ángulo aumenta progresivamente de 60 á 180°, el diámetro del cono emergente no crece en la proporción de 1:3, que es en la que ha aumentado la abertura, sino en la proporción de 1 : 2, que es en la que han aumentado los senos de la mitad de dichos ángulos.

44. Una misma apertura numérica puede corresponder á distintos ángulos de abertura.—Cuando el objeto se halla en medios de diferente índice de refracción, una misma apertura puede corresponder á conos de rayos de distinta amplitud. Si se observa con un objetivo ordinario un objeto montado en seco y luego se substituye por otro montado en bálsamo del Canadá ó en otro medio cualquiera, el diámetro del cono de rayos emergentes continúa siendo el mismo y, por lo tanto, la apertura no cambia. Tampoco experimenta cambio alguno si con el mismo objetivo se observa primero un objeto montado en seco, y luego, empleando el objetivo como si fuese de inmersión, se llena con agua ó aceite de cedro el espacio comprendido entre la lente frontal y la laminilla cubre-objeto. Es evidente que, en estos casos, los conos de rayos que parten del punto axil del objeto tienen distinto ángulo, pues salta á la vista con sólo inspeccionar las *figuras 32 y 33;* pero en ellas se ve también que esos conos de distinto ángulo, al salir de la lente frontal L del objetivo, se conducen del mismo modo que si todos ellos procedieran de un mismo punto virtual O y tuviesen el mismo ángulo $2v$, y así, en

(1) Para medir directamente la apertura de los objetivos Zeiss construye un aparato especial que se conoce con el nombre de «apertómetro». Véase números 155 y 156 del Catálogo *Mikroskope und mikroskopische Hilfapparate* (edición 33, año 1906).

realidad, para los efectos de la apertura, es completamente indiferente suponer que los rayos partan del punto O_1 en el aire con el ángulo $2u_1$, que del punto O_2 en el bálsamo del Canadá y con el ángulo $2u_2$, así como es también indiferente que el espacio entre la lente frontal y la laminilla cu-

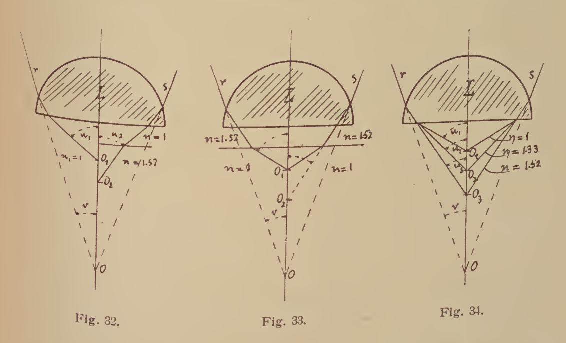


Fig. 32. Fig. 33. Fig. 34.

bre-objeto esté lleno de aire, agua ó aceite de inmersión homogénea, cuando el objeto se halla montado en otro medio de menor índice. En todos estos casos, el cono virtual *Ors*, igual en todos ellos, será el que podemos suponer como originante del cono de rayos reales emergentes, cuya magnitud determina la apertura.

Supongamos ahora, para mayor sencillez, que todo el espacio entre la lente frontal y el objeto está ocupado por un medio uniforme, y que primero sea el aire, luego agua y después aceite de cedro, substancias cuyos índices son, respectivamente, n_1 ($=1$), n_2 y n_3 *(fig. 34)*. Como la imagen objetiva, para ser visible en la observación microscópica, se ha de formar en los tres casos en el mismo plano (en el plano $O_2^* O_1^*$ de la *figura 29)*, si suponemos que la luz marcha en sentido contrario, es decir, que parta de esa imagen, los rayos extremos $O^* I$ y $O^* I$ llegarán á la lente frontal *L* del objetivo, según *r* y *s (fig. 34)*, y después de salir de ella se reunirán en O_1 cuando el medio sea el aire, en O_2 cuando sea el agua y en O_3 cuando sea el aceite de cedro, representando sucesivamente

estos tres puntos O_1, O_2 y O_3 las posiciones del objeto que sean conjugadas de la imagen $O_2^* O_1^*$. Es evidente que en los tres casos la apertura numérica será la misma, puesto que no ha cambiado ni la distancia focal posterior del objetivo ni el diámetro del cono de rayos emergentes determinado por el iris II y, por lo tanto, tendremos para los medios aire, agua y aceite de cedro:

$$\text{Apert. núm.} = \frac{\frac{1}{2} D}{f_1^*} = n_1 \,.\, sen\, u_1 = n_2 \,.\, sen\, u_2 = n_3 \,.\, sen\, u_3$$

de donde se deduce:

$$\frac{sen\, u_1}{sen\, u_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{y} \quad \frac{sen\, u_1}{sen\, u_3} = \frac{n_3}{n_1};$$

lo que nos dice que los senos de los ángulos necesarios en distintos medios para llenar una misma apertura, están en relación inversa de los índices de dichos medios; ó bien, que ángulos diferentes en distintos medios tendrán la misma apertura cuando sus senos estén en relación inversa de los índices de los medios. Así, por ejemplo, á una misma apertura de 0,66 corresponde un ángulo u de 41° 18′ en el aire, de 29° 45′ en el agua y de 25° 44′ en el aceite de cedro, porque los senos de estos ángulos guardan entre sí la relación de 1 : 1,33 : 1,52 que es la de los índices de refracción del aire, agua y aceite de cedro.

La Tabla siguiente indica los distintos ángulos de abertura $2u$ que corresponden á una misma apertura numérica en los objetivos secos, de inmersión en agua é inmersión homogénea:

Apertura numérica. ($n \cdot \text{sen}\ u$)	Ángulo de abertura correspondiente ($2u$)		
	Aire. $n = 1 \cdot 00$	Agua. $n = 1 \cdot 33$	Inmersión homogénea. $n = 1 \cdot 52$
1 · 52	..	..	180° 0′
1 · 51	..	..	166° 51′
1 · 50	..	..	161° 23′
1 · 49	..	..	157° 12′
1 · 48	..	..	153° 39′
1 · 47	..	..	150° 32′
1 · 46	..	..	147° 42′
1 · 45	..	..	145° 6′
1 · 44	..	..	142° 39′
1 · 43	..	..	140° 22′
1 · 42	..	..	138° 12′
1 · 41	..	..	136° 8′
1 · 40	..	..	134° 10′
1 · 39	..	..	132° 16′
1 · 38	..	..	130° 26′
1 · 37	..	..	128° 40′
1 · 36	..	..	126° 58′
1 · 35	..	..	125° 18′
1 · 34	..	..	123° 40′
1 · 33	..	180° 0′	122° 6′
1 · 32	..	165° 56′	120° 33′
1 · 30	..	155° 38′	117° 35′
1 · 28	..	148° 42′	114° 44′
1 · 26	..	142° 39′	111° 59′
1 · 24	..	137° 36′	109° 20′
1 · 22	..	133° 4′	106° 45′
1 · 20	..	128° 55′	104° 15′
1 · 18	..	125° 3′	101° 50′
1 · 16	..	121° 26′	99° 29′
1 · 14	..	118° 0′	97° 11′
1 · 12	..	114° 44′	94° 55′
1 · 10	..	111° 36′	92° 43′
1 · 08	..	108° 36′	90° 34′
1 · 06	..	105° 42′	88° 27′
1 · 04	..	102° 53′	86° 21′
1 · 02	..	100° 10′	84° 18′

Apertura numérica. ($n \cdot \text{sen}\ u$)	Ángulo de abertura correspondiente ($2u$)		
	Aire. $n = 1 \cdot 00$	Agua. $n = 1 \cdot 33$	Inmersión homogénea. ($n = 1 \cdot 52$
1 · 00	180° 0′	97° 31′	82° 17′
0 · 98	157° 2′	94° 56′	80° 17′
0 · 96	147° 29′	92° 24′	78° 20′
0 · 94	140° 6′	89° 56′	76° 24′
0 · 92	133° 51′	87° 32′	74° 30′
0 · 90	128° 19′	85° 10′	72° 36′
0 · 88	123° 17′	82° 51′	70° 44′
0 · 86	118° 38′	80° 34′	68° 54′
0 · 84	114° 17′	78° 20′	67° 6′
0 · 82	110° 10′	76° 8′	65° 18′
0 · 80	106° 16′	73° 58′	63° 31′
0 · 78	102° 31′	71° 49′	61° 45′
0 · 76	98° 56′	69° 42′	60° 0′
0 · 74	95° 28′	67° 37′	58° 16′
0 · 72	92° 6′	65° 32′	56° 32′
0 · 70	88° 51′	63° 31′	54° 50′
0 · 68	85° 41′	61° 30′	53° 9′
0 · 66	82° 36′	59° 30′	51° 28′
0 · 64	79° 36′	57° 31′	49° 48′
0 · 62	76° 38′	55° 34′	48° 9′
0 · 60	73° 44′	53° 38′	46° 30′
0 · 58	70° 54′	51° 42′	44° 51′
0 · 56	68° 6′	49° 48′	43° 14′
0 · 54	65° 22′	47° 54′	41° 37′
0 · 52	62° 40′	46° 2′	40° 0′
0 · 50	60° 0′	44° 10′	38° 24′
0 · 45	53° 30′	39° 33′	34° 27′
0 · 40	47° 9′	35° 0′	30° 31′
0 · 35	40° 58′	30° 30′	26° 38′
0 · 30	34° 56′	26° 4′	22° 46′
0 · 25	28° 58′	21° 40′	18° 56′
0 · 20	23° 4′	17° 18′	15° 7′
0 · 15	17° 14′	12° 58′	11° 19′
0 · 10	11° 29′	8° 38′	7° 34′
0 · 05	5° 44′	4° 18′	3° 46′

Cuando el medio entre el objeto y la lente frontal es el aire, los objetivos se llaman «ordinarios» ó «secos» y de «inmersión» cuando el medio es un líquido de índice superior, según ya queda dicho en los §§ **1** y **30**. Para una misma apertura numérica los objetivos de inmersión necesitan utilizar un ángulo de abertura menor que los objetivos ordinarios, lo que favorece mucho las correcciones y otras circunstancias mencionadas en el § **30**. La relación que debe existir entre el ángulo u de un objetivo seco y el ángulo u_1 de uno de inmersión para que los dos tengan una misma apertura, la expresa la igualdad

$$\text{sen}\ u = n_1 \ . \ \text{sen}\ u_1, \qquad [c]$$

y mientras sea posible satisfacerla materialmente,

los dos objetivos serán iguales en cuanto á la cantidad de rayos que admitan, y no existirá, en ese concepto, ninguna ventaja á favor del objetivo de inmersión (1). Mas bien sabido es que las dificultades técnicas para llevar á cabo las correcciones de los objetivos aumentan considerablemente con la anchura de los conos de rayos que parten del objeto, esto es, con el ángulo de abertura; y que existe un límite que podemos llamar «límite de construcción», más allá del cual no es posible obtener imágenes claras. A este límite se llega, con los medios técnicos de que hoy se puede disponer, cuando el ángulo de abertura en los objetivos secos es de unos 143°, lo que equivale á una apertura numérica de 0,95 (véase §§ **12** y **13**). Esa misma apertura se alcanza con un ángulo de 91° en la inmersión en agua, y sólo de 77° en la inmersión homogénea, siendo evidentes, por lo tanto, las grandes ventajas que ofrece el principio de la inmersión para aumentar la apertura de los objetivos, pues estos dos ángulos, 91 y 77°, que en los objetivos de inmersión se iguala la apertura máxima de los objetivos secos, están muy por debajo del «límite de construcción»; y, en efecto, de un modo corriente se construyen objetivos de inmersión en agua de 140° y en inmersión homogénea de 130°, cuyas aperturas numéricas ($n_1 \cdot sen\ u_1$) han de ser muy superiores á la apertura numérica máxima ($sen\ u$) á que se puede llegar con los objetivos

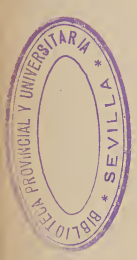
(1) Como el seno de un ángulo no puede ser mayor que la unidad, desde el momento en que el valor de $sen\ u_1$ sea mayor que $\frac{1}{n_1}$, la igualdad $sen\ u = n_1 \cdot sen\ u_1$ deja de ser posible, lo que quiere decir que con esos valores no puede haber ningún objetivo seco cuya apertura iguale á los objetivos de inmersión. El valor crítico lo alcanzan los objetivos de inmersión en agua cuando el ángulo de abertura es de 97°, y de 82° en los de inmersión homogénea. Comunmente se llaman objetivos de inmersión de «gran ángulo» cuando su abertura es superior á ese número de grados, pues entonces su apertura numérica es mayor que la unidad, y mayor, por lo tanto, á la que correspondería á un objetivo seco «teórico» cuyo ángulo de abertura fuese de 180°. Las ventajas de la inmersión se extienden también á otras propiedades que á la apertura (véase § **30**), y por eso se construyen también objetivos de inmersión de apertura inferior á la unidad, y en algún caso con diferencia muy notable, como sucede en el nuevo objetivo Zeiss *P I* de inmersión en agua, destinado al estudio de los *planktons*, cuya apertura es sólo de 0,11, correspondiente á un ángulo de 9° 25′.

secos. Además del límite material de construcción, existe para los ángulos de abertura un «límite teórico» más allá del cual no se puede ir, puesto que no se concibe que un objetivo pueda recibir de un punto del objeto mayor cantidad de rayos que los contenidos en una semiesfera, que representa un cono de ángulo máximo límite de 180°. Así, el ángulo u mayor que teóricamente puede asignarse á un objetivo será de 90°, al que corresponde, en los objetivos secos, la apertura numérica igual á la unidad ($sen\ 90^\circ = 1$), lo que quiere decir que si un objetivo tal pudiera realizarse materialmente, admitiría de cada punto del objeto, para formar la imagen, toda la cantidad de rayos contenidos en una semiesfera.

45. Aperturas mayores que la unidad.—Según la fórmula [c] del párrafo anterior, que establece las relaciones de igualdad entre las aperturas de los objetivos secos y de inmersión, estos últimos tendrán la apertura 1 cuando el seno del ángulo u_1 sea igual al valor recíproco $\left(\frac{1}{n_1}\right)$ del índice del medio de inmersión, y eso se verifica con un ángulo de abertura de 97° para la inmersión en agua ($n_1 = 1,33$), y de 82° para la inmersión homogénea ($n_1 = 1,52$); de modo que un objetivo teórico seco de 180° de abertura, uno de inmersión en agua de 97° y otro de inmersión homogénea de 82° serán iguales en cuanto á su apertura numérica, es decir, recogerán del objeto y utilizarán en la formación de la imagen una cantidad de rayos equivalentes á los que existen en un hemisferio en el aire. Mas si tenemos en cuenta que los ángulos 97 y 82° están muy por debajo del límite de construcción, y que de un modo corriente se construyen objetivos que los tienen mucho mayores, forzosamente hemos de admitir que la apertura numérica de esos objetivos será mayor que la unidad, es decir, que admitirán una cantidad de rayos superior á los contenidos en una semiesfera en el aire. No otra cosa significan las aperturas numéricas 1,30 y 1,40 que alcanzan los apocromáticos de inmersión homogénea, las cuales, traducidas al lenguaje común, quieren decir toda la cantidad de rayos contenidos en una semiesfera en el aire, más los 30 y 40 céntimos de rayos de otra semiesfera. Esta conclusión, que al pronto podrá parecer algo paradóji-

ca, fué vivamente combatida cuando el Profesor Abbe la anunció por primera vez; mas hoy día es de uso corriente entre los microscopistas, pues no sólo se funda en deducciones teóricas legítimas, sino que encuentra también la más completa comprobación experimental, según vamos á ver.

Para demostrar prácticamente que un objetivo de inmersión «de gran ángulo» recoge una cantidad mayor de rayos y los utiliza en la formación de la imagen, de los que recogería un objetivo seco cuya abertura fuese de 180°, basta enfocar con él una preparación montada en bálsamo del Canadá, después de haber colocado entre su lente frontal y la laminilla cubre-objeto una gota del medio de inmersión para el cual esté construído dicho objetivo, y de iluminar el objeto con un condensador de inmersión de modo que el cono de rayos iluminantes llene, por lo menos, todo el cono de la abertura del objetivo. En estas condiciones, se mide el semidiámetro del cono de rayos emergentes en su intersección con el plano focal posterior del objetivo por medio del microscopio auxiliar, y según lo dicho en los §§ **36** y **37**, y el cociente de la división de ese semidiámetro por la distancia focal posterior del objetivo expresará la cantidad de rayos que el objetivo admite. Si se substituye en seguida la preparación montada en bálsamo por otra montada «en seco», esto es, que entre el objeto y la laminilla exista una tenue capa de aire, conservándose los mismos todos los demás pormenores de la primera observación, y se mide de nuevo el diámetro del cono de rayos emergentes, se verá que en esta segunda observación dicho diámetro ha disminuído de magnitud, y como la distancia focal del objetivo continúa siendo la misma, lógicamente debemos deducir que la cantidad de rayos que el objetivo recoge en esa segunda observación es menor que la que recogió en la primera. Por las consideraciones siguientes vamos á ver que en la segunda observación hemos realizado, en lo posible, el caso de un objetivo seco de 180° y de la misma distancia focal que el de inmersión y, por lo tanto, la cantidad de rayos recogidos del objeto montado en bálsamo en la primera observación es superior á la cantidad de rayos contenidos en una semiesfera en el aire. Supongamos, para demostrar este último aserto, que *L (fig. 35)* es la lente frontal de un objetivo de inmersión homogénea, y que observamos primero un obje-



to O_1 montado en bálsamo, después de haberle iluminado con un condensador de inmersión de gran ángulo. Para mayor sencillez en la figura, supondremos que los rayos que parten de O_1 no sufren ninguna desviación hasta llegar á la cara posterior de la lente L, suposición próxima á la verdad, por ser los índices del bálsamo, del aceite de cedro y del crownglás próximamente iguales. Siendo $2u_1$ el ángulo de abertura del objetivo, admitirá del punto O_1 un cono de rayos del O_1rs, que á su salida de la lente posterior formarán el cono emergente de diámetro D_1. En la segunda observación, al substituir el objeto O_1 en el bálsamo por el objeto O_2 en el aire, no será posible utilizar toda la abertura $2u_1$ del objetivo, y á eso se debe la disminución de la anchura del cono de rayos emergentes, cuyo diámetro D_2 será menor que el diámetro D_1. Para representarnos de un modo claro la diferente marcha de los rayos en los dos casos, podemos acudir al recurso, ya empleado otras veces, de suponer que los rayos, en vez de partir del objeto, parten de su imagen O^* *(fig. 29)*, y siguiendo una dirección contraria, se reunen en el punto O, con lo cual no se alteran en lo más mínimo las condiciones ópticas del fenómeno. Así vemos que en la primera observación la totalidad del cono de rayos que parte del punto O^*, y cuya anchura está determinada por el iris del objetivo, se reune en el punto O_1 del objeto, bajo el ángulo rO_1s *(fig. 35)*, y que, en la segunda, esa concentración total no es posible en el punto O_1, porque, siendo el objetivo de inmersión de «gran ángulo», los rayos de la periferia del cono poseen una inclinación superior al ángulo límite de reflexión total entre el aceite de cedro y el aire (unos 41°) y, por lo tanto, al llegar á la laminilla son reflejados (véase § **13**). Si, $r'O_1$, por ejemplo, es un rayo periférico cuya inclinación esté muy próxima al ángulo de reflexión total, al penetrar en la capa de aire tomará la dirección cO_2, casi paralela á la laminilla cubre-objeto, y otro

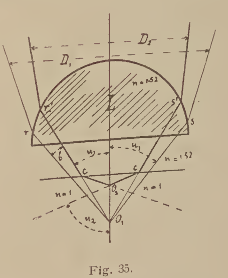


Fig. 35.

rayo de mayor inclinación que él ya no tendrá entrada en la capa de aire y, por lo tanto, no podrá llegar al objeto. De todos los rayos, pues, que parten de la imagen O^* *(fig. 29)* y se concentran en el punto axil del objeto cuando éste se halla montado en bálsamo del Canadá, sólo una parte será posible que encuentren al objeto cuando se halle rodeado de aire. La cantidad de rayos contenidos en el cono $c\,O_2\,c$ en el aire, y en el cono $r'\,O_1\,s'$ en el medio de inmersión homogénea, es evidentemente la misma y, por lo tanto, el diámetro del cono emergente correspondiente al ángulo $r'\,O_1\,s'$ será también la medida de los rayos contenidos en el aire dentro de la abertura $c\,O_2\,c$. Mas, si tenemos en cuenta que O_2 debe estar necesariamente muy próximo á la laminilla, y que, por lo tanto, el ángulo $c\,O_2\,c$ difiere muy poco de 180°, podemos suponer que la segunda experiencia la hemos realizado con un objetivo seco de ángulo de abertura muy próximo á dicho número de grados y, por lo tanto, por medio de la observación queda demostrado que un objetivo de inmersión de «gran ángulo» recoge del objeto y utiliza en la formación de la imagen una cantidad de rayos superior á los que existen en una semiesfera en el aire, que son los que constituyen el límite de los que podrían recoger un objetivo seco cuyo ángulo de abertura fuese de 180°.

46. Diferente cantidad de rayos en conos iguales y en distintos medios.—Cuando dos puntos radiantes están en un mismo medio se concibe fácilmente que el aumento de rayos en uno de ellos necesite un objetivo de mayor abertura para recogerlos, y que ese aumento se encuentre también en el mayor diámetro de la sección del cono de rayos emergentes. Mas, cuando los medios son diferentes y del punto O_2 en el aire *(fig. 35)* parte un cono de rayos $2u_2$ que llena por completo una abertura D_2, en tanto que otro cono de rayos $2u_1$ en otro medio más denso no puede pasar todo él por esa abertura y necesita otra mayor D_1, siendo en ambos casos iguales todas las demás circunstancias, excepto las que se refieren á la radiación, no podemos deducir lógicamente otra cosa sino que el cono $2u_1$ contiene un exceso de rayos que no se hallan en el cono $2u_2$, pues la porción mayor de la abertura $(D_1 - D_2)$ correspondiente al segundo medio enviará

rayos á la imagen O^* que no se hallan en la primera (1). Estos rayos no podemos suponer que vengan de otra parte que del punto radiante y, por lo tanto, forzosamente tenemos que admitir que el cono $2u_1$ en el líquido de inmersión contiene específicamente una cantidad de rayos que no se encuentran en el cono $2u_2$ en el aire. Un objetivo que admitiera la totalidad de rayos que un elemento es capaz de irradiar en el aire en el espacio de una semiesfera, hemos visto que tendría una abertura—diámetro de la sección del cono de rayos emergentes—igual al duplo de su distancia focal (fórmula [**XII**] del § **42**). Si el elemento radiante se hallase en aceite de cedro, esa misma abertura correspondería próximamente á un cono de 82° y, por lo tanto, para aprovechar los rayos contenidos en un cono de ángulo mayor, en el mismo medio, será preciso una abertura más grande que la necesaria que para aprovechar todos los rayos contenidos en una semiesfera en el aire. Esto sólo se explica suponiendo que los rayos en el aceite de cedro están más juntos y apretados unos contra otros, y que todos aquéllos cuya inclinación con el eje del cono es superior á 41° constituyen un exceso de rayos que no se encuentran en el aire, es decir, que no son irradiados cuando el punto irradiante se halla en el aire (2). Este mismo razonamiento sería valedero para otro medio cualquiera, para el agua, por ejemplo, con sólo substituir el ángulo de 41° por otro de 49° y, por lo tanto, podemos sentar como principio general que los objetivos de inmersión de gran ángulo utilizan para formar la imagen mayor cantidad de rayos de los que existen en una semiesfera en el aire, y que esa mayor cantidad, no sólo es bajo el punto de vista cuantitativo, sino también cualitativo, puesto que ese exceso de rayos no se encuentran nunca en el aire.

Dedúcese también de las anteriores consideraciones una enseñanza que debe tenerse muy presente en la práctica del

(1) En este raciocinio debe entenderse por las aberturas D_1 y D_2, las pupilas de iluminación que coinciden con la sección del cono de rayos emergentes con el plano focal del objetivo, y que, en el caso que consideramos, son las superficies iluminantes de la imagen O^* (véase la *fig. 29*).

(2) Prof. Abbe: *Ueber die Bemessung der Apertur beim Mikroskop. Gesamm. Abhand*, tomo I, pág. 444. *On the estimation of Aperture in the Mikroskope. Jour. Roy. Micr. Society*, año 1881.

microscopio, y es que ningún objetivo de inmersión podrá utilizar toda su abertura sino en el caso de que entre el objeto y su lente frontal no exista ninguna capa de aire, por tenue que sea, ni de otro medio alguno, cuyo índice sea inferior al del líquido de inmersión para el cual ha sido construído. Esta regla debe tenerse en cuenta para escoger el medio en que debe montarse el objeto.

47. Ángulos iguales en distintos medios corresponden á diferentes aperturas.—Supongamos que un elemento O (*fig. 36*) envía rayos bajo un ángulo $2u$, primero en un medio de índice n_1 y luego en otro de índice n_2, suponiendo $n_2 > n_1$. En el primer caso, los rayos, al salir de la lente frontal L, se encontrarán en idénticas condiciones que si partieran del punto O_1 en el aire, formando un cono de ángulo dOl, y en el segundo, será lo mismo que si partieran de O_2 bajo el ángulo pO_2q. Como en ángulos iguales en medios iguales hay la misma cantidad de rayos, hemos de deducir que en el cono en el aire O_2pq, correspondiente al medio de índice n_2, hay mayor cantidad de rayos que en el cono cuyo vértice es O_1, correspondiente al medio de índice n_1, puesto que el ángulo del primero es mayor que el del segundo, y como todos ellos son utilizados en cada caso para formar la imagen, la apertura numérica determinada por el ángulo u en el medio de mayor índice, será también mayor que la determinada por el mismo ángulo u con el medio de índice menor; lo que, por otra parte, es lo que nos dice la fórmula $n \cdot sen\ u$. Si comparamos, por ejemplo, un ángulo de abertura de 100° en el aire, en el agua y en inmersión homogénea, hallaremos que en esta última la apertura numérica es 1,52 veces mayor que en el aire y 1,14 veces mayor en el agua.

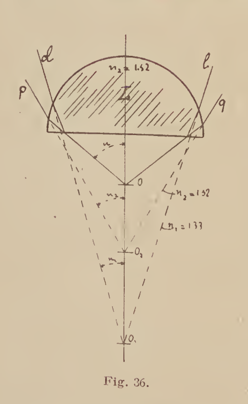
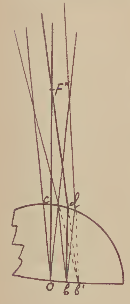


Fig. 36.

Los contrarios á la teoría de la apertura numérica, que al principio fueron muchos, presentaban, entre otros, el siguiente hecho, para negar que ángulos iguales en distintos medios representasen diferentes cantidades de rayos. Si se enfoca un objeto O descubierto y luego se le pega en el centro de una semiesfera de vidrio y se le enfoca de nuevo y se mide el diámetro del cono de rayos emergentes en el plano focal posterior del objetivo, se encontrará que en las dos observaciones dicho diámetro es el mismo, á pesar de corresponder en el primer caso á un cono de rayos en el aire, y en el segundo á un cono de rayos del mismo ángulo, pero en el vidrio; y como dicho diámetro representa la cantidad de rayos que en los dos casos van á formar la imagen, parece, á primera vista, lógica la deducción de que en los dos casos el objetivo admite del objeto también la misma cantidad de rayos. Mas esa interpretación de los hechos adolece de falsedad, puesto que hay que tener en cuenta que el objeto O pegado en el centro de la semiesfera de vidrio de índice n, no es un punto sino un elemento superficial extenso, y que, por lo tanto, la semiesfera de vidrio lo amplificará n veces (1), y con esa amplificación se

(1) Un punto O, colocado en el centro de una semiesfera de vidrio, envía rayos en todas direcciones, que continúan en el aire sin experimentar desviación alguna; mas desde el momento que, en vez de un punto, se considera un elemento superficial, por pequeño que sea, sus dimensiones aparecen aumentadas en la misma proporción que el índice del vidrio. En efecto, supongamos una esfera de crownglás de índice 1,5 y de radio R. Según las fórmulas relativas á las lentes plano-convexas, el foco F^* de esta semiesfera estará situado á una distancia del vértice c igual á $2R$. Los rayos que partan del punto O no sufrirán desviación alguna al pasar al aire, pero sí la sufrirán los que partan del punto b, muy próximo á él. Supongamos el rayo bd paralelo al Oc. En d experimentará una desviación que le conducirá al foco posterior F^*, de modo que el punto b será visto en b' y, por lo tanto, el elemento Ob aparecerá aumentado según Ob', y tendremos:



$$Ob' : Ob :: F^*O : F^*c :: 3R : 2R :: 3 : 2.$$

Lo que nos dice que la imagen Ob' del elemento Ob aparecerá aumen-

presentará al objetivo, de modo que para la imagen O^* será lo mismo que si hubiese sufrido dos aumentos, uno ocasionado por la semiesfera y otro por el objetivo, ó, lo que es lo mismo, la imagen O^* tendrá igual aumento que tendría si el objeto O se hallase en el aire, y la distancia focal del objetivo hubiese sido disminuída n veces. Y como la cantidad de rayos (la apertura) en distintos objetivos no se mide sólo por el diámetro de los conos emergentes, sino por su relación con las distancias focales, resulta que con la semiesfera de vidrio, aunque el ángulo de abertura es el mismo que en el aire, la cantidad de rayos será n veces mayor.

Terminaremos con el siguiente ejemplo, que servirá para fijar bien y poner en claro las ideas expuestas anteriormente. Supongamos un objeto transparente O *(fig. 37)* montado en un índice de 1,52 (bálsamo del Canadá) é iluminado por medio de un condensador de inmersión con un cono de luz de 100°. Dicho objeto enviará al objetivo L un cono de rayos de igual ángulo, el cual tendrá que atravesar el espacio frontal antes de llegar á él. Si ese espacio frontal está ocupado por una capa de agua, según se representa en la mitad izquierda de la figura, el rayo incidente penetrará en dicha capa, puesto que su inclinación (50°) es menor que el ángulo crítico entre el bálsamo y el agua (próximamente unos 60°), de modo que en estas circunstancias todo el cono de rayos de 100° en el bálsamo será recogido por el objetivo. Este cono equivale á uno de 121° en el agua, y la apertura numérica es de 1,16. Supongamos ahora, según representa la mitad derecha de la figura, que el espacio frontal, en vez de estar ocupado por agua, lo esté por una capa de aire. En el objetivo sólo podrá penetrar un cono de rayos de 80° en el bálsamo, equivalentes á 118° en el aire, y la apertura quedará

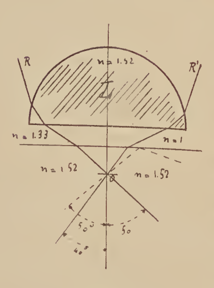


Fig. 37.

---

tada 1,5 veces, ó sea igual número de veces que el índice de refracción del crownglás de la semiesfera.

reducida á 0,86, pues los rayos de inclinación mayor serán reflejados en la superficie de la laminilla cubre-objeto (1). Es preciso, pues, para aprovechar toda la apertura numérica de que es capaz un objetivo, que el medio del objeto y el que ocupa el espacio frontal guarden cierta relación en sus índices. La anchura del cono de rayos iluminantes tiene influencia en cuanto se consideren tan sólo los rayos directos, pues según veremos al tratar de la formación física de la imagen, la acción difractante del objeto modifica las direcciones de los rayos directos dentro de tan extensos límites, que puede muy bien un objetivo de gran ángulo aprovechar toda su apertura en la formación de la imagen, aun cuando el objeto sólo esté iluminado por un estrecho cono de rayos.

(1) Este ejemplo está tomado del Dippel: *Das Mikroskop und seine Andwendung*. Primera parte, pág. 322 (Brunswick, 1882).

CAPÍTULO VI.

Claridad de la imagen.

48. Claridad é intensidad luminosa.—La cantidad de luz que recibe la imagen microscópica procede de los rayos que han penetrado en el objetivo, cuya medida, según hemos visto en el capítulo anterior, está representada por su apertura numérica. Mas una misma cantidad de luz admitida por el objetivo puede distribuirse en imágenes de extensión superficial muy diferente y, por lo tanto, para apreciar el verdadero grado de iluminación no basta el conocimiento de la apertura numérica, sino que hace falta también conocer el aumento. Con estos dos datos estará definida la intensidad luminosa de la imagen para una determinada intensidad específica del manantial iluminante, y eso es suficiente cuando se considera la imagen bajo el punto de vista objetivo, como sucede, por ejemplo, en el empleo del microscopio en microfotografía ó como aparato de proyección; mas cuando se usa en su modo genuino, esto es, como instrumento subjetivo destinado á producir una imagen virtual que sea conjugada de la que se forma en el fondo del ojo, lo que nos interesa conocer no es la intensidad luminosa de la imagen, sino la claridad bajo la cual la percibimos; entendiendo por «claridad» aquella sensación que nos da idea de la mayor ó menor cantidad de luz, la cual depende del grado de excitación producida en las terminaciones de los nervios de la retina por la acción de los rayos que van á parar á ellos y, por lo tanto, aceptando

que la excitación sea proporcional á la cantidad de rayos que se reunen en la unidad de superficie de la retina, la intensidad luminosa de la imagen retiniana será, á la vez, la expresión de su claridad (1).

49. INTENSIDAD LUMINOSA EN LA IMAGEN VIRTUAL.— Para una misma intensidad específica de los rayos (§ **39**) la iluminación de la imagen virtual microscópica O_2^{**} O_1^{**} *(figura 10)* depende exclusivamente del diámetro de la pupila de salida P_2^{**} P_1^{**}, puesto que dicha pupila es la base común de todos los conos de rayos que tienen sus vértices en la imagen, y determina, por lo tanto, el ángulo de proyección u^*. La cantidad de luz L que un elemento axil s del objeto O enviará al objetivo, siendo $2u$ el ángulo de abertura, n el índice del medio en que se halla el objeto, é I la intensidad específica de los rayos que parten del manantial iluminante, tendrá por expresión (§ **39**):

$$L = \pi \cdot I \cdot s \cdot n^2 \cdot sen^2\, u.$$

Esta cantidad de luz se hallará toda ella en la imagen s^* del elemento s, suponiendo el sistema aplanático y además que los rayos no experimentan pérdida sensible de intensidad al atravesar las lentes. Á su vez, la expresión de la cantidad de luz que el elemento s^* de la imagen virtual envía á la pupila de salida será:

$$L^* = \pi \cdot I \cdot s^* \cdot sen^2\, u^*;$$

y teniendo en cuenta que L y L^* representan una misma cantidad de luz, y que siendo N el aumento del microscopio, $s^* = N^2 \cdot s$, tendremos:

(1) Para fijar bien estas ideas debe tenerse en cuenta que la «iluminación de la imagen» es una propiedad objetiva, y la «claridad, bajo la cual es vista», una propiedad subjetiva. La iluminación está representada por la cantidad de flujo luminoso que una superficie iluminante envía á 1 cm.² de la superficie iluminada. La claridad es el grado de iluminación que subjetivamente apreciamos en una superficie cuando la miramos, y depende de la cantidad de flujo luminoso que dicha superficie envía á la unidad superficial de la imagen que se forma sobre la retina.

$$\frac{L^*}{s^*} = \frac{L}{s} \cdot \frac{1}{N^2} ;$$

lo que nos dice que la intensidad luminosa de la imagen, comparada con la del objeto, está en razón inversa del cuadrado del aumento. Esta intensidad se refiere á la imagen virtual $O_2^{**}\ O_1^{**}$, y para apreciar el grado de claridad con que será vista por el observador, deben tenerse en cuenta las siguientes consideraciones.

50. Claridad de la imagen.—El ojo humano, como todo sistema óptico que forma imágenes, tiene sus pupilas propias de entrada y de salida, semejantes en un todo á las que hemos estudiado en el microscopio, en el Capítulo II (1). Cuando miramos á simple vista una superficie S iluminada ó luminosa por sí misma, cada uno de sus elementos s envía al ojo un cono de rayos divergentes que tiene por base la pupila de entrada. Este cono, efecto de las refracciones que experimentan los rayos al atravesar los distintos medios del ojo, se convierte en otro convergente cuyo vértice está en la retina, y cuya base la forma la pupila de salida. Su ángulo $2U'_0$ está determinado por los rayos que, partiendo del elemento s' de la retina, pasan por las extremidades de un diámetro de la pupila de salida; y teniendo en cuenta que la radiación se verifica en el humor vítreo del ojo ($n' = 1.3365$) la intensidad luminosa en el elemento s', ó sea su claridad H_0, tendrá por expresión:

$$H_0 = \frac{L'}{s'} = \pi \,.\, I \,.\, n'^2 \,.\, sen^2\, U'_0 \,.$$

(1) El diafragma real del sistema óptico del ojo le constituye el iris, membrana musculosa colocada inmediatamente delante del cristalino; y sus dos imágenes virtuales formadas, la una en el aire, por la cámara anterior del ojo llena del humor acuoso, y la otra en el humor vítreo, por el cristalino, constituyen, respectivamente, las pupilas de entrada y de salida. La pupila de entrada está situada unos 0,6 mm. delante del iris, y la de salida 0,1 mm. detrás de él, de modo que las dos pupilas se hallan muy próximas una de otra, pues sólo las separa una distancia de 0,7 mm. El diámetro de la pupila de entrada es $1/7$ mayor que el de la abertura del iris, y el de la de salida $1/18$ también mayor.

Mirando, pues, á simple vista, un objeto luminoso ó iluminado que emita luz en todas direcciones, el cono de rayos que se concentran en el elemento s' de la imagen que se forma en la retina tendrá siempre el mismo ángulo $2U'_0$, determinado por el diámetro de la pupila de salida del ojo y, por lo tanto, la claridad de la imagen dependerá exclusivamente de la intensidad luminosa peculiar del objeto, cualquiera que sea la distancia á que éste se encuentre. Mas cuando miramos la imagen virtual en el microscopio las condiciones cambian, porque los conos de rayos que parten de ella son de ángulo limitado, y se propagan sólo en una dirección determinada, pudiendo, por lo tanto, no llenar toda la pupila de entrada del ojo, en cuyo caso el ángulo $2U'_0$ no será el ángulo de proyección del elemento s' de la imagen que se forma en la retina, sino otro cualquiera $2U'$ menor que él; y ese cambio de ángulo influirá, naturalmente, en la claridad bajo la cual será vista la imagen.

La posición normal del ojo en la observación microscópica es aquélla en la cual su pupila de entrada y la de salida del instrumento coinciden en un mismo plano y además están centradas, pues de este modo se halla en las condiciones más favorables para recibir la mayor cantidad posible de los rayos procedentes de la imagen $O_2^{**}O_1^{**}$ *(fig. 10)* y verla en toda la extensión de su campo, por ser dicha pupila de salida la sección de mínimo diámetro del haz de rayos que sale del microscopio. En esa posición, el observador ve la imagen $O_2^{**}O_1^{**}$ en iguales circunstancias que antes veía á simple vista la superficie S, siempre que de todos los puntos de dicha imagen partan conos de rayos que llenen toda la pupila del ojo, para lo cual es preciso que su diámetro sea por lo menos igual al de la pupila de salida del microscopio $P_2^{**}P_1^{**}$, pues así estará lleno de rayos todo el cono de ángulo $2U'_0$, y la claridad H_0 de la imagen en la retina será la misma que expresa la fórmula anterior, y la misma que tendría también el objeto O visto á simple vista, dado que la intensidad luminosa de los rayos fuese igual. Esta claridad H_0 con la que aparece la imagen cuando la pupila del ojo y la del microscopio son iguales, se llama «claridad natural», y es el límite superior de iluminación que puede tener la imagen en la retina, puesto que no es posible que concurran ya mayor cantidad de rayos para

formarla. Si la pupila del microscopio fuese mayor que la del ojo, el iris interceptaría el exceso de rayos, de modo que la pupila del ojo obra en realidad como si fuese un verdadero diafragma colocado sobre la pupila de salida del microscopio. Si, por el contrario, la pupila del microscopio fuese menor que la del ojo, entonces quedaría una porción de esta última inactiva y, en su consecuencia, la imagen en la retina estaría formada por menor cantidad de rayos de los que el ojo es capaz de admitir y, por lo tanto, su claridad sería menor que la «claridad natural». En este caso hay que substituir en la fórmula anterior el ángulo de abertura $2U'_0$ por otro más pequeño; y sucede lo mismo que hemos visto sucedía en los objetivos cuando el ángulo de iluminación no llenaba toda su abertura, esto es, que el iris deja de limitar los rayos que concurren á formar la imagen, y las verdaderas pupilas del ojo son substituídas por las «pupilas de iluminación».

El semidiámetro de la pupila de salida del microscopio en función del aumento y de la apertura numérica, hemos visto en el § **42** que tenía por expresión:

$$\frac{1}{2} p^{**} = \frac{X}{N} (n \,.\, sen\ u),$$

y designando por d el diámetro de la pupila del ojo, para que la claridad con que es vista la imagen sea la claridad natural H_0, tal como anteriormente queda definida, es preciso que

$$2 \frac{X}{N} (n \,.\, sen\ u) \geqq d.$$

De esta expresión se deduce que para cada apertura numérica habrá un valor de N,

$$N_0 = 2 \frac{X}{d} (n \,.\, sen\ u),$$

que satisfará la condición de igualdad entre la pupila del ojo y la del instrumento, y con el cual la imagen será vista con la claridad natural, esto es, con la misma claridad que sería visto el objeto á simple vista. Este aumento N_0 se designa con el

nombre de «aumento normal», y si á partir de él el aumento del microscopio disminuye, la claridad permanecerá estacionaria, y en cambio disminuirá rápidamente cuando el aumento crezca, pues esas variaciones del aumento llevan consigo otras, en sentido contrario, en el diámetro de la pupila de salida del microscopio, que son las que directamente determinan los cambios de claridad, según acabamos de ver. Para un diámetro de la pupila del ojo de 3 mm., siendo la distancia X de la visión distinta de 25 cm., los siguientes números indican los valores del «aumento normal» correspondiente á las aperturas 0.5, 1.0 y 1.5, así como los aumentos con los cuales la claridad de la imagen es $^1/_4$ de la claridad natural.

	N_0 $H = H_0$	N $H = {}^1/_4\, H_0$
$n \,.\, sen\, u = 0.5$	83,3	166,7
» $= 1.0$	166,7	333,3
» $= 1.5$	250,0	500,0

El grado de claridad necesaria para poder apreciar distintamente los detalles de la imagen señala un límite á los aumentos útiles, sobre todo en la observación telescópica, en la cual los objetos no pueden iluminarse artificialmente como en la microscópica, y hay que tomarlos, por lo tanto, con su iluminación natural, á veces muy poco intensa. Si en la fórmula anterior, en vez de N_0, se pone un equivalente en función de las distancias focales del objetivo y ocular y del intervalo óptico ([**II**] y [**V**] § **1**), tendremos:

$$\frac{\Delta}{f_1 \cdot f_2} = \frac{2\,(n \,.\, sen\, u)}{d},$$

fórmula que indica las relaciones que deben existir entre las distancias focales y la apertura numérica para que el aumento del microscopio sea el normal, esto es, para que su pupila de salida tenga el mismo diámetro que la del ojo y determinar bajo esa base la debida ponderación entre los elementos del microscopio, lo mismo con relación á la claridad de la imagen que al aprovechamiento de la apertura numérica. Así, por ejemplo, para utilizar una apertura numérica dada $(n \,.\, sen\, u)$,

siendo d el diámetro de la pupila del ojo, es preciso que se verifique la siguiente igualdad:

$$(n \cdot sen\ u) = \frac{d \cdot \Delta}{2 \cdot f_1 \cdot f_2},$$

de la que se deducen las relaciones que deben existir para ello entre las distancias focales del objetivo y del ocular.

51. Leyes relativas á la claridad de la imagen.— De cuanto acabamos de exponer se deducen las siguientes consecuencias, que tienen gran interés para el conocimiento de la iluminación y claridad de la imagen (1):

1.º Como en ningún caso se puede aprovechar en la visión microscópica una pupila de salida cuyas dimensiones sean mayores que las de la pupila del ojo, la imagen nunca podrá ser vista con una claridad superior á la que ofrecería el objeto, bajo la misma iluminación, visto á simple vista (2).

2.º En tanto que el diámetro de la pupila del microscopio sea igual ó superior al de la pupila del ojo, cualquiera que sea el aumento, la imagen será vista con la misma claridad que sería visto el objeto mirado á simple vista, no teniendo en cuenta, por supuesto, la pérdida de intensidad luminosa que pueden experimentar los rayos al atravesar las lentes del instrumento.

3.º Cuando el aumento del microscopio es superior al aumento normal correspondiente á una apertura numérica dada ó, lo que es lo mismo, cuando el diá-

---

(1) Véase más adelante, en la Segunda Parte, el § **80**.

(2) Lo mismo sucede en el telescopio, con la sola excepción de cuando el objeto es un punto luminoso, cuya imagen, aun con los mayores aumentos, continúa siendo un punto, como sucede con las estrellas. Entonces la claridad aumenta en razón directa del cuadrado de la abertura (diámetro del objetivo), porque todos los rayos que penetran en el objetivo se concentran en un solo punto de la imagen que se forma en la retina, en el caso de que la pupila de salida del telescopio sea igual ó menor que la del ojo. Por eso las estrellas pueden ser vistas con una claridad muy superior á la natural.

metro de la pupila del microscopio es menor que el de la pupila del ojo, la claridad de las imágenes estará en razón directa del cuadrado del diámetro de la pupila de salida del microscopio.

4.° La claridad de la imagen, dentro de los límites expuestos, no depende de un modo particular de la distancia focal del objetivo, ni de la del ocular, ni del intervalo óptico, sino del conjunto de todos esos elementos que determinan el aumento y de la apertura numérica. El cambio de claridad que se nota en la imagen al abrir más ó menos el diafragma del condensador tiene su explicación en que la apertura numérica efectiva del objetivo cambia según la anchura del cono de rayos iluminantes, como lo demuestran plenamente las diferencias consiguientes que se notan en las dimensiones de la pupila de salida del microscopio.

CAPÍTULO VII.

Profundidad visual de la imagen.

52. Exposición general del problema de la profundidad visual de la imagen.—De las leyes de la formación geométrica de la imagen en el microscopio parece deducirse, á primera vista, que solamente se podrá percibir con claridad la imagen de una sección del objeto sin espesor apreciable; mas en realidad no sucede así, pues la visión microscópica posee también, según vamos á ver, cierto grado de «profundidad visual» que permite apreciar, bajo una misma enfocación, detalles del objeto situados en distintos planos, si bien dentro de límites muy restringidos. Además, la gran desproporción que existe entre los aumentos lateral y de profundidad en las imágenes producidas por los sistemas ópticos, se opone también á que pueda verse el espesor de los objetos en sus verdaderas proporciones. Sabido es que el aumento en profundidad, ó axil, tiene por expresión el cuadrado del aumento lateral, y está en razón inversa con los índices de los medios en que halla el objeto y se desarrolla la imagen (1); de modo que dos capas del objeto muy próximas, y separadas, por lo tanto, por una distancia axil δ muy pequeña, aparecerán separadas en la imagen por una distancia δ^* determinada por el aumento lateral N y el índice de refracción n del medio del objeto (el de la imagen es siempre el aire), en esta forma:

$$\delta^* = \frac{1}{n} \cdot N^2 \cdot \delta. \qquad \textbf{[XV]}$$

(1) Véase en la Adición *A* el § **9**, 3.°, y el § **17**, 2.°

Así, pues, si observamos un objeto con un aumento lateral de 100, ese mismo objeto aparecerá 10.000 veces aumentado en espesor si está en el aire; 7.500 veces si está en agua, y sólo 6.600 si se halla en bálsamo del Canadá. Mas á pesar de esa enorme desproporción en el aumento de una de las dimensiones, la «imagen sólida» conserva una perspectiva geométrica perfecta, si bien sea anormal y comparable, en cierto modo, á la que ofrecen los objetos de ciertas dimensiones colocados muy cerca del ojo; y la falta de proporcionalidad entre las relaciones del espacio del objeto y de la imagen no ejerce una influencia tan funesta en la apreciación de las formas sólidas de la imagen, como parece debería esperarse. La apreciación de la imagen en sus tres dimensiones no se verifica por un acto puramente sensitivo, sino más bien por un acto representativo, y por eso las desproporciones no impiden que vengamos en conocimiento de la forma verdadera de los objetos, á pesar de la perspectiva exagerada de la imagen, en tanto que la pura sensación visual nos proporcione los datos suficientes para interpretar, en sus tres dimensiones, la imagen que se forma en la retina. Y para que esto sea posible es preciso que veamos al mismo tiempo puntos del objeto colocados á niveles distintos, pues de otro modo no se concibe de dónde podría provenir la noción del espacio, puesto que careceríamos de datos de referencia con los cuales fuese posible la «reconstrucción sólida» de la imagen, si con una misma enfocación sólo pudiéramos percibir una capa del objeto sin espesor y semejante en un todo á un plano. De no ser así, todas las disposiciones empleadas para la visión binocular estereoscópica carecerían de eficacia, puesto que las imágenes no llevarían consigo algo, intimamente unido á la tercera dimensión, que podamos distinguir por ciertas referencias debidas á la distinta distribución de luz, á los efectos paralácticos, etc., etc. (1). Sentados estos antecedentes, vamos á

(1) Las cuestiones relativas á la perspectiva y profundidad visual de las imágenes microscópicas las trató por primera vez el Profesor Abbe al describir el ocular estereoscópico de su invención, en 1880, en el *Zeitschrift für Mikroskopie*. (Véase *Gesammelte Abhandlungen*, tomo I, página 244; *Beschreibung eines neuen stereoscopischen Oculars*, y *Journal Royal Microscopical Society*, Agosto de 1881.) De un modo general, y sin referirse al caso particular del microscopio, se encuentran los elementos

ver ahora que la profundidad de la imagen microscópica correspondiente á cierto espesor del objeto que puede percibirse claramente con una misma enfocación, depende de dos factores completamente distintos, pero que, no obstante, suman sus efectos dirigidos al mismo fin. Estos dos factores son la «acomodación» y la «profundidad focal»; y ambos reconocen un fundamento fisiológico, pues la primera consiste en la propiedad que tiene el ojo de modificar inconscientemente la curvatura de las superficies del cristalino, con el fin de que simultáneamente se formen sobre la retina imágenes precisas de objetos colocados á diferentes distancias, y la segunda reconoce como base el límite de «perspicacia visual», esto es, que cuando los detalles de las imágenes que se pintan en la retina son inferiores á cierta magnitud, no es posible apreciar su verdadera forma, y muchas veces ni siquiera su existencia.

53. Profundidad focal.—En la *figura 38* sólo están representadas las pupilas de entrada $P_1 P_2$ y de salida P^{**} del microscopio, y el objeto O y su imagen O^{**}. (Compárese con la *figura 10* del Capítulo II.) Colocado el ojo del observador de modo que su pupila coincida con la pupila de salida $P_2^{**}\ P_1^{**}$ (§ **50**), verá con perfecta distinción la imagen O^{**} cuando ésta se forme á la distancia de la visión perfecta X, esto es, cuando dicha imagen sea conjugada de la que se forma en el fondo del ojo; en estas condiciones, los haces de rayos que parten de los distintos puntos de la imagen O^{**} se reunirán homocéntricamente en los puntos conjugados de la retina. La imagen O^{**} corresponde á la sección plana O del objeto, y los puntos a y b, colocados debajo y encima de ella, formarán también sus imágenes en a^* y b^*, siendo sus distancias δ_2^* y δ_1^* al plano O^{**}, iguales á las distancias δ_2 y δ_1 en el objeto, multiplicadas por el cuadrado del aumento N. En-

---

que sirven de fundamento á la cuestión, en el primer tomo de la obra de Rohr: *Die Theorie der optischen Instrumente*, y en los párrafos *Die Tiefenschärfe in absoluten Masse*, pág. 481; *Die Fokustiefe*, pág. 504, y *Die Akkomodationstiefe*, pág. 505. Véase también en la *Theorie der optischen Instrumente*, del Dr. Czapski, el párrafo *Penetrations vermögen. Tiefe der Bilder*, pág. 169, y en el *Zeitschr. f. wiss Mikros.*, tomo XIX, cuaderno 3.º, el estudio del Dr. Schefer *Zur stereoscopischen Abbildung mikroskopischen objecte bei schwächen Vergrösserungen.*

focado el microscopio para la distancia X de la imagen O^{**}, no puede estarlo á la vez para las imágenes a^* y b^* y, por lo tanto, éstas no se formarán con claridad sobre la retina, pues los rayos que partan de a^* se reunirán delante de ella, y los que parten de b^* detrás. En ambos casos, la retina cortará los conos de rayos que parten de estos dos puntos á cierta distancia de sus vértices, ó bien, expresando lo mismo de otro modo, sobre la retina no se formará la imagen de los puntos a^* y b^*, sino la imagen de las secciones r_1 y r_2 de los conos de rayos con el plano de la imagen O^{**}. Estas secciones se llaman los «círculos de difusión». Por efecto de la limitación de la «perspicacia visual», de que antes hemos hablado, cuando los círculos de difusión son muy pequeños, el ojo los percibe como si fueran puntos bien definidos; y si las dimensiones de r_1 y r_2 estuviesen en ese caso, sin cambiar la acomodación del ojo ni la enfocación del microscopio, al mismo tiempo que la imagen O^{**} veríamos también con claridad las de los puntos a^* y b^*, de modo que percibiríamos una imagen con cierto espesor $(\delta_1^* + \delta_2^*)$ correspondiente al espesor $(\delta_1 + \delta_2)$ del objeto. Ese espesor del objeto, visto al mismo tiempo con una sola enfocación del microscopio, y sin cambiar para nada la acomodación del ojo, se llama «profundidad focal». Planteado así el problema, su resolución descansa: 1.º, en determinar cuál puede ser la dimensión máxima de los círculos de difusión, sin que se perju-

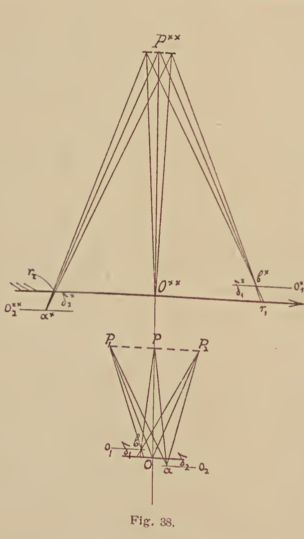


Fig. 38.

dique la definición de la imagen, y 2.°, en establecer las relaciones que existen entre los «círculos de difusión», las constantes ópticas del microscopio y las distancias δ_1 y δ_2 en el objeto, correspondientes á las δ_1^* y δ_2^* de la imagen, para las cuales los círculos de difusión están por debajo del límite de la perspicacia visual.

La «agudeza» ó «perspicacia visual» cambia de unos individuos á otros, dentro de límites bastante extensos. Su medida es el ángulo v, bajo el cual aparece el diámetro tolerable de los círculos de difusión vistos á la distancia X de la visión perfecta, desde el centro de la pupila del ojo. Teniendo en cuenta que ese ángulo es siempre muy pequeño, su expresión en función del radio de dichos círculos y de la distancia X, será:

$$v = 2\,\frac{r}{X}. \qquad [\mathbf{a}]$$

En las vistas muy finas, ese ángulo v puede llegar á ser sólo de 1′; pero generalmente es en las vistas buenas de 2′ á 3′, y puede llegar hasta á 4′ en las medianas. Estos valores sólo se pueden determinar experimentalmente y con relativa exactitud (1).

El valor del radio r de los círculos de difusión que representan las secciones, con el plano O^{**} de la imagen, de los conos de rayos cuyos vértices están en a^* y b^*, y cuya base es la pupila de salida $P_2^{**}\,P_1^{**}$, se determina fácilmente comparando los triángulos semejantes sb^*n y $P_2^{**}b^*P^{**}$ *(fig. 39)*, los cuales dan:

$$\frac{r_1}{p^{**}} = \frac{b^*s}{b^*P^{**}};$$

y como además

$$\frac{b^*s}{b^*P^{**}} = \frac{\delta_1^*}{X - \delta_1^*},$$

(1) Lo mismo la fórmula anterior [**a**] que las siguientes, sólo son rigurosamente exactas para los círculos de difusión del centro de la imagen; mas para nuestro objeto no hay inconveniente alguno, á causa de la pequeñez de los círculos, en considerar puntos fuèra del eje, con objeto de presentar las figuras con mayor claridad.

el valor del radio r_1 del círculo de difusión será:

$$r_1 = p^{**} \frac{\delta_1^*}{X - \delta_1^*}. \qquad [\mathbf{b}]$$

De la misma manera hallaríamos que el valor de r_2 correspondiente al punto a^* situado debajo del plano de la imagen O^{**}, es:

$$r_2^* = p^{**} \frac{\delta_2^*}{X + \delta_2^*}. \qquad [\mathbf{c}]$$

De estas dos igualdades se deduce los siguientes valores de δ_1^* y δ_2^*:

$$\delta_1^* = \frac{X r_1}{p^{**} + r_1}, \quad \text{y} \quad \delta_2^* = \frac{X r_2}{p^{**} - r_2},$$

que nos dicen que, para un mismo radio de los círculos de difusión, el punto a^* situado debajo de la imagen O^{**} estará más próximo á ella que el punto b^* que se halla encima, ó en otros términos, que la profundidad de visión es más extensa por debajo de la imagen perfecta O^{**} que por encima de ella. Mas como al presente no es nuestro objeto determinar con exactitud esas distancias, puesto que sólo tratamos de hallar una expresión general del fenómeno que ponga de manifiesto la diversa influencia que en él tienen los factores que le determinan, supondremos $\delta_1^* = \delta_2^*$; y como al mismo tiempo δ^* es siempre una fracción muy pequeña de X, con el fin de simplificar podemos escribir en las dos anteriores fórmulas, [**b**] y [**c**],

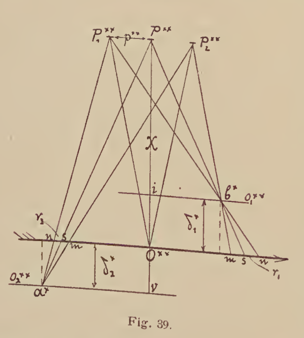


Fig. 39.

X en vez de $X \pm \delta^*$, y así la expresión general de r será:

$$r = p^{**} \frac{\delta^*}{X}; \qquad [\mathbf{d}]$$

y si en vez del semidiámetro p^{**} de la pupila de salida ponemos su valor en función de la apertura numérica y del aumento (**XIV**, § **42**), tendremos para δ^*:

$$\delta^* = r \frac{N}{(n \,.\, sen\, u)}. \qquad [\mathbf{e}]$$

Mas la «profundidad focal», según la hemos definido, se refiere al espesor del objeto que se ve al mismo tiempo con una sola enfocación y, por lo tanto, tenemos que introducir en la fórmula anterior, en vez del valor δ^*, el de δ, lo que se hace fácilmente por medio de la relación **XV** del § **52**, y así se tiene:

$$\delta = r \frac{n}{N.\,(n \,.\, sen\, u)}; \qquad [\mathbf{f}]$$

y poniendo en vez de r el valor que hemos hallado antes [**a**] en función del ángulo v, tendremos:

$$2\,\delta = v \,.\, \frac{X}{N} \,.\, \frac{n}{(n \,.\, sen\, u)} \qquad [\mathbf{XVI}]$$

fórmula que expresa el espesor del objeto, por encima y por debajo del plano de enfocación O, que será visible con claridad una vez admitido el límite de perspicacia visual v; y al mismo tiempo dice que ese espesor, ó sea la profundidad focal, está en relación directa con el índice de refracción del medio en que se halla el objeto, y en relación inversa de la apertura y del aumento. De igual modo que en el caso de la claridad de la imagen, solamente debe tenerse en cuenta la apertura activa, que, cuando más, puede ser la que corresponde á una pupila de salida en el microscopio igual á la pupila del ojo. Si el cono de rayos iluminantes sólo llenase una parte de la abertura del objetivo, la apertura numérica debe ser la correspondiente á dicho cono de rayos.

Los siguientes números dan una idea de la profundidad focal, suponiendo que el ángulo tolerable de los círculos de difusión v es de unos 3′ (arco = 0.00087), y la apertura del objetivo de 0.5 (ángulo, en el aire, de 60°).

Aumento	= 10	Prof. focal	= 0.0400 mm.
»	= 50	»	= 0.0080 »
»	= 100	»	= 0.0040 »
»	= 500	»	= 0.0008 »
»	= 1.000	»	= 0.0004 »
»	= 2.000	»	= 0.0002 »

Si el objeto se hallase montado en un medio de índice igual al del agua ó al del bálsamo del Canadá las anteriores profundidades deberían estar multiplicadas por 1.33 ó por 1.50, respectivamente.

54. ACOMODACIÓN.—Al determinar la profundidad focal hemos supuesto al ojo en estado de completo reposo, esto es, que acomodado á la distancia X, la contracción del músculo ciliar permanecía estacionaria. Realmente, esto no sucede nunca, á no ser de procurarlo por algún medio artificial (por la atropina, por ejemplo), pues el ojo, de un modo inconsciente, procura que se formen sobre la retina imágenes claras, no sólo de los objetos que se hallan á la distancia de la visión perfecta, sino también de aquéllos que estén situados un poco más cerca ó más lejos. En ese acto inconsciente consiste «la acomodación», la cual se verifica alterando ligeramente la curvatura de las caras del cristalino, sobre todo de la cara posterior, por medio de la distinta presión que el músculo ciliar ejerce sobre sus bordes. En la visión microscópica, como ya hemos dicho repetidas veces, la pupila del ojo se pone en coincidencia con la pupila de salida P_2^{**} P_1^{**} del instrumento. la cual á su vez se halla próximamente en el plano focal posterior F^* F^* *(fig. 40)*, y así se mira la imagen O^{**} en iguales condiciones que se miraría un objeto real sin el auxilio del microscopio. Si X_1 es la mayor distancia, y X_2 la menor, dentro de los límites de la acomodación perfecta, correspondientes á los puntos más lejanos o_1 y más próximo o_2, se verán con claridad las imágenes de las secciones del objeto comprendidas en el espacio d^*. El espesor del objeto O corres-

pondiente á ese espacio de la imagen, se halla de la siguiente manera.

De la ecuación general de Newton que expresa las relaciones que existen entre las distancias del objeto y de la imagen á los focos respectivos y las longitudes focales, $x \cdot x^* = f \cdot f^*$ (Adición A, § **9**, 1.°), se deduce que

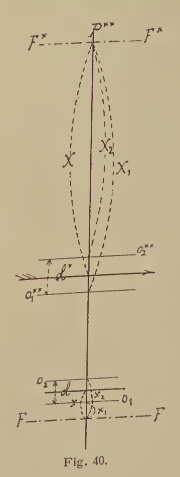


Fig. 40.

$$x_1 = -\frac{f \cdot f^*}{X_1};\ x_2 = -\frac{f \cdot f^*}{X_2},$$

y

$$x_2 - x_1 = -f \cdot f^* \left(\frac{1}{X_2} - \frac{1}{X_1}\right).$$

El primer miembro de la última expresión $x_2 - x_1 = d$, es el espesor del objeto que será visto por efecto de la acomodación del ojo á las distancias X_1 y X_2. Si el objeto y la imagen están en el aire (en el microscopio la imagen lo está siempre), $f^* = -f$, y en este caso el espesor d será:

$$d = f^2 \left(\frac{1}{X_2} - \frac{1}{X_1}\right) = \frac{X^2}{N^2} \left(\frac{1}{X_2} - \frac{1}{X_1}\right);$$

y si el objeto estuviese en un medio de índice n, puesto que, según la igualdad de Helmholtz (Adición A, § **16**) $n^* f = -f^* n$, y n^* es siempre igual á 1 en el microscopio, la fórmula general del espesor del objeto, visto por el sólo efecto de la acomodación será:

$$d = n\,(f^*)^2 \left(\frac{1}{X_2} - \frac{1}{X_1}\right) = n\,\frac{X^2}{N^2} \left(\frac{1}{X_2} - \frac{1}{X_1}\right) \quad \textbf{[XVII]}$$

Desde luego se ve que el valor de d, dentro de unos mismos límites de la facultad de acomodación, y para una misma distancia de visión perfecta X, depende sólo del índice de refracción n del medio del objeto y del aumento total del mi-

croscopio, sin tener para nada en cuenta los factores que le producen. Además, por entrar el cuadrado del aumento en el denominador, se deduce que el espesor visible del objeto decrecerá rápidamente con los aumentos, y que cuando éstos sean fuertes, prácticamente puede aceptarse que la acomodación no tiene influencia alguna en el mayor ó menor grueso visible del objeto.

Para un objeto en el aire, siendo las distancias límites de acomodación 50 mm. más ó menos de la distancia normal de 250 mm., con lo cual $X_1 = 300$ m. y $X_2 = 150$ mm. la fórmula [**XVII**] da los siguientes valores de d.

Aumento =	10,	$d = 2.08000$ mm.
» =	50,	$d = 0.08000$ »
» =	100,	$d = 0.02000$ »
» =	500,	$d = 0.00080$ »
» =	1.000,	$d = 0.00020$ »
» =	2.000,	$d = 0.00005$ »

55. PROFUNDIDAD VISUAL.—Para deducir la «profundidad visual» de los dos factores de que depende, basta tener en cuenta que los efectos de la «acomodación» se extienden á uno y otro lado de los planos o^{**}_1 y o^{**}_2 *(fig. 38)* en los cuales los círculos de difusión están por debajo del límite tolerado, ó sea á uno y otro lado del espesor que determina la «profundidad focal», y, por lo tanto, la «profundidad visual» tendrá por expresión la suma de las componentes:

$$\text{Prof. visual} = 2\delta + d. \qquad [\textbf{XVIII}]$$

Con objeto de poner bien de relieve la influencia que cada uno de estos dos factores ejerce en la «profundidad visual», puede expresarse su valor tomando por unidad el diámetro de la porción visible del objeto en los distintos aumentos. Este diámetro, según hemos visto en la fórmula [**VII**a] del § **4**, para un aumento N de la imagen virtual O^{**} formada á la distancia X, depende del ángulo $2w^*$ bajo el cual aparece el diafragma del ocular visto desde el centro de la pupila de salida del microscopio, y su expresión es:

$$D = 2 \, tang \, w^* \frac{X}{N}. \qquad [\textbf{VII} \, a]$$

Para un ángulo $2w^*$ de 30°, que suele ser comunmente el del campo visual de los oculares ($w = 15°$ y $tang\ w = 0.268$) y una distancia de visión de 250 mm., corresponden los siguientes diámetros del campo visible del objeto:

Aumento =	10;	$D =$	14.00 mm.
» =	50;	$D =$	2.80 »
» =	100;	$D =$	1.40 »
» =	300;	$D =$	0.28 »
» =	1.000;	$D =$	0.14 »
» =	2.000;	$D =$	0.07 »

Dividiendo los valores que hemos hallado para la profundidad visual, debida exclusivamente á la acomodación, por estos valores de D, tendremos que para un

Aumento de	10,	la prof. es	$^1/_7$	del diámetro del	campo	del objeto.
»	50,	»	$^1/_{35}$	»	»	»
»	100,	»	$^1/_{70}$	»	»	»
»	500,	»	$^1/_{350}$	»	»	»
»	1.000,	»	$^1/_{700}$	»	»	»
»	2.000,	»	$^1/_{1400}$	»	»	»

Estos números demuestran que la profundidad debida exclusivamente á la acomodación decrece proporcionalmente al aumento, resultado que hubiéramos obtenido también dividiendo el valor de d expresado en la fórmula [**XVII**] por el de D de la fórmula [**VII** *a*], puesto que el valor de N sólo queda en el denominador.

Por el contrario, el aumento no tiene influencia alguna cuando se compara la profundidad focal con el diámetro del campo del objeto, como es fácil convencerse de ello, pues al dividir ordenadamente la expresión de dicha profundidad focal [**XVI**, § **53**] por la del diámetro D del objeto, se tiene:

$$\frac{2\,\delta}{D} = \frac{1}{(n\,.\,sen\ u)} \times \frac{n\,.\,v}{2\,.\,tang\ w^*},$$

en la que no figura para nada el aumento. Con los datos que han servido para hallar los números anteriores, cualquiera que sea el aumento, la profundidad focal será constantemente $^1/_{350}$ del diámetro visible del objeto.

56. CONSECUENCIAS PRÁCTICAS.—De cuanto se acaba de exponer acerca de la influencia que la «acomodación» y la «profundidad focal» ejercen en la «profundidad de visión» de la imagen microscópica, podemos deducir las siguientes consideraciones generales. Con aumentos débiles, la visión de las formas sólidas del objeto es debida casi exclusivamente á la «acomodación». A medida que el aumento crece, la influencia de la «profundidad focal» se va haciendo más sensible, y al llegar el aumento á unos 300, la intervención de los dos factores viene á ser casi igual, decreciendo desde este punto la influencia de la «acomodación» y aumentando cada vez más la de la «profundidad focal», de modo que á esta última se debe casi exclusivamente el efecto estereoscópico en los aumentos superiores. Con aumentos de 600 á 1.000 ó más veces, por ser muy delgados los hacecillos de rayos que penetran en el ojo á causa del poco diámetro que alcanza la pupila de salida, y debido también á la magnitud relativamente grande que puede tener el ángulo visual de los círculos de difusión tolerables, aún es posible percibir una profundidad de la imagen correspondiente al espesor de algunas décimas de micrón en el objeto. Por eso es siempre conveniente empezar la observación de los objetos que tengan cierto espesor con el aumento indispensable para ver los detalles que han de ser materia de estudio. Cuando se empleen aumentos medianos y fuertes, como la profundidad focal es la que predomina, y está en razón inversa de la apertura numérica, se deberá empezar la observación empleando conos de rayos iluminantes estrechos (regulando su anchura por medio del condensador), con el fin de apreciar el mayor grueso posible del objeto, pues según se desprende de lo anteriormente expuesto, si en vez de iluminar el objeto con un cono de rayos de apertura numérica de 0.50 (ángulo de 60°), se iluminase con otro de apertura 0.15, por ejemplo, la profundidad focal para un aumento de 500 veces, será en el primer caso de 0.8 μ y de 2.7 μ en el segundo; suponiendo, por de contado, que los rayos iluminantes atraviesan el objeto sin experimentar las desviaciones debidas á los efectos de difracción, pues, según ya hemos dicho, con un cono de rayos iluminantes muy estrecho puede entrar en actividad toda la apertura de un objetivo, si el objeto es de es-

tructura delicada. En eso encuentra su explicación el que para ciertas observaciones sean preferibles los objetivos de pequeño ángulo de abertura.

Esa dificultad, inherente á visión microscópica, de no poder apreciar, con aumentos elevados, el espesor de los objetos fuera de muy exiguos límites, no impide el que pueda adquirirse el conocimiento de la forma por medios directos, pues á medida que va desapareciendo la perspectiva en profundidad, las imágenes se reducen á un plano, y al fin, las correspondientes á los distintos niveles aparecen en el campo visual cada vez más claras y distintas, de modo que el microscopio, por medio de aumentos ascendentes, se transforma en un micrótomo óptico, que presenta al ojo del observador secciones del objeto de una finura tal que ningún instrumento, por medios mecánicos, sería capaz de igualar (1). A la circunstancia de ser el aumento en profundidad el cuadrado del aumento lateral, se debe, principalmente, esa preciosa propiedad del microscopio que permite, enfocando sucesivamente una serie de planos colocados unos sobre otros, apreciar la verdadera forma sólida de los objetos pequeños con la misma seguridad con la cual, á simple vista, apreciamos la forma de los objetos macroscópicos.

(1) Prof. Abbe: *Beschreibung eines neuen stereoscopischen Oculars, nebs allgemeinen Bemerkungen über die Bedingungen micro-stereoskopischer Beobagtung. Zeitschr. f. Mikroskopie* (1880). *Gesamm. Abhand.*, tomo I, pág. 272.

SEGUNDA PARTE

Génesis de la imagen microscópica y leyes de su semejanza con el objeto.

CAPÍTULO PRIMERO.

Génesis y caracteres generales de la imagen microscópica. Imagen directa é imagen secundaria.

«El primer paso para la verdadera »comprensión del microscopio debe ser »el de desprenderse de la idea, gracio- »samente admitida por nuestros ante- »cesores, de que la visión microscópica »se verifica por los mismos procedi- »mientos de la visión ordinaria, y fa- »miliarizarse con la idea de que es otra »cosa *sui géneris*, que no se puede ex- »plicar por las mismas leyes que se ex- »plican las manifestaciones ópticas de »los cuerpos de considerable magni- »tud.» (Prof. Abbe: *Ueber die Bemessung der Apertur beim Mikroskop. Gesamm. Abhand.*, tom. I, pág. 374.)

57. Exposición histórica. — La gran influencia que el ángulo de abertura ejerce, no sólo en la claridad y profundidad de visión de la imagen, sino también en otras importantes propiedades y modificaciones de su forma, ha sido un hecho reconocido desde los primeros tiempos del microscopio, y al cual no se ha podido dar una explicación satisfactoria hasta que, siguiendo el camino trazado por el Profesor Abbe en el lema que encabeza este Capítulo, se ha buscado la causa fuera de las leyes dióptricas, pues, según ellas, la cantidad de rayos sólo influye en la intensidad luminosa, y no explica en manera alguna por qué aparecen ó no representados en la imagen los detalles muy pequeños del objeto, según sea mayor ó menor el ángulo de abertura del objetivo que se emplea para formarla.

Al Profesor Abbe le cabe la gloria de haber emprendido ese estudio por nuevos derroteros, partiendo del hecho, teórica y prácticamente demostrado, de que las estructuras compuestas de elementos muy pequeños y muy próximos entre sí no podían dar una imagen formada *more geometrico* según las leyes de la dióptrica, porque los rayos, al atravesarlas, experimentan los efectos de la difracción y penetran en el objetivo de un modo especial y *sui géneris,* completamente distinto de como lo harían si solamente se cruzaran en el plano del objeto y continuasen su camino sin experimentar otras modificaciones que las relativas á su intensidad especifica. Las primeras ideas sobre la influencia de la difracción en la génesis de la imagen microscópica las expuso el Profesor Abbe en un notabilísimo trabajo que constituye el punto de partida de la microscopia moderna, intitulado «Contribuciones al estudio de la teoría del microscopio» (1). Al principio solamente se reconoció la influencia de la difracción en las imágenes de las estructuras delicadas cuyos elementos fuesen bastante pequeños para entrar en número de 30 ó 40 en la longitud de 1 mm., admitiéndose para las imágenes de objetos y estructuras de dimensiones superiores las leyes generales de la dióptrica, de modo que, según este modo erróneo de ver la cuestión, la imagen microscópica debía estar compuesta de dos imágenes parciales sobrepuestas, de distinta naturaleza y de distinto origen, debida una de ellas á los rayos incidentes que, después de atravesar el objeto, seguían su camino sin experimentar otros cambios que los debidos á las modificaciones de intensidad por efecto de la absorción de las porciones más ó menos transparentes del objeto, mientras que la otra, formada con entera independencia, reconocía por única causa las interferencias que producen en el plano conjugado del objeto los rayos que han sufrido los efectos de la difracción. A la primera de estas dos imágenes la llamaba el Profesor Abbe «imagen negativa» ó «de absorción» *(Absortionsbild),* por su

(1) *Beiträge zur Theorie des Mikroskops und der mikroskopische Wahrnehmung. Max Schultze's Archiv für mikroskopische Anatomie,* IX (1873). Al año siguiente se publicó una traducción inglesa por el doctor Fripp en los *Proceedings of the Bristol Naturalist's Society;* y luego un resumen de ella en el *Monthly microscopical Journal,* XIV (1875).

manera de formarse, y á ella se la atribuían las propiedades de «definición» que dependen, como es sabido, de la más ó menos perfecta reunión homofocal de los rayos que se cruzan en los distintos puntos del objeto. En la segunda imagen, llamada «imagen de difracción» ó «imagen de la estructura» *(Structurbild)*, estaba «el poder resolvente» del microscopio, y en su génesis influía como factor principal el ángulo de abertura del objetivo, puesto que en dicha imagen aparecían tantos más detalles cuanto mayor era el número de rayos que concurrían á formarla. Esta dualidad en la constitución de la imagen microscópica fué admitida por el Profesor Abbe cuando publicó su primer Trabajo sobre la teoría del microscopio; mas en seguida nuevos estudios y experiencias le demostraron la falsedad de tal distinción, puesto que en ningún caso puede formarse una imagen según las leyes de la óptica geométrica, porque, cualesquiera que sean las dimensiones del objeto, los rayos incidentes experimentan siempre los efectos de la difracción, si bien sean éstos menos notables en las estructuras grandes que en las muy finas y delicadas, y por esa razón pudieran pasar desapercibidos. Abandonada hoy por completo la idea de la dualidad, sólo se admite la existencia de una imagen única debida á un solo proceso formativo, puesto que de todos los puntos del objeto en los cuales se interrumpe la libre propagación de las ondas iluminantes, parten éstas hacia el objetivo modificadas por el proceso de la difracción, lo que excluye en absoluto la posibilidad de una imagen directa formada punto á punto.

El mismo Profesor Abbe expone los motivos que le obligaron á desechar sus primitivas ideas de la siguiente manera: «Mis primeras observaciones, dice, fueron hechas con objeti»vos cuya distancia focal era, por lo menos, de 40 mm., y con »ellos sólo pude comprobar con certeza la influencia de la di»fracción en la imagen para los detalles de cierta pequeñez; »y como no quería ir más allá de lo que las experiencias me »daban, acepté un límite de magnitud para la imagen produ»cida por las interferencias de los rayos difractados, separán»dola de la imagen de las particularidades del objeto de ma»yores dimensiones, en la cual la acción difractante no pare»cía tener una influencia decisiva. Mas luego las deducciones »teóricas, de acuerdo con las experiencias realizadas con me-

»dios más completos de observación, me demostraron que la »acción de los rayos difractados tenía lugar lo mismo en la ima»gen de los objetos grandes que en la de las estructuras muy »delicadas, y en su vista acepté, de un modo general y definiti»vo, que la imposibilidad de la formación directa de la imagen »en el microscopio reside en las circunstancias especiales que »caracterizan la formación de la imagen de los cuer»pos que no son luminosos por sí mismos, cualesquie»ra que sean sus dimensiones. Esta es la razón por que he »abandonado por completo el dualismo de la imagen micros»cópica, admitiendo tan sólo la formación directa para el »caso en que los objetos puedan considerarse como lu»minosos por sí mismos» (1).

Estas manifestaciones, para ser debidamente comprendidas, necesitan alguna mayor explicación, y eso es lo que vamos á hacer en los párrafos siguientes, pues es preciso, ante todo, conocer los caracteres esenciales de la imagen de los objetos luminosos por sí mismos, para apreciar luego las diferencias que la distinguen de la imagen microscópica.

58. Formación de la imagen de un punto luminoso.— En óptica geométrica se supone que una lente ó sistema de lentes forma una imagen de un punto *O*, cuando todos los rayos que parten de él ó se cruzan en él, y son admitidos por el sistema, se reunen nuevamente en otro punto *O**, en el que se considera concentrada toda la intensidad luminosa que llevaban los rayos individualmente; de modo que la formación de la imagen descansa en estos dos supuestos: 1.°, concentración homofocal de todos los rayos que pasan por un punto del objeto y el sistema óptico admite, en un punto conjugado de la imagen, y 2.°, suma de luz, en el sentido físico, en ese punto de la imagen. Siendo así, y suponiendo que de cada punto del objeto parte un cono de rayos que se reunen homofocalmente en los puntos conjugados de la imagen, llevando á ellos la suma de sus intensidades luminosas, se producirá una imagen del objeto punto á punto, ó sea una verdadera copia geométri-

(1) Prof. Abbe: *Ueber die Grenzen der geometrischen Optik. Sitzungberichte der Jenaische gesellschaft für Medicin und Naturwissenchaft. Sitz. v. 23 Juli*, 1880.

camente semejante. Esa génesis punto á punto de la imagen, aunque puramente ideal, está prácticamente acorde, en la mayoría de los casos, con la verdadera formación física debida al movimiento undulatorio de las partículas del éter, cuando el objeto es luminoso por sí mismo, ó puede considerársele como á tal. Supongamos, en efecto, un sistema S aplanático y libre de todo género de aberraciones *(fig. 41)*, y sea $O_1 O O_2$ un objeto luminoso por sí mismo. El punto O será un centro de vibración, y de él partirán una serie de ondas esféricas MN cuyos puntos situados á igual distancia de O, se hallarán en la misma fase vibratoria. Toda la superficie MN de estas ondas no penetrará á la vez en el sistema S, sino que sus distintas porciones llegarán á él en distintos momentos y tendrán que recorrer, dentro de él, distintas longitudes y á distintas velocidades que en el aire, lo que dará origen á un cambio de forma, convirtiéndose la onda MN, después de haber atravesado el sistema S, en la onda $M^* N^*$ cuyo centro estará en O^*, punto conjugado de O. Esta transformación de la superficie de onda MN en $M^* N^*$ la exige la naturaleza del sistema S, puesto que siendo aplanático y estando libre de aberraciones, la «longitud óptica» de todos los rayos OMm^*O^*, Obb^*O^*, Oaa^*O^* ..... que parten de O y se cruzan en O^* debe ser la misma (1), lo que implica que todos los rayos

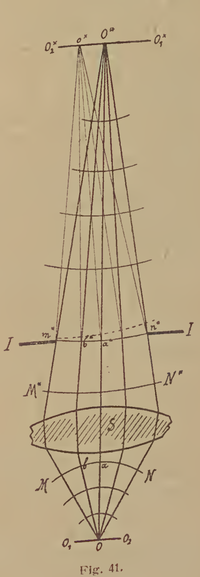


Fig. 41.

(1) La «longitud óptica» de un rayo que atraviesa distintos medios es la suma de los productos parciales de las longitudes que recorre en cada medio, por sus índices de refracción. Así, por ejemplo, en la *figura 41*, si

que parten de O lleguen con la misma fase vibratoria á O^* después de haber verificado, durante el trayecto de O á O^*, el mismo número de vibraciones, y por lo tanto, las ondas luminosas, al salir del sistema S, deberán formar otra vez un sistema de ondas esféricas cuyo centro esté en O^*. De esta manera, toda la energía vibratoria del punto O se habrá trasladado á su imagen O^*, la cual puede considerarse á su vez como un nuevo centro de vibración; y las ondas esféricas MN, á consecuencia de los diferentes caminos recorridos con distintas velocidades en el espacio comprendido entre MN y $M^* N^*$, se transformarán en otro sistema de ondas esféricas también, pero en sentido inverso, cuyo centro estará en O^*. De este modo sencillo se formaría la imagen del punto O si no existiese otro factor que modifica profundamente el proceso, cual es la limitación de la superficie de las ondas luminosas por la abertura del sistema. Supongamos, en la misma *figura 41*, que esta limitación está producida por el iris ó diafragma circular II que determina el ángulo de abertura MON. Las superficies de onda $M^* N^*$, al salir del sistema óptico S, estarán limitadas por el diafragma II, quedando de ellas sólo en actividad la porción $m^* n^*$, que continuará avanzando ha-

$r_1, r_2, r_3, \ldots$ son las longitudes que recorren los rayos que parten del punto O en el medio del objeto hasta penetrar en el sistema S; $r'_1, r'_2, r'_3, \ldots$ las que recorran dentro de dicho sistema con un índice n; y $r''_1, r''_2, r''_3 \ldots$ los caminos recorridos en el espacio de la imagen desde la salida del sistema S hasta el punto O^*, conjugado de O, tendremos $r_1 + n \,.\, r'_1 + r''_1 = r_2 + n \,.\, r'_2 + r''_2 = r_3 + n \,.\, r'_3 + r''_3 = \ldots$ Todos estos rayos recorren el camino óptico más corto entre O y O^*, puesto que su longitud óptica es igual á la que separa en línea recta estos dos puntos. La luz tarda igual tiempo en recorrerlos, llegando todos los rayos que han partido de O con una misma fase, al punto O^* también con la misma fase. Reconoce eso por causa el que la longitud de las undulaciones luminosas está en razón inversa del índice de refracción del medio en el cual se verifican. Si suponemos dos medios, el aire y el vidrio del sistema S, de índice n, por ejemplo, en este último la longitud de las undulaciones será más corta que en el aire en la relación de $1 : n$, y, por lo tanto, en igual espacio se verificarán n veces más undulaciones en el vidrio que en el aire. Por eso se explica que en rayos de distinta longitud real se verifique el mismo número de undulaciones, y que siendo O y O^* dos puntos conjugados, todos los rayos que parten de O con una misma fase, lleguen á O^* con una fase igual. La velocidad del movimiento undulatorio está en relación inversa de los índices de los medios en los cuales se propagan los rayos.

cia O^*; mas según el principio de Huygens sobre la propagación de las ondas luminosas, cada elemento de la superficie m^*n^* debe considerarse como un nuevo centro vibratorio, y, por lo tanto, de los puntos m^*, b^*, a^* ..... n^*, que están en la misma fase, por corresponder á una misma superficie de onda, partirán otras tantas undulaciones, esféricas también. Como las distancias O^*m^*, O^*b^*, O^*a^* ..... O^*n^* son iguales, las vibraciones originadas en m^*, b^*, a^* ..... n^* llegarán al punto O^* con la misma fase, y como además son coherentes, en el punto O^* se producirá una vibración cuya amplitud será la suma de todas las amplitudes parciales, ó lo que es lo mismo, el punto O^* recibirá toda la energía luminosa que la porción m^*n^* de la superficie de onda M^*N^* es capaz de emitir dentro del cono $O^*m^*n^*$. Pero la acción de las vibraciones que parten de los puntos m^*, b^*, a^* ..... n^* no se limita al punto O^*, sino que, por el contrario, se extiende á todo su alrededor. Para determinar, por ejemplo, la acción de la superficie de onda m^*n^* en un punto o^* muy próximo del punto O^*, hay que tener en cuenta que las distancias o^*m^*, o^*b^*, o^*a ..... o^*n^* son diferentes, y como las vibraciones parten todas de la superficie m^*n^* con la misma fase, han de llegar al punto o^* con fases distintas, y su acción en él será la suma algebraica de todas las amplitudes de las vibraciones parciales con sus signos correspondientes y, por lo tanto, podrá haber luz ú obscuridad completa: cuando la posición de o^* sea tal que la diferencia entre los caminos o^*m^* y o^*n^* que han recorrido las ondas elementales extremas para llegar á él sea de media longitud de onda, ó de un número impar de medias longitudes, el punto o^* estará iluminado, y cuando la diferencia sea de una longitud de onda, habrá obscuridad, porque la acción de las ondas elementales se destruirá mutuamente, y la resultante en el punto o^* será nula. El cálculo y la experiencia demuestran acordes que, en el caso que nos sirve de ejemplo, la imagen del punto O no será nunca otro punto, sino un pequeño disco ó mancha central luminosa, rodeada de anillos obscuros y brillantes, cuya intensidad decrece rápidamente (1).

(1) La mancha luminosa central decrece de intensidad en sus bordes muy rápidamente, hasta que el valor del radio es $\frac{f.\lambda}{D}$, en cuyo punto

En realidad, pues, el sistema óptico S no produce una imagen en el sentido geométrico que antes hemos dicho, y como la limitación de la superficie de las ondas, origen del fenómeno, existe siempre en toda clase de instrumentos, debemos deducir que físicamente la imagen de un punto no será nunca otro punto. Un punto luminoso tendrá siempre por imagen una distribución especial de luz alrededor del punto geométrico que corresponde á la imagen según las leyes dióptricas, cuya forma y particularidades de intensidad determina el diafragma que directa ó indirectamente limita la extensión de la superficie de las ondas luminosas. Así, pues, podemos definir la imagen física de un punto luminoso diciendo que es la figura de interferencia (espectro de Fraunhofer) que produce el diafragma del sistema en el plano conjugado del objeto (1). Mas como la superficie que ocupa esa figura de interferencia es siempre muy pequeña y de forma circular — cuando la abertura del diafragma del instrumento es también circular, como sucede comúnmente — puede considerarse en la mayoría de los casos reducida á un punto, pues-

la intensidad es nula. (D representa el diámetro del iris del sistema, diámetro del objetivo en los telescopios; λ, la longitud de onda, y f la distancia focal del sistema). El punto medio de los anillos brillantes corresponden á los radios cuyo valor es $f\frac{\left(k+\frac{1}{2}\lambda\right)}{D}$, siendo k un número entero de la serie 1, 2, 3 ..... . La intensidad luminosa de los anillos decrece rápidamente á medida que se consideran más apartados del disco central. Como D entra en el denominador, los anillos del mismo orden estarán más juntos, y el radio del disco central será más pequeño cuanto mayor sea el diámetro del diafragma, ó del objetivo si se trata de un telescopio. La teoría de la formación de la mancha central y de los anillos se encuentra en todos los tratados de óptica física, y una exposición completa de ella, basada en los estudios de Airy, Helmholtz, Lord Rayleigh, etcétera, puede verse en el artículo J. W. Gordon: *The Theory of Highly Magnified Images* (*Jour Roy. Micr. Society*, Febrero 1905). J. Reinberg ha publicado también un estudio sobre el particular en el *Zeitschrift f. wiss. Mikroskopie* (tomo XIX, cuaderno 1.º) con el título de: *The common basis of the Theories of microscopic vision treated without the aid of matematical formulae.*

(1) Mr. J. W. Gordon, en el estudio citado en la nota anterior, llama «*antipoin*» á esas figuras de interferencia, y pretende fundar con ellas una teoría de la formación de la imagen que denomina «*The spurious disc Theory*».

to que su diámetro está por debajo del límite de la perspicacia visual y de los círculos de difusión que producen los residuos de las aberraciones inherentes á todo sistema óptico, y, por lo tanto, prácticamente, y sin error sensible, en la mayoría de los casos puede decirse que la imagen de un punto luminoso es otro punto (1).

De igual modo se formará en el plano $O_2^* O_1^*$ la imagen de otro punto próximo al punto O, pues las ondas esféricas que partan de él, después de atravesar el sistema óptico S, se transformarán, por las mismas razones dichas anteriormente, en ondas esféricas inversas, que estarán, á su vez, limitadas por el diafragma II, y darán una figura de interferencia análoga á la que antes se ha descrito. Mas, para que esto suceda, es completamente indispensable que los sistemas de ondas que partan de los dos puntos mencionados sean independientes entre sí, esto es, que no se perturben en su marcha y sigan su camino las unas, como si no existieran las otras, pues de otro modo interferirían, anulándose ó reforzándose, y el plano $O_2^* O_1^*$ recibiría la acción combinada de las dos series de ondas que parten de los dos puntos supuestos y, por extensión, de las ondas que partiesen de todos los puntos del objeto $O_1 O_2$. Esa condición de independencia de los movimientos undulatorios se halla siempre realizada por necesidad física, pues la experiencia diaria nos demuestra que las ondas que parten

(1) El diámetro del disco central de la figura de interferencia que produce un punto luminoso en un sistema óptico con un diafragma de abertura circular, así como el diámetro de los anillos que le rodean, es independiente de la intensidad luminosa de dicho punto, según hemos visto en las fórmulas de la nota anterior. Mas por razón fisiológica la intensidad luminosa tiene gran influencia en que la imagen de interferencia nos parezca reducida más ó menos á un punto, pues cuando la intensidad es débil sólo tiene fuerza suficiente para impresionar la retina la porción central del disco, dejando de ser visibles sus bordes, así como los anillos. La observación telescópica de las estrellas nos da un buen ejemplo de eso. En las de primera magnitud se ve claramente el disco y algún anillo, mientras que en las de tercera y cuarta magnitud sólo aparecen como puntos luminosos. La imagen de interferencia es en todas ellas, teóricamente, la misma, puesto que sus dimensiones dependen sólo del diámetro del objetivo, pero los bordes del disco central, así como los anillos, no tienen intensidad suficiente para impresionar la retina, y pasan desapercibidos, á pesar de que se forman realmente en el plano focal del objetivo. Véase sobre el particular mi estudio *La imagen virtual*, pág. 31.

de los distintos puntos de un cuerpo luminoso siguen su camino de un modo independiente y sin perturbarse unas á otras, ó, lo que es lo mismo, que dichas ondas son incoherentes entre sí é incapaces de producir interferencias; la coherencia existe tan sólo en las undulaciones que tienen un origen común en un mismo punto del cuerpo luminoso (1). Repitiéndose el mismo proceso para cada punto del objeto, se formará en su plano conjugado $O_2^* O_1^*$, una imagen que podemos considerar originada punto á punto, esto es, que cada punto del objeto tiene su representante en un punto de la imagen. Este proceso de formación concuerda con el que determinan las leyes de la óptica geométrica, y para que sea posible, es necesario: 1.°, que las ondas esféricas que parten de los distintos puntos del objeto, después de atravesar el sistema óptico, se conviertan en otros tantos sistemas de ondas, también esféricas, cuyos centros se hallen en el plano conjugado del objeto, que es el plano de la imagen, y 2.°, que las ondas que parten de los distintos puntos del objeto sean incoherentes entre sí. Estas dos condiciones esenciales no se realizan en la imagen microscópica, según vamos á ver y, por lo tanto, no se la puede considerar como á una imagen formada punto á punto, siguiendo las leyes de la óptica geométrica.

59. La imagen microscópica no es una imagen formada punto á punto.—En la *figura 42*, *S* representa el objetivo del microscopio, el cual forma del objeto $O_1 O_2$ una imagen $O_2^* O_1^*$, en su plano conjugado, y, por de pronto, nuestras consideraciones se limitarán á esa imagen puramente objetiva, aunque no es la imagen final microscópica. Sea cualquiera el género de iluminación que se emplee, siempre podemos suponer, de conformidad con lo expuesto en el Capítulo IV de la Primera parte, la existencia de una superficie iluminante $P_1 P P_2$, luminosa por sí misma, que de cada uno de sus elementos superficiales envía rayos al objeto O, puesto que los condensadores, caso de emplear alguno, sólo sirven para colocar virtualmente el manantial luminoso en las condiciones más favorables para obtener la iluminación del objeto en la

(1) Véase sobre la coherencia é incoherencia de los rayos luminosos lo que se dice en la Adición *D*.

forma que se desee. Considerado el problema de la formación de la imagen bajo el punto de vista de la óptica geométrica, de cada punto del objeto parte un cono de rayos divergentes, los cuales penetran en el objetivo, y por su acción se reunen homofocalmente en los puntos conjugados de la imagen; mas, el fenómeno físico, á la luz de la teoría undulatoria, tiene lugar de un modo diferente. Los rayos que se cruzan en los puntos del objeto formando los conos divergentes que penetran en el objetivo, puesto que el objeto no emite luz por sí mismo, proceden de todos los puntos de la superficie iluminante $P_1 P P_2$, y sus vibraciones son, por lo tanto, incoherentes, de modo que, aunque dichos rayos se cruzan en los diversos puntos del objeto, no originan en ellos centros de vibración de los cuales partan sistemas de ondas esféricas, condición esencial, según acabamos de ver, para que pueda formarse una imagen punto á punto. Los rayos que se cruzan en O_1, por ejemplo, proceden de los puntos luminosos P_1, P y P_2 (en realidad de todos los puntos de la superficie iluminante), y corresponden, por lo tanto, á sistemas de ondas distintas, lo que hace que sean incapaces de interferir entre sí; de modo que, al cruzarse en O_1, no sumarán sus energías vibratorias, constituyendo un nuevo centro de vibración, sino que continuarán su marcha con entera independencia unos de otros. Si consi-

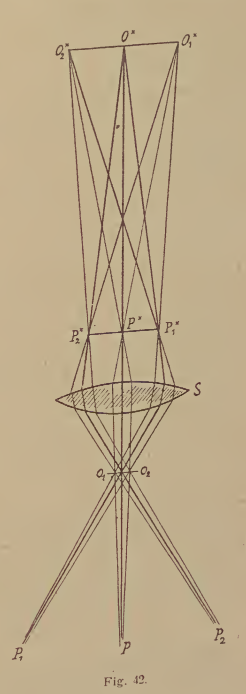


Fig. 42.

deramos ahora la iluminación de todo el objeto por cada elemento aislado del manantial de luz, en vez de la iluminación producida en cada punto del objeto por toda la superficie iluminante — según acabamos de hacer —, tendremos que las ondas esféricas que parten del punto iluminante P_1, por ejemplo, llegarán con distintas fases á los puntos del objeto O_1 y O_2, puesto que el camino que han de recorrer para ir de P_1 á O_1 y á O_2 es diferente; esto es, en un mismo instante no podrá estar una misma superficie de onda en los puntos O_1 y O_2 y, por lo tanto, la fase vibratoria será en ellos distinta. Así, pues, por la acción aislada del elemento luminoso P_1 — y respectivamente sucede lo mismo para todos los demás de la superficie iluminante —, los distintos puntos del objeto se hallan convertidos en centros de vibración, de los cuales parten sistemas de ondas coherentes, puesto que todas ellas provienen de las vibraciones originarias del punto P_1, las cuales interferirán entre sí, sumando ó anulando sus intensidades y, por lo tanto, no podrá tener lugar una formación de la imagen punto á punto, puesto que para ello es condición esencial, según hemos visto en el párrafo anterior, que las ondas que partan de los diferentes puntos del objeto sean incoherentes é incapaces de producir interferencias. Si por imagen entendemos solamente la formación punto á punto que antes hemos descrito, desde luego se puede afirmar que en tal sentido no hay imagen microscópica; mas, como es un hecho real y positivo que en el plano conjugado del objeto se produce una distribución de luz especial — la imagen microscópica — que guarda íntimas relaciones con la forma y propiedades del objeto, debemos deducir lógicamente que dicha distribución de luz obedece á un proceso formativo distinto de aquél por el cual producen su imagen los cuerpos luminosos por sí mismos, y eso es lo que vamos ahora á examinar.

60. PROCESO GENERAL DE LA FORMACIÓN DE LA IMAGEN MICROSCÓPICA. — Desde luego salta á la vista *(fig. 42)* que las relaciones ópticas entre el sistema S (el objetivo del microscopio), el manantial de luz $P_1 P P_2$, y su plano conjugado $P_2^* P^* P_1^*$, son las mismas que acabamos de estudiar en la formación de la imagen de los cuerpos luminosos. Del punto P, por ejemplo, parte un sistema de ondas esféricas, las cuales

después de atravesar el objetivo S se concentran en el punto P^*, produciendo en él la mancha luminosa rodeada de anillos obscuros y brillantes (imagen de difracción producida por el iris virtual, que en este caso es espacio circular $O_1 O_2$, según veremos más adelante) que es la imagen del punto P. Igualmente los puntos P_1 y P_2 tendrán su imagen en P_1^* y P_2^*, de modo que $P_2^* P^* P_1^*$ será la imagen formada punto á punto de la superficie iluminante; y como ésta se halla comunmente situada á considerable distancia del objetivo, comparada con su longitud focal, puede aceptarse que dicha imagen se forma en el plano focal posterior del objetivo. Esta imagen punto á punto del manantial luminoso es la única imagen de formación directa que aparece durante todo el proceso microscópico. De la misma manera que los puntos O^*..... de la *figura 41*, los puntos P^* de la *figura 42* constituyen otros tantos centros de vibración, de los cuales parten sistemas de ondas esféricas que se propagan hacia el plano $O_2^* O_1^*$, iluminándole de un modo uniforme. Esto sucede cuando en el plano $O_1 O_2$ no existe el objeto, cuya acción se reduce siempre á impedir, más ó menos, la libre propagación de las ondas que parten de la superficie iluminante $P_1 P_2$. En este caso, el diámetro $O_1 O_2$ de la porción de las ondas que admite el objetivo y que se concentran en los puntos P_2^*, P^* y P_1^*, es el diámetro del campo visible del objeto, el cual depende, según hemos visto en el § **4**, del diámetro del diafragma del ocular.

Supongamos ahora que en la platina del microscopio ponemos el objeto $O_1 O_2$, y que para ver de un modo sucinto y elemental de qué manera influye en la propagación de las ondas que parten de la superficie iluminante, solamente tomamos en consideración uno solo de los elementos de dicha superficie, tal como el elemento P de la *figura 43*. Lo mismo que en el caso anterior, de ese elemento parte un sistema de ondas esféricas que iluminan al objeto $O_1 O_2$; y para presentar aún el problema con mayor sencillez, solamente tomaremos en cuenta la porción restringida de la superficie de esas ondas que corresponda á un hacecillo de rayos muy delgado que atraviese una pequeña superficie $o_1 o_2$ del objeto. Si éste no tuviese acción alguna en la propagación de las ondas luminosas, es decir, si los rayos que parten de P continuasen su

camino en línea recta después de haber atravesado la porción $o_1 o_2$ del objeto, el objetivo S los reuniría todos ellos en el punto p^*, al cual llegarían con la misma fase undulatoria, puesto que P y p^* son dos puntos conjugados y, por lo tanto, todos los rayos habrían andado el mismo camino óptico. En estas circunstancias el punto p^* sería un centro de vibración comparable á un punto luminoso que emitiera undulaciones hacia el plano O^* conjugado del objeto; y esas undulaciones no podrían engendrar ninguna imagen, limitándose á la iluminación uniforme del espacio $o_2^* o_1^*$. Mas sea cual fuere la naturaleza del objeto O—ya esté formado simplemente de pequeñas porciones que dejen pasar la luz y de otras opacas que la intercepten; ó bien que su estructura complicada sea un tejido de elementos semejantes ó distintos entre sí, colocados, según una ordenación regular, ó sin nexo alguno apreciable; ó bien que en algunos puntos se retrase la velocidad de propagación de las undulaciones por cualquier causa—, los rayos luminosos, al atravesarle ó al pasar junto á sus bordes, experimentarán ciertas desviaciones conocidas con el nombre general de «fenómenos de difracción», los cuales, aunque variados individualmente hasta el infinito, presentan, no obstante, todos ellos como carácter general la descomposición del haz luminoso incidente en otros varios que se esparcen en distintas direcciones, llenando en su conjunto, de un modo continuo ó discontinuo, un espacio angular mucho mayor. En la *figura 43* se supone que el haz de rayos incidentes se ha dividido en cuatro haces de rayos difractados—que podemos considerar compuestos de rayos próximamente paralelos—, los cuales, por la acción del objetivo S, se reunen en los puntos

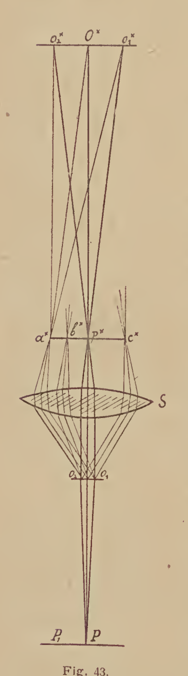


Fig. 43.

a^*, b^*, p^* y c^* de su plano focal posterior, constituyendo otros tantos centros de vibraciones coherentes, puesto que todas ellas tienen un origen común en el punto P de la superficie iluminante. El conjunto de todos esos centros de vibración constituye el «espectro de difracción de Fraunhofer», producido por la parte $o_1 o_2$ del objeto que atraviesan los rayos procedentes del punto P. En el Capítulo siguiente nos ocuparemos de ese espectro. De cada uno de esos centros de vibración parte un sistema de ondas esféricas que se propagan hacia el plano O^* conjugado del objeto, y al llegar á él interfieren. En el punto o_2^*, por ejemplo, se unirán las undulaciones procedentes de a^*, b^*, p^* y c^*, cuyas fases podrán hallarse en todos los grados de concordancia ó discordancia, puesto que los caminos recorridos por ellas son diferentes; y el efecto total luminoso será el equivalente á la suma algebraica de los efectos parciales que en dicho punto producirían individualmente cada una de las undulaciones por separado. Igual podríamos decir para otro punto cualquiera, y así en el plano $o_2^* o_1^*$ aparecerá cierta distribución especial de luz debida exclusivamente á las interferencias de las ondas que parten de los puntos a^*, b^*, p^* y c^*, distribución de luz que constituye la imagen de la porción $o_1 o_2$ del objeto formada por los rayos que parten del punto iluminante P.

Si tomamos luego en consideración otro punto del manantial luminoso próximo á P, tal como el punto P_1, por ejemplo *(fig. 43)*, los hechos se repetirán de la misma manera, puesto que en el plano posterior del objetivo se formará la imagen de difracción que, á su vez, origina en el plano O^* un efecto de interferencias luminosas que es el que representa la imagen del objeto debida al punto iluminante P_1. Y como lo mismo se repite para todos los demás puntos de la superficie iluminante tomados uno á uno, como resultado final tendremos en el plano conjugado del objeto una serie de imágenes superpuestas é independientes entre sí, bajo el punto de vista de las interferencias, por proceder las undulaciones que á ellas dan lugar de puntos distintos del manantial luminoso. Así, pues, el espectro de difracción que se forma en el plano focal del objetivo cuando se considera en actividad una superficie iluminante extensa—espectro perfectamente obser-

vable mirando por el tubo del microscopio después de haber quitado el ocular—no es otra cosa que la superposición de un sinnúmero de espectros elementales correspondientes al sinnúmero de elementos en que puede considerarse dividido el manantial de luz, los cuales se mantienen ópticamente independientes unos de otros; y la distribución luminosa que aparece en el plano conjugado del objeto, y que constituye la imagen, es también la superposición—no la combinación—de todas las distribuciones parciales de luz que en dicho plano produce por interferencia cada espectro elemental individualmente. Estas imágenes elementales pueden diferir más ó menos unas de otras en cuanto á su forma y posición, puesto que tampoco son todos iguales, ni están colocados en completa coincidencia, los espectros de difracción que las producen. De esas particularidades nos ocuparemos más adelante.

De cuanto acabamos de exponer acerca de la formación de la imagen se deduce que en su proceso hay que distinguir dos etapas completamente diferentes. La primera es aquélla en la cual el objetivo forma en su plano focal posterior la imagen del espectro de difracción (espectro de Fraunhofer) producido por la naturaleza y forma especial del objeto; y esta imagen no es otra cosa que una reproducción punto á punto del manantial luminoso visto á través del objeto, y representa la única intervención directa que tiene el objetivo en la formación de la imagen microscópica: la forma, estructura y demás particularidades del objeto se hallan contenidas en estado latente en el espectro de Fraunhofer por haber sido transmitidas á él de un modo virtual por la acción difractante que dichas formas y estructuras han ejercido en la propagación de las ondas iluminantes. En la segunda etapa se forma la imagen microscópica (1) en el plano conjugado del objeto, como á un resultado de la distribución especial de luz producido por las interferencias de las ondas luminosas que parten del espectro de difracción formado en el plano

(1) Con objeto de presentar la cuestión lo más sencillamente posible, sólo hemos considerado aquí la imagen que forma el objetivo, sin tener en cuenta la acción del ocular; pero el resultado final es el mismo, como se verá en el Capítulo III, § **73**, y por eso desde luego podemos extender las conclusiones halladas para la imagen objetiva, á la imagen final microscópica.

focal posterior del objetivo. Esta imagen es, pues, un producto inmediato de dicho espectro, y sólo una formación secundaria ó indirecta con respecto al objeto, y está tan íntimamente unida al espectro de difracción, que una vez dado éste se la puede determinar perfectamente, prescindiendo en absoluto del objetivo, del objeto y del manantial luminoso (1).

Expuesto ya en sus líneas generales el proceso formativo de la imagen, en los Capítulos siguientes estudiaremos con algún mayor detalle la formación del espectro de Fraunhofer y de la imagen directa, y luego la de la imagen secundaria, ó verdadera imagen microscópica, haciendo resaltar las conexiones que existen entre esas diversas fases de un mismo proceso evolutivo, para venir á parar á la conclusión de que el mayor ó menor grado de verdad que se debe conceder á la imagen microscópica, depende de las relaciones que existan entre la imagen directa y el espectro total de Fraunhofer que es capaz de desarrollar el objeto.

(1) No son aún muchos los Tratados de óptica que distinguen de un modo general estas dos imágenes. Entre ellos merecen citarse la traducción alemana: *Einführung in die theoretische Optick* (Leipzig, 1907) de la obra inglesa de Schuster, y la 2.ª edición del *Lehrbuch der Optik* del Dr. Drude (Leipzig, 1906).

CAPITULO II.

La imagen directa.
Imagen de difracción del manantial luminoso en el foco posterior del objetivo.

Según acabamos de ver en el anterior Capítulo, la primera etapa del proceso de la imagen microscópica consiste en la formación de una imagen real del espectro de Fraunhofer, producido por el objeto, en el foco posterior del objetivo; y podemos considerarla dividida en dos partes independientes—producción del espectro por la acción difractante del objeto, y formación de la imagen de dicho espectro por el objetivo—, puesto que el espectro de Fraunhofer es debido única y exclusivamente á las modificaciones que experimentan las ondas luminosas después de atravesar el objeto, y sólo una vez formado éste es cuando interviene el objetivo del microscopio para producir de él, en su plano focal posterior, una imagen más ó menos completa, según sea mayor ó menor su apertura numérica.

Los fenómenos de difracción que constituyen la primera parte del proceso de la «imagen directa» se estudian de un modo general en todos los Tratados de óptica física; mas es preciso que nos ocupemos aquí de ellos bajo un punto de vista especial, concretándonos á los que dan origen las preparaciones que comúnmente son objeto de la investigación microscópica, con el fin de conocer ciertas leyes y particularidades de los espectros que nos serán luego necesarias para fijar las relaciones que existen entre ellos y la «imagen directa». Así,

pues, dividiremos este Capítulo en dos partes, estudiando en la primera los fenómenos de difracción producidos por el objeto, y en la segunda el modo cómo el objetivo forma, en su plano focal posterior, una imagen directa del espectro de Fraunhofer.

A.—Fenómenos de difracción producidos por el objeto.

(Espectro de Fraunhofer.)

61. Fenómenos de difracción en general.—Siempre que la libre propagación de las ondas luminosas que parten de un centro vibratorio está limitada ó es interrumpida por las porciones opacas ó semitransparentes del objeto, ó bien es modificada por los elementos refringentes de su estructura, se producen una serie de manifestaciones especiales, que se conocen de un modo general bajo el nombre de «fenómenos de difracción». Estos fenómenos ocurren siempre en la observación microscópica porque las ondas esféricas que parten del manantial iluminante, al propagarse á través del objeto. experimentan alguna de esas modificaciones, puesto que en unos sitios las partes opacas impiden su avance, permitiéndolo en otros las transparentes; ó bien su velocidad es modificada en algunos puntos, en consonancia con el valor de los índices refractivos de los elementos estructurales, y también su dirección puede cambiar por la forma (prismática, esférica, lenticular, etc., etc.), de las particulas que componen el objeto. Por estas causas, obrando en conjunto ó separadamente, los rayos luminosos al salir de la preparación objeto de estudio microscópico dejan de estar agrupados formando sistemas de ondas homocéntricas—bajo cuya forma han entrado—, y parten de cada uno de sus puntos con fases vibratorias distintas, interfiriendo entre sí aquéllos que son coherentes por tener un origen común, produciendo ese proceso, como resultado final, una nueva distribución de luz que se llama «haz de rayos difractados», cuya constitución depende de la forma y estructura del objeto. Según esto, los hacecillos de rayos difractados que en su conjunto forman el espectro total de difracción no pueden considerarse como homocéntricos,

puesto que no parten de un solo punto del objeto, y más bien representan direcciones en las cuales las ondas, después de modificarse mutuamente por el proceso de las interferencias, producen cierta intensidad luminosa. Difieren, pues, estos hacecillos de los que se consideran en Óptica geométrica en que no parten de un centro vibratorio común, ni todos los rayos que los componen son perpendiculares al frente de onda, y esto implica, como consecuencia necesaria, el que los rayos, á igual distancia de su punto de origen, no se hallen en la misma fase de vibración y, por lo tanto, no pueden considerarse como sinfásicos en el sentido de que, reunidos en un mismo punto por medio de un sistema óptico, lleguen á él con la misma fase vibratoria y sumen sus intensidades, como sucede con los hacecillos normales que parten de un punto luminoso. Los rayos de los hacecillos difractados parten de puntos distintos de una misma superficie de onda originaria y, por lo tanto, con una misma fase; pero á consecuencia de propagarse en una dirección inclinada con respecto á dicha superficie de onda originaria, el frente de onda que les corresponde (onda paragénica de Mascart) no puede ser perpendicular á su dirección (1). Así, pues, al reunirse los rayos que constituyen uno de esos hacecillos en un punto del plano focal de un sistema óptico, no llegan á él con la misma fase, sino que á cada rayo le corresponde una fase diferente, lo que da lugar á un nuevo centro de vibración que no representa la suma, sino la composición, por el procedimiento de las interferencias, de todas las fases y amplitudes que poseían individualmente los rayos, los cuales, en casos determinados, pueden anularse mutuamente por completo. Además, la distribución de los diferentes hacecillos que componen el haz total difractado depende de la acción de conjunto de todos los elementos estructurales del objeto que cooperan al proceso difractivo y, por lo tanto, no pueden referirse individual-

(1) Véase la nota presentada á la *Optical convention*, que tuvo lugar en Northampton en Mayo y Junio de 1905, por J. W. Gordon, con el título de *Diffraction in Optical Instruments. Jour Roy. Micr. Society*, Octubre de 1905.

Véase también Prof. Abbe, *Ueber die Grenzen der geometrischen Optik* y *Die optischen Hilfmittel der Mikroskopie, Gesamm. Abhand.*, tomo I, páginas 137 y 289, y Mascart: *Traité d'Optique*, tomo I, pág. 364.

mente á ningún elemento, ni á ningún punto determinado del objeto.

El resultado final del proceso difractivo consiste en la descomposición del haz de rayos iluminantes en un gran número de hacecillos parciales compuestos de rayos paralelos, ó sea de direcciones de luz que se esparcen, llenando un espacio de mayor abertura angular, de un modo continuo ó interrumpido, según que los hacecillos elementales estén en contacto ó separados unos de otros por espacios obscuros. En estas circunstancias, un objetivo S (véase más adelante la *figura 48*) recibe los hacecillos elementales de que se compone el haz total de difracción y los reune en un plano focal posterior $F_1^* F_1^*$, de modo que á cada hacecillo por separado le corresponde un punto en dicho plano, al cual se supone trasladada la resultante de la acción vibratoria—según el principio de interferencias—de todos los rayos que constituyen cada hacecillo, atendiendo á la fase y amplitud de onda que cada uno de ellos poseía al llegar á dicho punto. Así, podemos considerar los puntos R_1^*, R^*, R_2^*..... como otros tantos centros reales de vibración que representan las imágenes de los puntos virtuales R_1, R, R_2 que se encuentran en la prolongación de los hacecillos elementales. Al cònjunto de estas imágenes, formadas en el plano focal posterior del objetivo, es á lo que hemos llamado «la imagen directa».

62. ESPECTRO DE FRAUNHOFER DE UN RAYADO DE LÍNEAS PARALELAS.—Como los fenómenos de difracción dependen de la forma y estructura de los objetos que los producen, y se presentan tanto más complicados cuanto mayor es la complicación de esas formas y estructuras, para estudiarlos de un modo elemental y apreciar con claridad las leyes que los rigen conviene elegir objetos de estructura sencilla y que nos sea perfectamente conocida. Esas dos condiciones no las reunen comúnmente los objetos naturales, y por eso hay que recurrir á «rayados» preparados artificialmente con la mira de que el fenómeno se produzca de un modo muy elemental y sean fáciles de apreciar las relaciones entre el haz difractado y la estructura del objeto, pues así, una vez conocidas estas relaciones, sin grandes dificultades pueden hacerse extensivas á los diversos grados de complicación estructural que presen-

tan los objetos naturales que son comúnmente materia de la observación microscópica. Un «rayado» de líneas rectas, finas, paralelas entre sí, y alternativamente opacas y transparentes, constituye un objeto muy á propósito para estudiar los fenómenos de difracción (1). Si á través de un tal rayado, aproximándolo bien al ojo, se mira un objeto brillante—la llama de una bujía colocada á algunos metros de distancia, por ejemplo—, aparecen una serie de imágenes de la llama situadas en hilera, de las cuales la del centro es una imagen de forma y colores naturales, y las demás, á partir de ella, aparecen bordeadas de azul por el lado interior y de rojo por el exterior, y van perdiendo la forma y disminuyendo de intensidad á medida que están más separadas del centro. La dirección de la hilera de imágenes es perpendicular á las líneas del rayado, y si se hace girar éste en su mismo plano, giran también las imágenes alrededor de la imagen central. Las imágenes de la llama están tanto más separadas unas de otras cuanto mayor es la proximidad de las líneas del rayado, y al conjunto de todas ellas se le conoce con el nombre de «espectro de difracción», ó más bien, en el caso especial que examinamos, con el nombre de «espectro de Fraunhofer», por haber sido este físico quien primero dió á conocer las leyes que presiden á su desarrollo.

Examinemos el fenómeno más de cerca, y para ello supongamos *(fig. 44)* que O es el rayado y P un punto luminoso mo-

(1) Las plaquitas que comúnmente se emplean desde los tiempos de Fraunhofer para estudiar los fenómenos de difracción, y que más adelante describiremos con detalle (§ **83**), son conocidas en Alemania con el nombre de *Gitter*, en Inglaterra con el de *Gratings* y en Francia con el de *Resaux*. A mí me parece que en castellano deben llamarse «Rayados», y así las llamaré, y no «redes», como pretenden algunos traductores del francés, pues según el Diccionario de la Real Academia Española, «rayado es el conjunto de rayas ó listas de una tela ó papel, etc., etc.», y las placas de difracción son precisamente un conjunto de rayas ó listas, generalmente rectas y paralelas, dispuestas en un solo sistema, ó en dos, ó en más, que se cruzan en ángulo recto ó de 60°....., etc., etc. El Padre M. Balsells, S. J., en un estudio publicado en la revista *Razón y Fe* (Junio y Julio de 1907), al describir los aparatos de la Sección Astrofísica del Observatorio del Ebro, propone para las plaquitas de difracción el nombre de «craticulo» (del latín *craticulum* = parrilla), porque, según dice, es una versión más fiel de los nombres *Gitter* y *Grating*.

nocromático (luz violeta, por ejemplo) lo suficientemente alejado para que los rayos que forman el hacecillo PR puedan considerarse como próximamente paralelos. Bajo el punto de vista óptico, un rayado es, según la definición de Schuster, «una estructura periódica que ocasiona á las ondas luminosas que la atraviesan ó son reflejadas por ella un cambio, también periódico, de fase y de intensidad» (1). En su consecuencia,

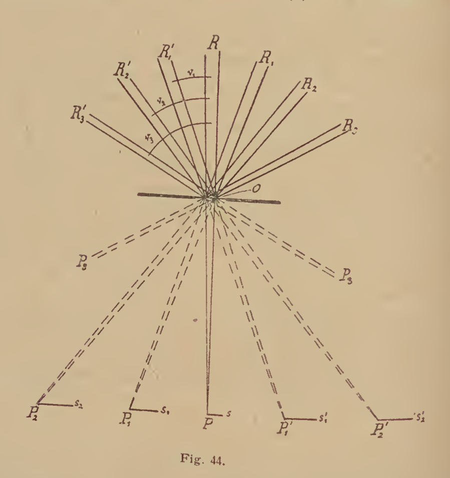


Fig. 44.

el haz luminoso PR, al atravesar el rayado, se descompondrá en una porción de hacecillos R'_3, R'_2, R'_1, R, R_1, R_2..... situados en un plano perpendicular á la dirección de los rayos (en el plano del dibujo, si el rayado le es perpendicular) formando en su conjunto un «abanico de difracción». Entre estos hacecillos difractados se distingue el central R por ser continuación del haz iluminante P, y esa circunstancia, unida á la de que su intensidad es mayor que la de todos los demás, hace

(1) Schuster: *Einführung in die theoretische Optik.* (trad. alem. de H. Konen, Leipzig, 1907), pág. 124.

que se le conozca con el nombre de «hacecillo directo» ó «máximo de 1.er orden». Los hacecillos colocados regularmente á su derecha é izquierda, se llaman «máximos de 2.º orden», y su intensidad luminosa decrece á medida que están más separadas del primer máximo (1). Entre máximo y máximo hay obscuridad completa. Sentado esto, se comprende perfectamente lo que sucede cuando se mira un punto brillante P á través del rayado. Los hacecillos de difracción R_1 y R'_1, R'_2 y R'_2..... penetran en el ojo lo mismo que si procedieran de los puntos P_1 y P'_1, P_2 y P'_2....., hasta los cuales se les puede considerar virtualmente prolongados, y forman en la retina otras tantas imágenes de dichos puntos y, en su consecuencia, vemos á ambos lados del punto real P las imágenes virtuales P_1 y P'_1, P_2 y P'_2....., refiriéndolas á la misma distancia á que se encuentra el manantial luminoso. Si en vez del ojo suponemos que es el objetivo de un microscopio el que esté colocado detrás (sobre) del rayado *(figuras 43, 48, 49 y 50)*, los hacecillos de difracción penetrarán en él lo mismo que si procedieran de los puntos virtuales P_1 y P'_1, P_2 y P'_2..... y formarán con ellos otras tantas imágenes reales en su plano focal posterior, correspondientes á los puntos P_1 y P'_1, P_2 y P'_2..... del espectro de Fraunhofer, perfectamente observables mirando por el tubo del microscopio después de haber quitado el ocular; y en este sentido podemos decir que el objetivo forma en su plano focal posterior una imagen real de toda la parte de dicho espectro comprendida dentro del ángulo de su abertura. Pero antes de pasar más adelante es preciso fijarse bien en que estos hacecillos difractados, según ya hemos dicho en el párrafo anterior, no deben considerarse como verdaderos hacecillos homocéntricos cuyos rayos tienen un origen común y pertenecen á un mismo sistema de ondas esféricas, sino que su concepción es más bien la de un haz de rayos que parten de un punto lejano con distintas fases y amplitudes de onda, y á los cuales, por lo tanto, no se les puede asignar un origen común (2). En cambio, cuando los rayos que componen estos ha-

(1) Téngase en cuenta que esa nomenclatura no es la que se sigue en todos los tratados de óptica, pues á los máximos de 1.º y 2.º orden se les da otra significación. Véase la Adición *E*.

(2) «Solamente puede suponerse que un haz de rayos constituye un

cecillos se reunen realmente en el foco de un sistema óptico dan origen á un nuevo centro vibratorio, cuya vibración inicial es la resultante, según el proceso de las interferencias, de la acción individual de todos los rayos, según sus fases y amplitudes, y á partir del cual la luz se propaga en sistemas de ondas esféricas, dando lugar á un haz de rayos de constitución normal. Sólo convencionalmente puede, pues, suponerse que los hacecillos difractados proceden de los puntos P_2, P_1, P'_1..... (*fig. 44*), pero sin asignarles la realidad de puntos originarios de dichos hacecillos, puesto que en ellos los rayos se cruzan con distintas fases. Hechas estas salvedades, no hay inconveniente en admitir que el objetivo recibe los hacecillos difractados como si procedieran de los puntos virtuales P_2, P_1, P'_1....., y que la imagen que con ellos forma en su plano focal posterior es una imagen real de dichos puntos, ó sea la imagen del «espectro de Fraunhofer» del punto P, producida por el rayado O. Si en vez del punto iluminante P considerásemos un elemento superficial pequeño Ps,—una abertura lineal con los bordes paralelos á las rayas del rayado—el fenómeno se produciría de un modo análogo, con la sola diferencia de que el espectro de Fraunhofer estaría compuesto de las imágenes virtuales P_2s_2, P_1s_1, $P'_1s'_1$....., las cuales darían una imagen real en el plano focal posterior del objetivo.

Hasta aquí hemos supuesto que el punto P sólo emitía radiaciones monocromáticas violeta, habiendo elegido este color por ser el de más pequeña longitud de onda visible. Si le cambiamos por luz roja, que es la de mayor longitud de onda, el fenómeno se verificará de la misma manera, con la sola diferencia de que los hacecillos difractados R'_3, R'_2, R'_1, R_1.... estarán más desviados unos de otros, á uno y otro lado del rayo central, de modo que el «abanico de difracción» producido será más extenso. Las imágenes virtuales del elemento Ps experimentarán en este caso un resbalamiento hacia la derecha

---

»verdadero «hacecillo normal» cuando en último término sea posible »reducirlo á partir de un punto luminoso por sí mismo, ó que pueda considerarse como tal (centro de oscilación), pues sólo entonces le corresponde »un sistema de superficies ortogonales—superficies de onda—, en las cuales todas las vibraciones estén en la misma fase.» *Die Bilderzeugung in optischen Instrumenten, Heraus. von M. Rohr* (Berlín, 1904). Cap. I, escrito por el Dr. Siedentopf, pág. 26.

ó hacia la izquierda, según su posición con respecto á Ps; y si consideramos á la vez las imágenes violetas y las rojas, tendremos que éstas sobresaldrán por el lado interno y aquéllas por el externo. Si en vez de las dos luces monocromáticas azul y roja, empleásemos la luz solar, que contiene todos los colores, las radiaciones anaranjadas, amarillas, verdes, etcétera, formarían imágenes cuya posición sería intermedia entre las violetas y rojas, las cuales se superpondrían en mayor ó menor parte, y el resultado de esa incompleta superposición sería que las imágenes del elemento Ps se verían deformadas, con los bordes internos violetas y rojos los exteriores. Esto explica lo que antes hemos dicho sucedía al mirar una llama ú objeto brillante al través de un rayado de líneas paralelas.

En las consideraciones anteriores nos hemos referido siempre á la distribución de luz producida por la difracción en el mismo plano en que se halla el manantial luminoso, pues al mirar el punto P á través del rayado, hemos visto las imágenes virtuales como si estuviesen en el plano que pasa por P; y la imagen real formada en el plano posterior del objetivo del microscopio hemos visto también que no era otra cosa que la imagen de la distribución virtual de luz producida por el rayado en el plano P. Observados así los efectos de la difracción se conocen entre los físicos con el nombre de «fenómenos de Fraunhofer», para distinguirlos de los «fenómenos de difracción de Fresnel», que son los que se refieren á la distribución luminosa referida á un plano cualquiera, diferente de aquel que contiene virtualmente el manantial luminoso.

63. Desviación de los rayos difractados por un rayado de líneas paralelas. Ley de Fraunhofer.—La marcha é intensidad de los rayos difractados por un rayado de líneas paralelas es objeto de estudio especial en todos los Tratados de óptica física, mas para nuestro objeto nos basta aceptar desde luego la siguiente ley relativa á los ángulos de desviación de los máximos, dada á conocer primeramente por Fraunhofer y plenamente comprobada luego por la teoría y la experiencia. 1.°, la diferencia entre los senos de los ángulos que dos máximos consecutivos forman con la normal al plano del rayado, es una cantidad cons-

tante, y 2.°, esa cantidad constante depende de la distancia entre las rayas y de la longitud de onda de la luz que se emplee en la observación (1).

Vamos á examinar esta ley con un poco de detenimiento, puesto que en lo sucesivo tendremos que hacer constante aplicación de ella. Si en la *figura 45*, O representa el rayado, y $v, v_1 v_2 \ldots$ son los ángulos que los hacecillos difractados (máximo de 1.er orden y máximos de 2.° orden) forman con la normal ab, teniendo en cuenta que los senos de dichos ángulos, á uno y otro lado de la normal, son de signos contrarios, la primera parte de la ley anterior tiene la siguiente expresión:

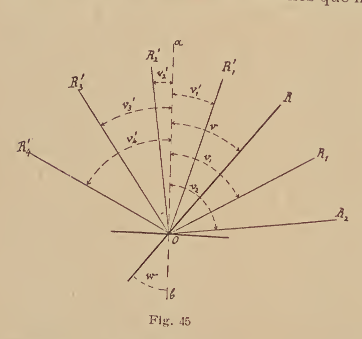


Fig. 45

$$\left.\begin{aligned} sen\, v_2' - sen\, v_1' = sen\, v_1' - sen\, v = sen\, v - sen\, v_1 = \\ = sen\, v_1 - sen\, v_2 = \ldots\ldots = C; \end{aligned}\right\} \quad [\mathbf{XIX}]$$

y la cantidad constante C está representada por la fórmula:

$$C = \frac{\lambda}{e}, \quad [\mathbf{XX}]$$

en la que λ es la longitud de onda de la radiación que se considere, y e la distancia que separa los centros de dos rayas consecutivas, transparentes ú opacas y, por lo tanto, su valor es independiente del ancho relativo de dichas rayas, de modo que los ángulos de desviación no se alteran porque predomine el ancho de las líneas claras sobre el de las obscuras, ó viceversa, siempre que las distancias entre los centros de las ra-

(1) Véase la Adición E.

yas permanezca invariable, si bien el espectro será más luminoso en el caso de que predominen las bandas claras (1). Si designamos por a el ancho de las rayas transparentes y por b el de las bandas opacas, e será igual á $(a + b)$; y si este valor se halla contenido N veces en 1 mm. ($e \times N = 1$ mm.), podemos substituir en la fórmula [**XX**] e por $\frac{1}{N}$, y tendremos:

$$C = Ne. \qquad [\mathbf{XX}\, a]$$

El valor de la equidistancia e entre las rayas, ó el número de éstas por milímetro, constituye lo que se llama la *constante* del rayado.

Como la longitud de onda para un mismo color es inversamente proporcional al índice de refracción del medio en el cual la luz se propaga, si λ representa esa longitud en el aire $(n = 1)$, en un medio del índice n tendremos $(\lambda) = \lambda : n$; de modo que la expresión de la constante C deberá escribirse de un modo general:

$$C = \frac{\lambda}{n \,.\, e}. \qquad [\mathbf{XX}\, b]$$

La ley de Fraunhofer se simplifica mucho cuando el rayo incidente es normal al plano del rayado, pues en ese caso los ángulos de desviación de los máximos de segundo orden se refieren directamente al máximo principal. En efecto, bajo ese supuesto, el ángulo v se reduce á cero *(fig. 45)*, y la serie de igualdades [**XIX**] nos da:

$$sen\, v'_1 = - sen\, v_1 = C;$$

y también

$$sen\, v_1 - sen\, v_2 = - sen\, v_1 = C,$$
$$sen\, v'_2 - sen\, v'_1 = sen\, v'_1 = C,$$

(1) Cuando el ancho a de las líneas transparentes guarda cierta relación con el ancho b de las bandas opacas, desaparecen algunos máximos determinados; así, por ejemplo, en el espectro producido por un rayado en el que $a = b$ faltarán los máximos de orden par, quedando sólo existentes el 1.º, 3.º, 5.º..... Si fuese $a = 2b$, desaparecerían los máximos 3.º, 6.º..... Véase la Adición *E*.

lo que exige, como condición indispensable, que

$$- sen\ v_2 = - 2\ sen\ v_1,\ \text{y}\ sen\ v_2 = 2\ sen\ v_1;$$

y continuando de la misma manera, que

$$sen\ v_3 = 3\ sen\ v_1,\ \text{etc., etc.}$$

Así, pues, los senos de los ángulos que el primero, segundo, tercero..... máximos de 2.º orden forman con el máximo principal, teniendo en cuenta el valor de la constante C según la igualdad [**XX** a] tendrán por expresión

$$sen\ v_1 = \pm \frac{\lambda}{n\ .\ e};\ sen\ v_2 = \pm\ 2 \frac{\lambda}{n\ .\ e};\ sen\ v_3 = \pm\ 3 \frac{\lambda}{n\ .\ c}.....;$$

y, de un modo general, indicando por k el número de orden del máximo de 2.º orden que se considere:

$$sen\ v_k = \pm\ k \frac{\lambda}{n\ .\ e}. \qquad [\mathbf{XXI}]$$

De la misma manera hallaremos, tomando como base la serie de ecuaciones [**XIX**], que la diferencia entre los senos de los ángulos que forman con la normal *ab (fig. 45)* el máximo principal y uno cualquiera de los de 2.º orden, tiene por expresión (1):

$$sen\ v - sen\ v_k = \pm\ k \frac{\lambda}{n\ .\ e}. \qquad [\mathbf{XXII}]$$

(1) Según las ecuaciones [**XIX**], $sen\ v_1 - sen\ v_2 = C$, de donde $sen\ v_1 = C + sen\ v_2$ y poniendo este valor de $sen\ v_1$ en la ecuación $sen\ v - sen\ v_1 = C$, tendremos:

$$sen\ v - sen\ v_2 = 2C.$$

De igual modo, poniendo en esta ecuación en vez de $sen\ v_2$ su valor deducido de la ecuación $sen\ v_2 - sen\ v_3 = C$, tendremos:

$$sen\ v - sen\ v_3 = 3C.$$

Y así, sucesivamente, $sen\ v - sen\ v_k = kC = k \frac{\lambda}{n\ .\ e}.$

Las consecuencias que se deducen inmediatamente de estas fórmulas son de la mayor importancia para la microscopia, puesto que se relacionan directamente con las condiciones de mayor ó menor verdad de la imagen, así como con el poder de resolución del microscopio, según veremos más adelante. Desde luego se deduce de ellas que si el valor de e es grande con relación al de la longitud de onda λ, se podrán producir varios máximos de 2.° orden antes de llegar al máximo de número k, en el cual $sen\, v_k = 1$ ó, lo que viene á ser lo mismo, que una gran porción del espectro de Fraunhofer podrá ser admitido dentro del ángulo de abertura del objetivo del microscopio, y contribuir á la formación de la imagen. Mas desde el momento en que e sea próximo al valor de λ, el abanico de difracción será tan extenso que un objetivo de regular abértura sólo podrá recoger muy pocos máximos; y cuando e sea igual á λ, el primer máximo de 2.° orden formará con la normal (eje del microscopio) un ángulo de 90°.

La longitud de onda λ influye también muy directamente en la desviación de los rayos difractados dentro de cada máximo, según se desprende de la fórmula [**XXI**], y así, cuando la luz no es monocromática, se formará una imagen distinta del punto luminoso para cada color, separándose más de la normal la correspondiente á las radiaciones de mayor longitud. Con la luz solar, por ejemplo, cuyas radiaciones visibles comprenden desde la longitud de onda de 0.52 μ en la raya C, hasta la longitud 0.39 μ en la raya H, cada máximo se compone de una porción de imágenes correspondientes á todas las longitudes de onda intermedias, colocadas serialmente unas junto á otras, y superponiéndose más ó menos según el número de orden del máximo que se considere y la finura del rayado. En el máximo principal, como los rayos no sufren desviación alguna, todas las imágenes de los distintos colores se sobreponen exactamente, produciendo como resultado único una imagen acromática. Empleando como objeto luminoso una línea brillante paralela al rayado, se obtiene una serie de espectros cuya dispersión puede ser muy superior á la de los espectros prismáticos, y que ofrece además la ventaja de que todas sus regiones están igualmente extendidas, puesto que guardan proporción con la longitud de las ondas luminosas.

El máximo principal acromático y el primero de 2.° orden están separados por un espacio obscuro, pero el extremo rojo de éste se halla ya casi junto al extremo violeta del siguiente *(figura 44)*, y los demás máximos montan unos sobre otros en mayor porción á medida que se consideren los de un orden más elevado, puesto que, atendiendo á los valores de las longitudes de onda de las radiaciones rojas y violetas visibles, se verifica que (1)

$$2\lambda_r > 3\lambda_v; \ 3\lambda_r > 4\lambda_v ; \ldots\ldots$$

La influencia del índice del medio en que tiene lugar la radiación, en los ángulos que los diversos máximos de 2.° orden forman con la normal, salta á la vista con sólo el examen de la fórmula [**XXI**], y explica por sí sola las ventajas de los objetivos de inmersión para formar la imagen, según veremos más adelante.

64. Formas generales de los espectros de difracción.— El espectro de Fraunhofer producido por un rayado de líneas paralelas, tal como le acabamos de describir, es, á causa de su gran sencillez, el que se suele tomar como tipo para el estudio de una porción de problemas fundamentales relacionados con la visión microscópica y, al mismo tiempo, su conocimiento facilita la comprensión de otros muchos espectros de orden más complicado que presentan los objetos comunes, pues son muy pocos los fenómenos visuales en que no hay que tener en cuenta la formación de un espectro más ó menos notable. No se puede mirar un punto brillante á través de un cristal empolvado ó que no esté perfectamente limpio, sin que aparezca rodeado por su espectro, y asimismo se producen notabilísimos fenómenos de difracción cuando miramos una luz con los ojos medio cerrados ó llenos de lágrimas. Las luces de los faroles de las calles vistos desde las habitaciones, á través de los visillos de las ventanas, presentan magníficos fenómenos de difracción. Los hilos del tejido hacen las veces de las líneas opacas de un rayado, y alrededor de la imagen directa (máximo de 1.er orden) aparecen gran

(1) Véase más adelante una nota del § **83**.

cantidad de imágenes secundarias bordeadas de azul y de rojo y dispuestas en orden geométrico, formando hileras perpendiculares á las direcciones de los hilos que constituyen la trama del tejido (1). Asimismo, aparecen espectros muy notables cuando se mira el sol á través del follaje de los árboles ó un objeto brillante cualquiera, colocando delante del ojo un diafragma provisto de pequeñas aberturas. La plaquita que lleva la abertura lineal de los espectroscopios sirve perfectamente para hacer una experiencia sumamente interesante y muy instructiva. Si se mira á través de ella la llama de una bujía, con un ancho conveniente de la abertura se ve en el centro del campo la llama, y á ambos lados una serie de imágenes cromáticas colocadas en hilera perpendicularmente á la abertura, las cuales montan más ó menos unas sobre otras; y si se hace girar la plaquita, la hilera de imágenes gira también alrededor de la imagen central, conservando siempre su perpendicularidad con la abertura. Estrechando ésta por medio del tornillo micrométrico de que está provista la plaquita, las imágenes se separan unas de otras, y su separación va aumentando á medida que la abertura se estrecha, y á la vez la imagen central se deforma, extendiéndose al fin en una banda luminosa que abarca todo el campo visible que antes ocupaban las imágenes correspondientes á los máximos de 2.º orden. En esta simple experiencia se hallan recapituladas las principales leyes que rigen la formación de los espectros, y de las cuales haremos luego aplicación.

Una gran variedad de superficies difractantes de gran poder difractivo, que en cierto modo imitan la textura de las preparaciones microscópicas, pueden obtenerse muy fácilmente haciendo impresiones con la yema del dedo índice ligeramente impregnada de una substancia grasa cualquiera—de vaselina, por ejemplo—, sobre una plaquita de cristal, procurando que quede marcado sobre ella el dibujo natural de la epidermis, ó bien frotando ligeramente en dirección lineal, ó circular, etc., etc. Mirando á través de esas plaquitas, así preparadas, una luz ú objeto brillante, aparecen espectros de

(1) Sobre todo se ven las imágenes de difracción muy distintas, mirando con unos gemelos de teatro la luz de los faroles á través de las cortinillas.

Fraunhofer de muy distintas formas que abarcan todo el campo visual.

La gran variedad de formas espectrales que producen las preparaciones microscópicas pueden reducirse de un modo general á uno de estos tres tipos: 1.º Los objetos de textura irregular, compuestos de elementos desemejantes y desordenados, como son la mayor parte de los tejidos orgánicos animales—artificialmente los imita una capa de polvo depositada, naturalmente, sobre una placa de cristal—dan por espectro de un punto brillante un disco iluminado, más ó menos extenso, y con los bordes anchamente difusos. 2.º Las estructuras semirregulares formadas por la reunión de elementos iguales, pero colocados desordenadamente, producen una imagen central bien definida del punto iluminante, rodeada de un halo más ó menos ancho, azulado en su borde interno y rojo en el externo. Artificialmente se imitan esas estructuras polvoreando una plaquita de cristal con polvo compuesto de partículas iguales, como lo son, por ejemplo, los esporos de licopodio, el polen de pino silvestre, etc., etc. 3.º Las estructuras compuestas de elementos regulares, regular y periódicamente distribuídos, como las valvas de las diatomeas, los rayados artificiales, etc., etc., producen máximos de 2.º orden con los bordes azules y rojos, separados unos de otros por espacios obscuros y dispuestos en ordenación geométrica alrededor del máximo de 1.er orden. En estas estructuras, si los puntos, perlas, bandas, estrías, etc., etc., que las forman están dispuestas en sistemas de líneas paralelas, á cada uno de estos sistemas corresponderá una hilera perpendicular de máximos de segundo orden, de modo que en el espectro aparecerán éstos formando rectángulos, cuadrados, exágonos, etc., etc., alrededor del máximo principal. Los espectros de las estructuras irregulares de los dos primeros tipos son continuos; esto es, los rayos que los forman llenan todo el abanico de difracción, pues aunque dentro de él se producen máximos y mínimos de luz, estos últimos nunca llegan á la obscuridad completa. Por el contrario, el espectro de las estructuras regulares y periódicas es discontinuo, pues los máximos de 2.º orden están separados por mínimos de intensidad igual á cero.

De un modo general, las leyes que hemos hallado para el

espectro producido por un rayado de líneas paralelas tienen también aplicación á las diferentes formas de espectros que acabamos de describir, pues en ellos la extensión angular depende asimismo de la longitud de onda y de las dimensiones de los elementos que constituyen la estructura del objeto, de modo que cuando éstos son del mismo orden de magnitud que aquéllas, la dispersión de los primeros máximos ocupa casi una semiesfera. El índice refractivo en el cual se verifica el fenómeno tiene también gran influencia, pues estructuras que por la pequeñez de sus elementos extienden en el aire el primer máximo de 2.º orden en el espacio de una semiesfera, en un medio de índice igual al del vidrio ó al del bálsamo del Canadá, estaría contenido en un cono de 80º.

65. Iluminación por anchos conos de luz. Espectro esquemático.—Para determinar las leyes que presiden la formación del espectro de Fraunhofer producido por los rayados, hemos supuesto en los §§ **62** y **63** que la luz partía de un objeto ó punto luminoso situado á distancia suficiente para que pudieran tomarse los rayos como próximamente paralelos, pues de este modo el espectro aparecía en forma clara y en las mejores condiciones de observación, ya sea que le considerásemos formado en el plano focal del objetivo, ó bien trasladado virtualmente al plano que contenía el manantial luminoso cuando le mirábamos á simple vista á través del rayado; mas, en la práctica de la observación microscópica no siempre se realiza esa condición, puesto que de ordinario se emplea para iluminar el objeto una superficie extensa constituída por el espejo plano ó cóncavo ó por la imagen del manantial de luz producida por el condensador. En estas circunstancias el espectro deja de ser visible, porque en realidad se forman gran número de ellos superpuestos confusamente unos sobre otros, y producen una iluminación uniforme en todo el campo de la abertura del objetivo. Para explicar el fenómeno en este caso y ver la ley que sigue esa superposición de espectros, podemos suponer descompuesta la superficie iluminante en una infinidad de elementos superficiales y considerar que cada uno de ellos aisladamente produce un espectro, de modo que, en conjunto, habrá tantos espectros, independientes unos de otros, cuantos sean los ele-

mentos en que hayamos considerado dividida la superficie iluminante; ó bien, en otros términos, la iluminación por un cono de rayos de gran ángulo puede considerarse producida por una infinidad de hacecillos sumamente delgados que tienen todas las inclinaciones posibles dentro de la abertura de dicho cono, y cada uno de estos hacecillos producirá por sí solo, é independiente de los demás, un espectro de Fraunhofer. Los espectros elementales así producidos no pueden tener otras diferencias entre sí que las que reconozcan por causa las diversas inclinaciones bajo las cuales los hacecillos de rayos iluminantes atraviesan el rayado ó el objeto difractivo, puesto que esa es la única variante introducida en el proceso de su formación, igual en todo lo demás para todos ellos. La influencia de la diferente inclinación de los rayos incidentes en la forma y posición relativa de los espectros, la expresa el siguiente teorema formulado por el profesor Abbe: El cambio de dirección del haz de rayos incidentes no altera la figura de la proyección del espectro sobre el plano difractante ó sobre cualquier otro plano que le sea paralelo, y solamente ocasiona un traslado de dicha figura paralelamente á sí misma y sin giro alguno. Este teorema tiene gran importancia en la teoría de la imagen microscópica, puesto que permite que nos demos cuenta de la posición que los espectros elementales, debidos á las diferentes incidencias de los hacecillos iluminantes, ocupan en el plano focal del objetivo, cuyo conjunto forma «la imagen directa», la cual no es otra cosa, según luego veremos, que la reproducción geométrica de la porción del espectro esquemático comprendida dentro del ángulo de abertura del objetivo. Mas es preciso notar, antes de ir más adelante, que la completa exactitud de forma en los espectros elementales producidos por los hacecillos axiles y por los hacecillos inclinados solamente existe cuando el poder difractivo del objeto reside en las diferencias de absorción de luz (más ó menos completas) producidas por los elementos de su estructura, como sucede en los rayados artificiales, pues si el poder difractante reconoce por causa diferencias en la acción refractiva de los elementos de la estructura, ó en el retardo de las undulaciones producido por tener que atravesar los rayos partículas de distinto espesor, entonces se comprende que los espectros ele-

mentales correspondientes á las distintas inclinaciones de los rayos pueden presentar algunas variaciones de forma más ó menos notables (1). Pero, aun en este caso, no pierde el teorema su utilidad, puesto que sólo se buscan en él orientaciones generales, cuya importancia no disminuye por las pequeñas diferencias que puedàn presentar aisladamente los espectros entre sí.

Supongamos *(fig. 46)* un objeto difractante colocado en O, y sea RO un haz de rayos incidentes. Por efecto de la difracción, este haz se dividirá en otros varios, de los cuales uno (el máximo de 1.^er^ orden) no cambiará de dirección, y los otros serán los máximos de 2.º orden OR_1, OR_2, OR_3....., los cuales estarán unidos unos á otros por radiaciones de menor intensidad, ó completamente separados por espacios obscuros, según la naturaleza del objeto que engendra el espectro. Si desde O, como centro, y con un radio igual á la unidad trazamos la semiesfera MPN, los rayos difractados cortarán su superficie en diversos puntos, tales como en $R_1 R_2 R_3$....., y el rayo directo (máximo de 1.^er^ orden) en el punto R, y el conjunto de todos esos puntos proyectados sobre el plano (MN) $M'N'$ del objeto difractante dará la figura $R'_1 R'_2 R'_3 R'_4$..... de la proyección del espectro de Fraunhofer sobre dicho plano. Esa figura es el «espectro esquemático» correspondiente al hacecillo elemental RO. Si cambia la dirección del hacecillo iluminante, y suponemos ahora que es SO, para deducir su «espectro esquemático» del hallado anteriormente para la incidencia RO, se procede de la siguiente manera: Siendo S' la proyección del punto S en el cual el rayo no desviado (máximo de 1.^er^ orden) corta la superficie de la semiesfera MPN, se le une al punto R' y se corre la figura del espectro esquemático hallada antes para el rayo PO, paralelamente á sí misma en la dirección $R'S'$ una cantidad igual á $R'S'$, y $S'_1 S'_2 S'_3$..... será el espectro esquemático correspondiente al nuevo hacecillo SO. Así, pues, conociendo el espectro formado por un hacecillo de una inclinación dada, fácilmente se determina la posición de los espectros de las demás incidencias, y de este modo se viene en conocimiento de lo que sucede cuando se

(1) Prof. Abbe: *Ueber die Wirkung der Beleuchtung durch weitgeöffnete Strahlkegel. Gessam. Abhand.*, tomo I, pág. 476.

ilumina el objeto con un manantial de luz extenso, ó bien con un cono de rayos de gran abertura. Los espectros elementales, sobrepuestos unos á otros *(fig. 46)* dejan de ser perceptibles aisladamente, y producen en su conjunto una iluminación uniforme, mas no por eso dejan de existir de un modo indivi-

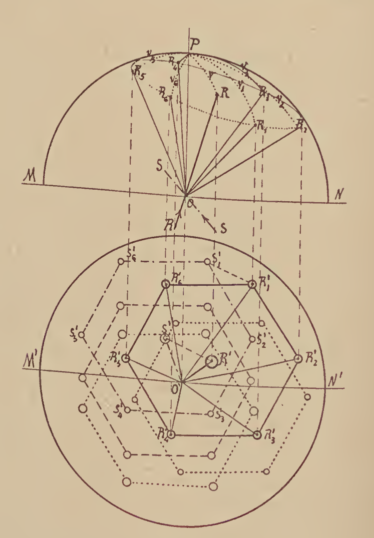


Fig. 46.

dual y de ejercer su acción cada uno por separado, produciendo su conjunto una suma de luz y no una combinación, según el proceso de las interferencias, puesto que las undulaciones de cada espectro son incoherentes con las de los demás, por tener su origen en distintos puntos de la superficie iluminante.

66. INFLUENCIA DE LA LONGITUD DE ONDA, DEL ÍNDICE DEL MEDIO Y DE LAS DIMENSIONES DE LOS ELEMENTOS ESTRUCTURALES EN EL ESPECTRO ESQUEMÁTICO.—Si tenemos en cuen-

ta que en el «espectro esquemático» las distancias que separan el centro O y las proyecciones de los puntos en los cuales los diferentes máximos cortan á la semiesfera MPN ($O'R'$, $O'R'_1$ .....; $O'S'$, $O'S'_1$ .....) no son otra cosa que los senos de los ángulos v, v_1 v_2 que dichos máximos forman con la normal OP, podremos explicarnos fácilmente las variaciones que experimentará dicho espectro esquemático por los cambios de longitud de onda originados por el empleo de luz de distinto color, ó bien porque el fenómeno tenga lugar en medios de diferente índice refractivo. Las fórmulas **XXI** y **XXII**

$$sen\ v_k = k \frac{\lambda}{n \cdot e} \quad \text{y} \quad sen\ v - sen\ v_k = k \frac{\lambda}{n \cdot e}$$

nos indican que las distancias $O'R'$, $O'R'_1$, $O'R'_2$ ....., ó bien $O'S'$, $O'S'_1$, $O'S'_2$ ..... varían proporcionalmente á las longitudes de onda, é inversamente á los índices de refracción del medio y, por lo tanto, en ambos casos las líneas homólogas de los espectros esquemáticos continuarán siendo paralelas, lo que implica que las figuras serán geométricamente semejantes, variando tan sólo la escala en que estén representadas. Por una razón análoga dos estructuras de igual composición y que sólo difieran en las dimensiones de sus elementos, producirán espectros semejantes cuyas magnitudes guardarán la misma relación que exista entre las dimensiones de los elementos del objeto. De esto se deduce que estructuras semejantes, es decir, en las que la única diferencia consista en la de la magnitud de sus elementos, pueden producir espectros esquemáticos exactamente iguales empleando luces de distinta longitud de onda; y que el espectro de una misma estructura puede tener diferentes magnitudes, si no está formado por rayos de la misma longitud de onda. Asimismo se deduce que para convertir el espectro A_1 que produce un objeto en un medio de índice n_1, en el espectro A_2 que produciría el mismo objeto en un medio de índice n_2, basta cambiar sus proporciones en la relación de $\frac{\lambda}{n_1} : \frac{\lambda}{n_2}$, ó bien de $n_2 : n_1$. Igual resultado obtendríamos suponiendo que un plano paralelo á MN (*fig. 46*) separara los dos medios de índices n_1 y n_2, é hiciéramos pasar los rayos difractados en el medio n_1 al me-

dio n_2 según las leyes de la refracción; puesto que por ese procedimiento tendríamos que aumentar ó disminuir las distancias $O'R'$, $O'R'_1$, $O'R'_2$ ....., que son los senos de los ángulos de incidencia de los rayos difractados en el medio de índice n_1, en la proporción de $n_2 : n_1$.

Al querer pasar de un espectro esquemático á otro en un medio de índice inferior, puede darse el caso de que la longitud correspondiente á cualquiera de las distancias $O'R'_1$ $O'R'_2$ $O'R'_3$ ..... resultase mayor que la unidad, ó lo que es lo mismo, que un seno fuese mayor que el radio. Un valor tal sería absurdo, é indica que el rayo difractado á que tal valor se refiere no puede penetrar en el medio de menor índice, por ser su inclinación superior al ángulo de reflexión total correspondiente á los dos medios. En la *figura 47*, por ejemplo, $R'_1 R'_1$ .....; $R'_2 R'_2$ .....; $R'_3 R'_3$ ..... representan tres series de máximos de 2.° orden de un mismo espectro, desarrollados alrededor del máximo de 1.er orden O' (incidencia normal), en un medio de índice n_1. Para ver cuál será ese mismo espectro en un medio de índice menor n_2, es preciso multiplicar las distancias de estos puntos al centro O', por la relación $n_1 : n_2$ de los dos índices. Si cualquiera de esos productos, el $O'R'_2$ (*sen* v_2), por ejemplo, fuese igual á la unidad, trazando una circunferencia con el radio $O'R'_2$ tendremos limitada la parte del espectro desarrollado en el medio del índice n_1 que podrá penetrar en el medio n_2; toda la porción exterior á ella, comprendida en en el espacio anular $R'_2 N'$, estará perdida para el segundo medio, puesto que $O'R'_2$ es el seno del ángulo v_2 en el medio n_1, y ese ángulo será de 90° al pasar al medio de índice n_2, si se verifica que $sen\ v_2 \times n_1/n_2 = 1$. En este resultado se encuentra el verdadero fundamento de las ventajas que ofrecen los objetivos de inmersión sobre los objetivos secos, con respecto á producir una imagen que revele la forma verdadera del objeto, pues si suponemos una estructura de dimensiones tan pequeñas que su espectro total desarrollado en un medio

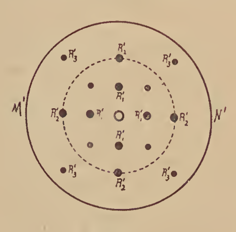


Fig. 47.

de gran poder refractivo de $n = 1.90$, por ejemplo, abarque toda una semiesfera, y que su proyección esquemática sea la representada en la *figura 47*, para hallar la porción de ese espectro que podrá desarrollarse en el mismo espacio de una semiesfera en el aire, basta multiplicar el radio $O'N'$ por la relación de los índices 1 : 1.9, y así tendremos que en el aire, en una semiesfera, solamente existirá la porción del espectro comprendida dentro de la circunferencia de un radio cuyo valor es próximamente de unos 35 céntimos de $O'N'$. O bien, expresado en otros términos: una misma estructura sólo podrá emitir en el espacio de una semiesfera, en el aire, la porción central del espectro de difracción que produciría en un medio de índice $n = 1.90$ en un cono de 65° de abertura. Y se sigue de eso, como deducción lógica, que con los objetivos microscópicos, aun empleando los medios de inmersión de mayor índice hoy en uso, solamente se podrá recoger la mayor parte de los rayos difractados que producen las estructuras delicadas, cuando las dimensiones de sus elementos sean bastante mayores que las longitudes de onda, pues en otro caso se limitarán á dar entrada únicamente á la porción central del espectro. Las esculturas finísimas que adornan las valvas de algunas Diatomeas, cuyas dimensiones se presume que solamente miden 0.55 ó 0.60 μ, exigen para desarrollar una gran parte del espectro que son capaces de producir, un medio cuyo índice fuese de 5.0 á 6.0, y como al presente ese medio no es conocido, el microscopio será tal vez siempre incapaz de revelar la verdadera forma de esas maravillosas estructuras (1).

(1) Según veremos en el Capítulo IV, para que la imagen microscópica pueda considerarse como una verdadera reproducción de las formas del objeto, es preciso que para formarla se utilice toda aquella parte del espectro cuya intensidad luminosa sea bastante para impresionar el órgano de la visión. El índice del aceite de cedro, usado hoy día casi exclusivamente como á medio de inmersión homogénea, es de 1.52. Para montar las Diatomeas y otros objetos de texturas muy delicadas, se han empleado: el monobromuro de naftalina ($n = 1.66$), la disolución de fósforo en bisulfuro de carbono ($n = 1.75$), el aceite de Cassia ($n = 1.62$), el aceite de anís ($n = 1.56$), etc., etc.; pero hay que tener en cuenta que para que una porción dada del espectro de Fraunhofer concurra á la formación de la imagen, es preciso que pueda penetrar toda ella en la lente frontal del objetivo, y que si el vidrio de que está ésta formada es de ín-

B.—La imagen directa.

67. La imagen directa es una reproducción del espectro esquemático.—El estudio que acabamos de hacer del «espectro esquemático» es de gran utilidad para el conocimiento de la «imagen directa», puesto que, según vamos á ver, ésta no es otra cosa que una reproducción semejante de aquél, en el sentido geométrico de la palabra, que se forma en el plano focal posterior del objetivo. En efecto, el haz de rayos incidentes R *(fig. 48)*, al atravesar el objeto O, se descompone en una serie de hacecillos difractados que llenan toda la abertura del objetivo de un modo continuo ó interrumpido, según sea la naturaleza de dicho objeto O, y como el sistema S (el objetivo del microscopio) tiene que ser por necesidad aplanático, pues de otro modo no formaría imagen (§ **19**) entre los ángulos v y v^* que forman con el

Fig. 48.

dice inferior al del medio de inmersión, nos encontramos en las condiciones del problema antes tratado. En este caso, las ventajas de un líquido de inmersión de índice elevado se reducen á la mayor visibilidad de los detalles de la estructura del objeto por la diferencia de índices, y no á las que ofrece la admisión de una parte mayor del espectro. El crown de las lentes frontales de los objetivos suele tener un índice próximamente de 1.52. La fundición Schott, de Jena, produce flints muy pesados de barita (densidad = 5.92) cuyos índices son, para las rayas D y G', respectivamente, de 1.904 y 1.961. *(Ann. Boureau des Longitudes*, año 1910.)

eje los rayos conjugados que parten del punto O del objeto y se reunen en el punto O^* de la imagen (puntos aplanáticos del sistema S) debe existir la relación fundamental del aplanatismo que hemos hallado en el § **19**, fórmula **X**:

$$\frac{sen\ v^*}{sen\ v} = \frac{n}{n^*} \cdot \frac{1}{N},$$

en la cual N representa el aumento correspondiente á O^* y n y n^* los índices de refracción de los medios del objeto y de la imagen; y teniendo en cuenta que en el microscopio la imagen se forma siempre en el aire, se tiene:

$$sen\ .\ v^* = n\ .\ sen\ v\ \frac{1}{N}.$$

Aplicando esta fórmula á los diferentes rayos difractados que parten de O y se reunen en O^*, tendremos:

$$\left.\begin{array}{c} sen\ v^* = n\ .\ sen\ v\ \frac{1}{N};\quad sen\ v_1^* = n\ .\ sen\ v^*\ \frac{1}{N}; \\ sen\ v_2^* = n\ .\ sen\ v_2\ \frac{1}{N}\ \ldots\ldots \end{array}\right\} \quad [\mathbf{a}]$$

Estos rayos, después de salir del objetivo S cortarán á un plano cualquiera $F_1^* F_1^*$ perpendicular al eje, en los puntos R^*, R_1^*, R_2^*, cuyas distancias al centro P^* estarán determinadas por las siguientes expresiones, en las cuales l representa la longitud $O^* P^*$

$$\left.\begin{array}{c} P^* R^* = l\ .\ tang\ v^*;\quad P^* R_1^* = l\ .\ tang\ v_1^*; \\ P^* R_2^* = l\ .\ tang\ v_2^*\ \ldots\ldots \end{array}\right\} \quad [\mathbf{b}]$$

Los ángulos v^*, v_1^*, v_2^* ..... son siempre muy pequeños en el microscopio, sobre todo en los objetivos de mediano y fuerte poder, porque la imagen se forma á distancia considerable comparada con el semidiámetro de la pupila de salida, y todos ellos se hallan comprendidos dentro del ángulo bajo el cual aparece dicho semidiámetro visto desde el punto O^*, y así, sin error sensible, se pueden tomar los senos por las tan-

gentes, con lo cual las igualdades anteriores [**a**] y [**b**] se transforman en

$$\left.\begin{array}{c} P^* R^* = n \frac{l}{N} sen\ v; \ \ P^* R_1^* = n \frac{l}{N} sen\ v_1; \\ P^* R_2^* = n \frac{l}{N} sen\ v_2 \ \ldots.. \end{array}\right\} \quad [\mathbf{c}]$$

Estas igualdades determinan la posición de los puntos en los cuales los rayos difractados que parten de O y se reunen en O^* cortan á un plano cualquiera situado á la distancia l y, por lo tanto, son igualmente valederas para cuando el plano $F_1^* F_1^*$ sea el plano focal posterior del objetivo. En este caso los puntos R^*, R_1^*, R_2^*, ... no sólo representan las intersecciones de los rayos difractados que se reunen en el punto O^*, sino que, además, determinan los puntos de reunión focal de los hacecillos de rayos paralelos que parten de los distintos puntos del objeto O, y son, por lo tanto, las imágenes reales de los puntos R, R_1 ..... (espectro virtual de Fraunhofer) cuyo conjunto es la «imagen directa» y de los cuales parten los sistemas de ondas divergentes y coherentes que dan origen, por interferencias, á la distribución luminosa, en el plano conjugado del objeto, que constituye la imagen objetiva O^*. Eligiendo como plano de intersección el plano focal del objetivo, la distancia l se convierte en la distancia x^* de la fórmula tan conocida del aumento lateral: $N = \frac{x^*}{f^*}$, y teniendo eso en cuenta, las anteriores igualdades [**c**] se transforman en las siguientes, en las que f_1^* representa la distancia focal posterior del objetivo:

$$\left.\begin{array}{c} P^* R^* = n \ . \ f_1^* \ . \ sen\ v; \ \ P^* R_1^* = n \ . \ f_1^* \ . \ sen\ v_1; \\ P^* R_2^* = n \ . \ f_1^* \ . \ sen\ v_2 \ \ldots.. \end{array}\right\} \quad [\mathbf{d}]$$

y si el medio del objeto es el aire, en:

$$\left.\begin{array}{c} P^* R^* = f_1^* sen\ v; \ \ P^* R_1^* = f_1^* \ . \ sen\ v_1; \\ P^* R_2^* = f_1^* \ . \ sen\ v_2 \ \ldots.. \end{array}\right\} \quad [\mathbf{e}]$$

lo que nos dice que las distancias axiles de los puntos

de la «imagen directa», ó sea del espectro de Fraunhofer que produce el objeto, formada en el plano focal posterior del objetivo, son proporcionales á los senos de los ángulos de inclinación de los hacecillos de rayos difractados que corresponden á dichos puntos. Y como según hemos visto al tratar de las propiedades del «espectro esquemático» (§ **66**), las distancias de los puntos R', R'_1, R'_2, ... al centro de proyección O' *(figuras 46 y 47)*, son proporcionales á los senos de los ángulos de inclinación v, v_1, v_2 ....., resulta que la imagen del espectro de Fraunhofer en el plano focal del objetivo («imagen directa») y el «espectro esquemático» son dos figuras semejantes en el sentido geométrico de la palabra, cuya semejanza se transforma en igualdad cuando el radio elegido para trazar el espectro esquemático es la longitud focal del objetivo. Así, pues, cuanto hemos demostrado en el párrafo anterior relativo al espectro esquemático, corresponde también á la «imagen directa» y, en su consecuencia podémos decir:

1.° Que las relaciones de posición de los máximos de Fraunhofer en el plano focal posterior del objetivo, cuyo conjunto forma la «imagen directa», continúan siendo las mismas cualesquiera que sean las inclinaciones de los hacecillos iluminantes, experimentando la figura total tan sólo un traslado de sitio paralelamente á la dirección de dichos hacecillos iluminantes y sin sufrir giro alguno (1).

2.° Que cuando el haz iluminante se compone de rayos de diferentes colores (luz blanca), ó bien se emplean sucesivamente distintas luces monocromáticas con una misma incidencia, las «imágenes directas» correspondientes á cada radiación conservan su forma, y sólo cambian sus dimensiones proporcionalmente á las longitudes de onda, lo que da origen á figuras cromáticas. Igual cambio de dimensiones experimenta el espectro cuando la diferencia entre las longitudes de onda es producido por propagarse las radiaciones en medios de distinto índice refractivo, y

(1) Respecto á la igualdad ó desemejanza de los espectros de Fraunhofer, producidos por hacecillos iluminantes de distintas inclinaciones, téngase en cuenta lo que se ha dicho en el § **65** al tratar del teorema de Abbe.

3.° Que las «imágenes directas» producidas por estructuras iguales en cuanto á la forma y disposición de sus elementos, y que sólo difieren en la magnitud de éstos, son completamente semejantes, y sus dimensiones inversamente proporcionales á las de los elementos de las estructuras.

68. PROPIEDADES DE LA IMAGEN DIRECTA.—De cada elemento superficial del manantial luminoso parte un hacecillo de rayos que atraviesa el objeto y produce, por separado, un espectro de difracción; y el objetivo, dentro de lo que permite su ángulo de abertura, recoge los rayos difractados correspondientes á cada hacecillo elemental, y forma con ella otros tantos espectros en su plano focal posterior, de modo que cuando la superficie iluminante es un poco extensa, un sinnúmero de espectros elementales se sobreponen unos á otros y dejan de ser visibles individualmente, mas no por eso pierden su existencia real é independiente, puesto que sus vibraciones son incoherentes por proceder de puntos diferentes del manantial luminoso. Ese conjunto de espectros elementales, dispuestos conforme á las leyes que antes hemos hallado para las distintas inclinaciones de los rayos iluminantes y para las distintas longitudes de onda, limitados en su extensión por la abertura del objetivo, constituyen, según hemos visto en el Capítulo anterior, la única imagen de formación directa, la cual, en realidad, no es otra cosa que la imagen del espectro total de la superficie iluminante producida por la estructura del objeto, de igual manera que la imagen telescópica es el conjunto de imágenes de difracción á que da lugar el iris del objetivo. Si en vez de un objeto más ó menos transparente y de estructura complicada colocásemos sobre la platina del microscopio una plaquita opaca con una abertura circular, en el plano focal posterior del objetivo se formaría una imagen punto á punto de la superficie iluminante con los caracteres que á dicha imagen hemos asignado en el § **58**, pues en este caso la abertura circular de la plaquita (= del objeto) hace las veces de iris del sistema, el cual, por estar situado delante de él, coincide con la pupila de entrada (§ **9**), puesto que determina el ángulo de los conos de los rayos que parten de los distintos puntos de la superficie iluminante, que en este caso representa el objeto, y son admi-

tidos por el sistema para formar la imagen. En la observación microscópica, las porciones transparentes del objeto, constituyen el iris ó pupila de entrada con relación á la imagen directa, quedando inactivo el iris material y real del objetivo, pues dichas porciones transparentes, de forma más ó menos complicada, son las que limitan y determinan los hacecillos que desde la superficie iluminante penetran en el sistema.

El iris del objetivo, si bien nó tiene ninguna influencia en la formación de los espectros, determina, no obstante, la parte de cada uno de ellos que es admitida para formar la imagen, pues claro está que solamente podrán penetrar en el objetivo los rayos difractados que estén contenidos dentro de su ángulo de abertura y, por lo tanto, la pupila de salida es la que determina el diámetro de la «imagen directa». Este diámetro tiene por expresión, según hemos visto en el § **42**, $2.f_1^*.n.sen\,u$, representando por $n.sen\,u$ la apertura numérica, y por f_1^* la distancia focal posterior del objetivo, é indica, desde luego, que ningún rayo difractado cuya inclinación sea superior al ángulo u podrá concurrir á la formación de la imagen directa (1). La porción angular de cada espectro elemental admitida por el objetivo es igual para todos ellos, pero esas porciones pueden representar partes distintas de cada espectro, puesto que dependen de la inclinación del rayo directo (= máximo de 1.^er^ orden) y según sea ella entrarán dentro del objetivo porciones muy diferentes del «abanico de difracción» de cada espectro elemental, más ó menos asimétricas, excéntricas é incompletas; y como esas inclinaciones de los rayos directos de cada espectro elemental son tanto más diferentes cuanto mayor sea la extensión y excentricidad de la superficie iluminante, de ahí el que en la constitución de la imagen directa influya también, además del ángulo de abertura del objetivo, la magnitud y posición de la superficie iluminante.

La acción de la superficie iluminante en la constitución

(1) Conociendo el espectro esquemático que produce una estructura, habiendo elegido para radio de la esfera la longitud focal f_1^* del objetivo, la porción que de dicho espectro penetrará en el microscopio y concurrirá á la formación de la imagen, siendo u el semiángulo de abertura del objetivo, y n el índice del medio del objeto, estará comprendida dentro de una circunferencia de radio igual á $f_1^* . n . sen\,u$.

de la imagen directa no está limitada solamente á la parte comprendida dentro de la abertura del objetivo, como sería el caso si se tratara sólo de los rayos directos, puesto que penetran también en el objetivo porciones de espectros elementales cuyo rayo principal no tiene entrada en ella por cortar al eje bajo un ángulo superior al semiángulo de la abertura. Así, pues, la extensión de la superficie iluminante no sólo influye en la cantidad de espectros elementales que constituyen la imagen directa, sino también en la calidad de esos espectros, puesto que son desemejantes, en primer lugar, porque, debido á las distintas inclinaciones de los rayos incidentes, las porciones que de cada uno de ellos recoge el objetivo son distintas, y en segundo lugar, porque los mismos espectros, según la inclinación de los rayos que los producen, pueden ser desemejantes entre sí. Cuando el rayo incidente es axil, el objetivo recogerá una porción central más ó menos extensa del espectro, y tan sólo una porción periférica de él cuando el rayo iluminante esté muy inclinado. Además, como ya hemos manifestado al tratar del teorema de Abbe (§ **65**), «sólo en aquellas estructuras cuyo poder difractante reside en diferencias de absorción más ó menos completa, esto es, cuando los elementos estructurales difieren tan sólo en el grado de su transparencia, los espectros producidos por rayos incidentes de distintas inclinaciones son completamente iguales; mas cuando dichos elementos presentan diferencias en su poder refractivo ó en su densidad, lo que ocasiona retardos distintos á los rayos según la inclinación con la cual los atraviesan, los espectros podrán variar con las incidencias de dichos rayos». Las distintas propiedades de la «imagen directa» que acabamos de exponer pueden resumirse en las siguientes conclusiones:

I. La «imagen directa» es la imagen del manantial iluminante producida por la difracción del objeto, y está constituída por la superposición de todos los espectros elementales de Fraunhofer correspondientes á cada uno de los hacecillos que parten de cada elemento superficial del manantial de luz. Esa imagen es la única manifestación representativa inmediata y directa que el microscopio es capaz de producir.

II. Los distintos espectros elementales de que se compone

la «imagen directa», son independientes entre sí, y las vibraciones de unos, incapaces de interferir con las de los otros, puesto que provienen de diferentes puntos del manantial luminoso. Su superposición podrá, pues, producir aumento de cantidad de luz, pero en ningún caso dará lugar á una suma de vibraciones según el principio de las interferencias. En cambio, las vibraciones de cada espectro elemental son coherentes y capaces de interferir entre sí, porque provienen todas ellas de un mismo elemento del manantial luminoso.

III. El iris real del objetivo, que determina el ángulo de abertura, limita las porciones de los espectros elementales que son admitidos por el sistema, así como también de él depende el diámetro de la «imagen directa» que se forma en el plano focal posterior del objetivo.

IV. La mayor ó menor extensión del manantial iluminante no es un factor esencial de la «imagen directa», pues ésta se forma lo mismo cuando dicho manantial está reducido á un solo elemento de su superficie, pero ejerce gran influencia en sus propiedades y en su composición, porque cuanto más extenso sea dicho manantial, mayor número de espectros y de porciones desemejantes de espectros concurren á formarla.

CAPÍTULO III.

La imagen microscópica.—Imagen producida por las interferencias de la «imagen directa».

La imagen final microscópica es la distribución de luz producida en el plano visual por las interferencias de las ondas luminosas que parten de la «imagen directa», ó bien, considerando separadamente la acción de los factores del microscopio, es la imagen agrandada por el ocular y proyectada á la distancia de la visión distinta, de la distribución de luz que las ondas que parten de la «imagen directa» producen en el plano conjugado del objeto con relación al sistema del objetivo. Este último modo de concebir la imagen nos permite simplificar el problema, estudiando primeramente la imagen formada por el objetivo y deduciendo luego de ella la «imagen final» de la manera que diremos en el § **73**.

69. La imagen microscópica no se forma por las solas leyes de la óptica geométrica.—Ya hemos visto en el § **59** que los rayos que parten de distintos puntos P_1, P y P_2 de la superficie iluminante *(fig. 42)*, y se cruzan en un punto del objeto—en el punto O_1, por ejemplo—, aun suponiendo que no fuesen difractados, al reunirse de nuevo en el punto O_1^* de la imagen no podían constituir un centro de vibración, sumando sus fases y amplitudes, por ser incoherentes entre sí, puesto que proceden de puntos distintos de la superficie iluminante

y, por lo tanto, el punto O_1^* no será la imagen del punto O_1 del objeto, en el sentido de una formación, «punto á punto», tal como la hemos definido anteriormente; pues, en realidad, bajo el supuesto de que el objeto no ejerciera ninguna acción difractiva, en el plano $O_2^* O^* O_1^*$ se cruzarían todos los rayos procedentes de la superficie iluminante, de la misma manera que se cruzan también todos los rayos procedentes de diversos objetos en la abertura de un diafragma, sin que en ella se produzca imagen alguna. Si en vez de considerar la iluminación total producida por una superficie extensa, según acabamos de hacer, tomamos solamente en cuenta la que ocasiona por separado cada elemento de dicha superficie, veremos del mismo modo que tampoco puede producirse una imagen «punto á punto», *more geometrico*. En efecto, supongamos en la *figura 49* que R sea un elemento superficial luminoso muy lejano, que envía rayos paralelos al objeto O, y aceptemos también el supuesto falso de que dichos rayos atraviesan el objeto sin experimentar los efectos de la difracción, esto es, que continúan su marcha primitiva, sin más modificaciones que las que experimenta su intensidad específica al pasar por las partes más ó menos transparentes del objeto. En este caso, todo el haz de rayos R, al salir del objetivo S, se reuniría en el punto R^* de su plano focal posterior, y como todos los rayos que le constituyen son coherentes, dicho punto R^* sería un nuevo centro de vibración del cual partirá un sistema de ondas esféricas, las cuales no podrían producir en el plano de la imagen O^* más que una iluminación uniforme y sin la más remota traza de la forma y estructura del objeto.

Bajo el supuesto, pues, de que el objeto deja pasar los rayos sin alterar su dirección, y por el procedimiento geométrico no puede formarse imagen, ya sea que se considere en conjunto la acción de toda la superficie iluminante, ó bien que se reduzca aisladamente á cada uno de sus elementos.

Tampoco es posible la formación de la imagen *more geometrico* aunque, colocándonos en la realidad de los hechos, tengamos en cuenta la acción difractante del objeto. En efecto, el haz de rayos R, al atravesar el objeto O, experimentará los efectos de la difracción en alguna de sus múltiples y variadas formas y, en su consecuencia, de cada uno de sus

puntos partirán rayos difractados en diversas direcciones, los cuales serán todos coherentes entre sí por proceder de un mismo elemento del manantial luminoso. Para que la imagen de O pudiera formarse «punto á punto» en O^*, sería preciso, según hemos visto en el § **58**, que los haces que parten de cada punto del objeto estuviesen formados por rayos sinfásicos, esto es, cuyas fases fuesen iguales á iguales distancias del punto de origen y, además, que los diferentes hacecillos procedentes de los distintos puntos del objeto no interfiriesen entre sí, puesto que, sin llenar estas dos condiciones, puede muy bien suceder que á un punto ó línea brillante en el objeto corresponda en la imagen un punto ó línea completamente obscura. El que estas dos condiciones no se satisfagan está en la esencia misma de la difracción. Los rayos difractados parten en distintas direcciones de cada punto del objeto, y su conjunto, después de las múltiples interferencias que entre ellos se producen, puede considerarse ordenado en varios hacecillos de rayos paralelos, como si partieran del espectro virtual de Fraunhofer (∞R_2, ∞R_1, ∞R....., *figura 49*) que produce la estructura y forma del objeto, de modo que el objetivo del microscopio reunirá estos hacecillos en su plano focal posterior, formando en él una imagen real de dicho es-

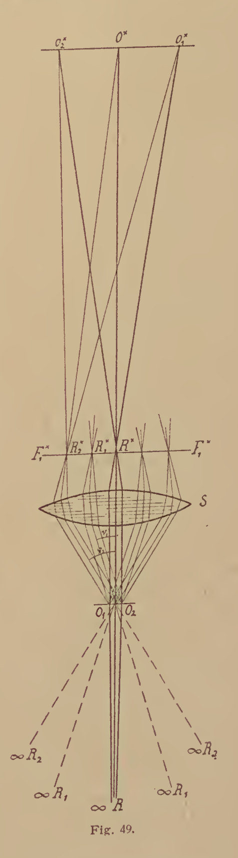


Fig. 49.

pectro virtual de Fraunhofer. Estos hacecillos de rayos difractados paralelos no poseen, como los hacecillos normales, una superficie de onda perpendicular á su dirección, ni tampoco son homocéntricos con respecto á los puntos del objeto, puesto que cada rayo parte de un punto distinto de su superficie, y así, en realidad, al reunirse en el plano focal del objetivo, se produce en los puntos R^*_2, R^*_1, R^*..... la suma de fases é intensidades que cada rayo posee por separado, según el principio de las interferencias, lo que da origen en unos sitios á verdaderos centros vibratorios, de los cuales parten sistemas de ondas esféricas normales, y en otros, á puntos de reposo ú obscuridad, por anularse mutuamente la energía luminosa que cada rayo lleva individualmente. En el plano focal posterior del objetivo se verifica, pues, una verdadera transformación de los hacecillos difractados, puesto que los rayos que los constituyen llegan á él con distintas fases y amplitudes de onda, y después de su reunión en los puntos R^*_2, R^*_1, R^*....., dan lugar á hacecillos normales correspondientes á sistemas de ondas esféricas. De los distintos puntos del objeto O —del punto O_1, por ejemplo—, parte un cono de rayos monocéntricos sinfásicos; mas como en los puntos R^*_2, R^*_1, R^*..... estos rayos pierden su individualidad, cambiando de fase y amplitud, aunque geométricamente pueden considerarse prolongados hasta el punto O^*_1, este punto no puede considerarse físicamente como representante de la imagen del punto O_1, puesto que entre ambos no existe ninguna relación necesaria de semejanza luminosa, porque en O^*_1 tendrá lugar una suma de undulaciones según el principio de las interferencias, esto es, una suma de las fases y amplitudes que poseen individualmente los rayos al llegar á él y cuyo resultado lo mismo puede ser luz que obscuridad, sin perjuicio de que todos los rayos que en él se reunen procedan de un mismo punto luminoso del objeto. Según esto, los rayos que parten de los distintos puntos del objeto, constituyendo conos de rayos homocéntricos cuando se considera la iluminación producida por un solo elemento de la superficie iluminante, se reunen realmente todos ellos en un mismo punto del plano de la imagen; pero como su fase y amplitud habrá cambiado en el plano focal posterior del objetivo—al formar la imagen directa—, puede ocurrir que el estado luminoso á que den lu-

gar no guarde ninguna relación con el estado luminoso del punto del objeto de que han partido y, por lo tanto, no habrá imagen formada punto á punto, pues á un punto brillante del objeto puede corresponder un punto obscuro en la imagen, y así ésta no puede deducirse directamente del objeto por el procedimiento seguido en la óptica geométrica, cuyo valor real está reservado á los objetos luminosos por sí mismos ó que puedan considerarse como á tales. Parece, á primera vista, y así se ha prentendido por algunos microscopistas, que empleando el género de iluminación conocido con el nombre de «iluminación crítica» *(critical illumination)*, podría considerarse el objeto como si emitiera luz por sí mismo, y entonces su imagen se formaría punto á punto como si fuese una imagen telescópica; mas esa suposición es de todo punto errónea y contraria á los hechos observados. Se llama «iluminación crítica» aquélla que se obtiene proyectando sobre el objeto, por medio de un condensador aplanático, la imagen del manantial iluminante, y así, como el objeto y la superficie iluminante se supone que están en completa coincidencia, parece que no deberían producirse efectos de difracción y que podría considerarse que de cada punto del objeto partieran sistemas de ondas esféricas incoherentes, por provenir de puntos diferentes del manantial luminoso. En este supuesto, no cabe duda de que la imagen se formaría como si el objeto fuese luminoso por sí mismo; pero la realización de las circunstancias necesarias para ello es imposible en la práctica por varias razones y, entre otras, por las siguientes: 1.ª, la imagen del manantial de luz proyectada por el condensador no es una imagen formada por puntos, sino por pequeños «discos de difracción» rodeados de los correspondientes anillos—como son todas las imágenes de puntos luminosos formadas por sistemas ópticos, según hemos visto en el § **58**—, y como, además, las dimensiones de estos discos pueden ser del mismo orden de magnitud que los detalles finos de algunos objetos, y aun mayores (de las Diatomeas, por ejemplo), y las vibraciones que de ellos parten son coherentes por proceder de un mismo punto del manantial iluminante, se producirán efectos de difracción, pues los elementos del objeto interceptarán, en un mismo sistema de disco y anillos, unas vibraciones y dejarán pasar otras; 2.ª, por perfecto que sea

el sistema óptico que constituya el condensador, sobre todo si su abertura es algo considerable, siempre estará afecto á una cierta cantidad de residuos de aberraciones, y á faltas de reunión homocéntrica de los rayos que pasan por las distintas zonas de su abertura, y eso, unido á que el objeto rara vez puede considerarse como si fuese un plano sin espesor, hace que en la práctica no sea posible una verdadera «iluminación crítica» con los caracteres antedichos, y 3.ª, el espesor que casi siempre tiene el manantial luminoso impide que su imagen pueda considerarse como un plano coincidente con el del objeto. De ordinario, para obtener la «iluminación crítica» en el microscopio se emplea la llama de una lámpara puesta de canto, y como su imagen proyectada por el condensador tiene un grueso sensible, no es posible verificar su completa fusión con el plano del objeto, y, por lo tanto, las radiaciones que parten de los puntos situados debajo de él experimentarán los efectos de la difracción. Todas estas circunstancias, y otras que aún se pudieran enumerar, obrando en conjunto ó separadamente, hacen que la «iluminación crítica», bajo el punto de vista de transformar el objeto microscópico en un objeto luminoso por sí mismo, sea completamente ilusoria; y la experiencia lo demuestra también de un modo palmario, pues por más cuidado que se ponga en satisfacer todas las condiciones de la iluminación crítica lo más exactamente posible, quitando el ocular y mirando por el tubo del microscopio, aparece siempre en el plano focal del objetivo la imagen de difracción producida por el objeto.

70. LA IMAGEN SECUNDARIA ES UN FENÓMENO DE INTERFERENCIAS DE LOS RAYOS QUE PARTEN DE LA IMAGEN DIRECTA.—Para determinar la distribución de luz en el plano O^* conjugado del objeto, es preciso tener en cuenta el cambio de fase y amplitud que experimentan los rayos en el plano focal posterior del objetivo—espectro real de Fraunhofer—, y solamente así podremos derivar la imagen directamente del objeto, teniendo siempre en cuenta que los rayos que se reunen en un punto de la imagen, en el punto O_2^*, por ejemplo, si bien han partido homocéntricamente y todos con la misma fase del punto O_2 correspondiente del objeto, llegan á O_2^* con distintas fases y, por lo tanto, no podemos saber á

priori si habrá semejanza ó no en el estado luminoso de ambos puntos (1). Mas ese modo de concebir la imagen, además de ser obscuro y complicado, no establece relación alguna entre las diversas etapas de su proceso formativo, y por eso es mejor considerarla originada directa é inmediatamente por las interferencias que producen, en el plano conjugado del objeto, las ondas luminosas que parten de la «imagen directa». En efecto, según hemos visto en el Capítulo anterior, esa imagen no es otra cosa que la superposición de la infinidad de imágenes elementales que deben su origen, cada una de ellas, á un solo haz de rayos procedentes de un solo elemento superficial del manantial luminoso. Estos haces, después de atravesar el objeto, se esparcen en todas direcciones y el objetivo los recoge, agrupando los rayos que son paralelos entre sí —hacecillos difractados—y reuniéndolos en su plano focal posterior como si procedieran de puntos situados á inmensa distancia (espectro virtual de Fraunhofer). Así, pues, cada una de las imágenes elementales de que se compone la «imagen directa» puede considerarse formada por una infinidad de centros vibratorios cuyo estado es la resultante de todas las fases y amplitudes de los rayos paralelos que constituyen los hacecillos de difracción; y de cada uno de esos centros R_2^*, R_1^*, R^*..... (*fig. 49*) parte realmente un sistema de ondas esféricas, las cuales interfieren en el plano $O_2^* O^* O_1^*$ conjugado del objeto, produciendo en él una distribución luminosa que debemos considerar como á una imagen elemental secundaria (2). El estado luminoso de un punto O_2^* de esa imagen

(1) No puede invocarse en este caso la ley de la «longitud óptica constante» de los rayos conjugados que van de un punto del objeto á un punto de la imagen, para deducir que las relaciones de fase de los rayos en el punto de partida es la misma que en el punto de llegada, puesto que hay un cambio de fase en el plano posterior del objetivo. Así, por ejemplo, las fases de los rayos $R_2^* O_2$ y $R^* O_2^*$ (*fig. 49*) en el punto de la imagen O_2^* depende de las distancias de dicho punto O_2^* á los puntos R_2^* y R^* y de las fases iniciales en estos dos puntos, y no de la fase que dichos rayos tengan en el punto O^* del objeto, por más que $O_2 R_2^* + R_2^* O_2^*$ y $O_2 R_2^* + R^* O_2^*$ representen una misma longitud óptica.

(2) Ciertamente las ondas que parten de la «imagen directa» interfieren también entre sí fuera del plano conjugado del objeto, pero un atento estudio de lo que sucede realmente hace ver que sólo en ese plano puede formarse una imagen precisa y bien definida, hecho, además, compro-

se determina por la longitud óptica de los rayos $R_2^* O_2^*$, $R_1^* O_2^*$, $R^* O_2^*$....., y por la fase y amplitud que dichos rayos tienen en los puntos R_2^*, R_1^*, R^*.....; y de igual manera se determina el estado luminoso de todos los demás puntos, de modo que podemos decir que cada imagen secundaria elemental no es otra cosa que un fenómeno de interferencias producido por las ondas luminosas que parten de cada imagen directa elemental, las cuales son coherentes por proceder de un solo elemento del manantial iluminante. Y como el mismo proceso se repite para cada una de las imágenes elementales cuyo conjunto, según hemos visto en el Capítulo anterior, constituye la «imagen directa», resulta que la «imagen secundaria» puede considerarse formada por la superposición de las distribuciones de luz producidas por las interferencias de las ondas luminosas que parten de cada imagen elemental, teniendo bien en cuenta que esa superposición es sólo bajo el punto de vista fotométrico, puesto que las vibraciones de las distintas imágenes elementales son incoherentes unas con otras y no pueden, por lo tanto, interferir entre sí, por proceder de

---

bado por la experiencia diaria. Los efectos de luz que producen las ondas fuera del plano conjugado del objeto, consisten en una aglomeración y superposición de puntos claros y obscuros que dan por resultado una iluminación uniforme á poco que nos apartemos de él. Del examen teórico, conforme en un todo con la experiencia, se deduce asimismo que cuanto mayor sea la extensión de la «imagen directa», esto es, que cuanto mayor sea el número de centros vibratorios R_2^*, R_1^*, R^*..... que intervengan en la formación de la imagen O^*, tanto más preciso será el plano de enfocación, y á menor distancia de él se borrará la imagen. Si ésta estuviese producida solamente por dos sistemas de ondas que partieran de dos únicos puntos de la imagen directa, entonces debería suceder teóricamente que la imagen continuaría formándose con buena definición antes y después del plano conjugado del objeto, esto es, que la imagen no tendría foco. Mas en la práctica esa condición teórica de sólo dos puntos radiantes no se verifica nunca, pues siempre las ondas parten de espectros más ó menos extensos (los máximos de 2.º orden nunca pueden ser un punto, cuando la luz no es absolutamente monocromática) y, por lo tanto, la imagen ocupa una posición definida en el plano conjugado del objeto, fuera de la cual se borra pronto, por las razones antedichas. (Pueden verse esas cuestiones, tratadas con bastante extensión, en un trabajo de E. Conrady publicado en el número de Diciembre de 1904 del *Journal of the Royal Microscopical Society*, con el título de *Theories of Microscopical Vision: a Vindication of the Abbe Theory.*)

diferentes puntos del manantial luminoso. La «imagen secundaria» es, pues, el conjunto de todas las distribuciones de luz que en el plano conjugado del objeto producen separadamente, por el proceso de interferencia, las undulaciones que parten de cada «imagen directa elemental» y, por lo tanto, en términos generales, la podemos definir como á un efecto de las interferencias que en el plano conjugado del objeto producen los rayos que parten de la imagen directa.

El proceso de la formación de la «imagen secundaria» tal como se acaba de exponer es real y positivo, y se demuestra experimentalmente como veremos más adelante en la Tercera Parte de este libro, y de él se deduce la importante consecuencia de que la imagen microscópica es una función inmediata de la «imagen directa» y no del objeto, al cual sólo está unida por relaciones de orden secundario. Así, pues, toda modificación que experimente la «imagen directa» deberá aparecer en la imagen microscópica, aunque el objeto permanezca invariable; y si tenemos en cuenta que esa imagen directa representa la porción del espectro de Fraunhofer producido por el objeto y contenido dentro de la abertura del objetivo, podemos decir que el único lazo de unión que existe entre el objeto y la imagen microscópica, es el espectro de Fraunhofer. En él están contenidas virtualmente la forma y estructura del objeto, las cuales por su mediación se representan en la imagen. Si la «imagen directa» no contiene la totalidad del espectro que produce el objeto, ya sea porque lo limite la abertura del objetivo, ó por otra causa cualquiera, las relaciones entre el objeto y la imagen serán incompletas, y de ahí nace la importante cuestión de la mayor ó menor semejanza que exista entre ambos, de la cual trataremos detenidamente en el Capítulo IV.

71. La imagen secundaria es la reproducción dióptrica de la distribución luminosa que el espectro de Fraunhofer produce en el plano del objeto. — También podemos concebir la «imagen secundaria» (microscópica) originada de otro modo más conforme con las leyes de la óptica geométrica, suponiendo que es una imagen dióptrica formada punto á punto, de la distribución de luz que el

espectro virtual de Fraunhofer, si tuviese existencia real, produciría en el plano del objeto. Ese modo hipotético de representar la formación de la imagen se justifica de la manera siguiente (1).

De cuanto anteriormente hemos dicho acerca de la constitución de la «imagen directa» se deduce que, para los fines dióptricos, se la puede considerar como una superficie luminosa, de la cual el objetivo S *(fig. 49)* formaría una imagen real $\infty R_2, \infty R_1, \infty R$....., situada á considerable distancia, si las undulaciones que parten de sus distintos puntos R_2^*, R_1^*, R^*..... y se propagan hacia el plano de la imagen O^*, tuviesen también lugar en sentido contrario. Mas como eso no sucede, en realidad la imagen $\infty R_2, \infty R_1, \infty$..... sólo podrá tener una existencia virtual, en un todo semejante á la del espectro de Fraunhofer que aparece cuando se mira un objeto brillante (la llama de una bujía, § **62**) á través de un rayado; y esa misma imagen es la que veríamos colocando el ojo en el sitio del objetivo S, ó bien un pequeño anteojo enfocado para el punto iluminante ∞R. Los espectros real y virtual son, pues, dos imágenes conjugadas con relación al objetivo S, y conocida una de ellas se deduce fácilmente la otra. El espectro real («imagen directa») ya hemos visto que se deriva del objeto recogiendo el objetivo los haces de rayos paralelos difractados, y reuniéndolos en los puntos correspondientes de su plano focal posterior, en donde producen un estado luminoso determinado por la resultante de sus fases y amplitudes.

Estos puntos se convierten en verdaderos centros vibratorios que dan origen á sistemas de ondas esféricas que se propagan hacia el plano de la imagen O^*. Esos mismos puntos son los que suponemos que dan también origen á los sistemas de ondas que, propagándose en sentido contrario, producen

---

(1) Véase Dippel: *Handbuch der allgemeinen Mikroskopie*, 2.ª edición 1882, pág. 133; y téngase en cuenta que esa parte del libro del Doctor Dippel está escrita, ó por lo menos inspirada muy directamente, por el Profesor Abbe, según afirman algunos de sus discípulos. (Véase Czapski: *Theorie der optischen Instrumente*, Breslau, 1893, pág. 246, y *Gesammelte Abhandlungen von Abbe*, tomo I, pág. 312, etc., etc.)

Véase también, para la formación de la imagen bajo el punto de vista teórico-matemático: *Die Lehre von der Bildentstehung im Mikroskop v. E. Abbe*, por el Dr. O. Lummer. (Brunswick, 1910.)

el espectro virtual de Fraunhofer (1) el cual, una vez así formado, podemos considerar como una superficie luminosa de la que emanan undulaciones en el mismo sentido de la marcha de los rayos en el microscopio. Los sistemas de ondas esféricas que parten de cada uno de sus puntos, después de atravesar el objetivo S se reunirán en los puntos conjugados del espectro real («imagen directa»), produciendo en ellos un estado vibratorio exactamente igual al que dichos puntos poseían ya como reunión real de los hacecillos difractados—puesto que las ondas luminosas, al ir ahora de un punto á otro, no hacen más que desandar el camino que antes siguieron—y continuando su marcha hacia el plano de la imagen O^*, llegarán á él en condiciones completamente idénticas á las de las ondas que parten de los puntos R_2^*, R_1^*, R^*....., de la «imagen directa» y, por lo tanto, producirán también en él una distribución de luz exactamente igual. Así, pues, podemos decir: que si el espectro virtual de Fraunhofer tuviese existencia real, y de todos sus puntos partieran sistemas de ondas esféricas, éstas producirían en el plano de la imagen O^*, por interferencias, la misma distribución de luz que las ondas que parten de la «imagen directa»; de modo que la imagen microscópica lo mismo se puede derivar de la «imagen directa», que del espectro virtual de Fraunhofer.

Si tenemos ahora en cuenta que todos los rayos que parten del espectro virtual de Fraunhofer, y siguiendo el camino óptico más corto á través del microscopio van á parar á la imagen O^*, se cruzan antes en el plano del objeto O, hemos de admitir también que en este plano se producirán una serie de interferencias que darán origen á una determinada distribución luminosa, puesto que el espectro virtual, tal como le hemos considerado engendrado, se compone, lo mismo que el real, de imágenes elementales cuyos rayos son coherentes en

(1) Si en vez de suponer que de los puntos R_2^*, R_1^*, R^*..... de la «imagen directa» parten sistemas de ondas normales, siguiésemos, en sentido contrario al de su propagación, los rayos difractados que van á ellos, con su fase y amplitud propia, encontraríamos que al reunirse en los puntos conjugados del espectro virtual producirían en ellos centros de vibración completamente iguales á los producidos por las ondas esféricas.

cada una de ellas. Esa distribución de luz producida en el plano de objeto por las ondas que parten del espectro virtual, y la producida por esas mismas ondas en el plano de la imagen O^*, guardan entre sí las relaciones de semejanza que deben existir, según las leyes de la dióptrica, entre el objeto y la imagen; de modo que si admitimos como existente esa distribución de luz en el plano del objeto, podemos decir que el objetivo formará de ella, en su plano conjugado, una imagen real que coincidirá en todas sus partes con la verdadera imagen microscópica («imagen secundaria»). Para convencerse de ello basta tener en cuenta que el estado luminoso de un punto depende de la resultante de las fases y amplitudes que poseen los rayos (coherentes) al llegar á dicho punto; y que las relaciones mutuas de los estados luminosos de los distintos puntos de una superficie, determinan la imagen ó figura que se pinta sobre dicha superficie. Los rayos que parten de los puntos ∞R_2, ∞R_1, ∞R del espectro virtual de Fraunhofer, por ejemplo *(fig. 49)*, después de cruzarse en el punto O_1 del plano del objeto, y de seguir el camino óptico más corto á través del microscopio, se reunen en el punto conjugado O_1^* de la imagen, en donde producen, según antes hemos visto, un estado luminoso enteramente igual al que producirían los mismos rayos si los considerásemos partiendo de los puntos $R_1^* R_2^* R^*$ del espectro real. El trayecto que recorren los rayos desde el espectro virtual de Fraunhofer hasta la imagen O^*, lo podemos considerar dividido en dos porciones:

$$\infty R_2 O_1 + O_1 R_2^* O_1^*; \infty R_1 O_1 + O_1 R_1^* O_1^*; \infty R O_1 + O_1 R^* O_1^* : \ldots$$

Las segundas porciones de cada uno de esos trayectos, por ser O_1 y O_1^* dos puntos conjugados con respecto al objetivo S, deben tener forzosamente la misma longitud óptica (§ **58**, nota) lo que implica que en todos los rayos, en el trayecto de O_1 á O_1^*, se ha de verificar el mismo número de undulaciones y de fracciones de undulación y, por lo tanto, si restamos de todos ellos estas segundas porciones, nos quedarán las partes

$$\infty R_2 O_1; \quad \infty R_1 O_1; \quad \infty R O_1 \ldots\ldots;$$

que van desde los distintos puntos del espectro virtual de Fraunhofer al punto O_1 del plano del objeto, y en este punto se reunirán con las mismas diferencias de fase con que antes se reunían en el punto conjugado O_1^* y, por lo tanto, en O_1 y O_1^* se producirá un estado luminoso análogo. Ciertamente la amplitud absoluta de las vibraciones en los dos puntos no será la misma, porque la cantidad de energía contenida en el espectro de Fraunhofer se distribuye en superficies diferentes, y deberá, por lo tanto, estar en relación inversa al aumento determinado por el objetivo para la distancia á que se forme la imagen O^*; así, pues, las amplitudes en los puntos conjugados del objeto hipotético y de la imagen guardarán una relación inversa al cuadrado del aumento, y como esa relación es la misma para todos los puntos del plano del objeto y de sus conjugados de la imagen, en ambos planos el espectro virtual de Fraunhofer producirá, por interferencias, una distribución de luz que será semejante en el sentido óptico y geométrico de la palabra. Asi, pues, podemos decir:

Que la «imagen secundaria» (microscópica) es una imagen dióptrica de la distribución de luz que el espectro virtual de Fraunhofer (en su porción activa) produciría en el plano del objeto si tuviese existencia real.

Interpretada así la imagen microscópica, equivale á substituir el objeto real por un objeto ficticio cuya imagen, formada según las leyes de la óptica geométrica, es la que realmente observamos, pues de este modo tenemos la seguridad de que todos los haces de rayos homocéntricos que parten de los distintos puntos de ese objeto ficticio, además de reunirse también homocéntricamente en el punto conjugado del plano de la imagen, producen en él un efecto luminoso semejante al del punto del cual han partido; pues de otro modo, si bien la homocentricidad se verifica para todos los puntos del plano del objeto y sus conjugados en el plano de la imagen, el resultado luminoso puede ser muy distinto en ambos, y llegar su disparidad hasta el extremo de que rayos que parten de un punto brillante del objeto produzcan obscuridad en el punto correspondiente de su imagen dióptrica. Otra ventaja grande que ofrece este modo de interpretar la formación de la imagen microscópica, consiste en que la pone en

completo acuerdo con todas las deducciones dióptricas que hemos estudiado en la Primera Parte de este libro, pues para el caso es enteramente lo mismo que consideremos un objeto real ó el objeto ficticio, determinado de la manera que se acaba de decir, pues siempre tendremos, en último resultado, que la imagen se forma según las mismas leyes, y que su perfección y finura dependerá de la completa reunión homofocal, en los diversos puntos de su plano, de los rayos que han partido homofocalmente también de los puntos dióptricamente conjugados del plano del objeto, condición que hemos visto en el Capítulo III de la Primera Parte, que constituye la base fundamental de todas las correcciones de los objetivos.

Tanto el espectro real como el virtual dependen exclusivamente de la forma, disposición y dimensiones de los elementos estructurales del objeto, y son, por lo tanto, en su formación, independientes del sistema óptico que los proyecta; mas como á la formación de la imagen sólo concurren los rayos que penetran en el microscopio, en todas las consideraciones anteriores, siempre que se habla del espectro de Fraunhofer, debe entenderse que es de su parte activa, es decir, de aquella porción del espectro comprendida dentro de la abertura del sistema. Para determinar esa porción activa del espectro virtual, basta proyectar sobre él la pupila de entrada del objetivo, y de esto se sigue, naturalmente, que siendo las aberturas de los objetivos diferentes, la imagen de un mismo objeto cambiará según ellas, siempre que la extensión del espectro producido no sea lo suficientemente pequeña para estar en todos los casos contenida por completo dentro de la abertura. Todos los rayos del espectro virtual que se crucen en el plano del objeto formando con el eje óptico del microscopio un ángulo superior al de la semiabertura del objetivo, estarán perdidos para la formación de la imagen.

72. Imagen formada por un ancho cono de rayos iluminantes.—En las anteriores consideraciones acerca de la «imagen secundaria» (microscópica), hemos partido casi siempre del supuesto de que la superficie iluminante estaba reducida á uno solo de sus elementos, del cual partían radiaciones coherentes, las cuales daban origen á un espectro elemental y á una imagen elemental también. Cuando la superficie ilu-

minante es extensa, se producen una infinidad de espectros elementales completamente independientes unos de otros—según hemos visto al tratar de la «imagen directa»—, cada uno de los cuales produce una imagen elemental, de modo que la «imagen secundaria» (microscópica) que se origina cuando se considera el objeto iluminado por un ancho cono de luz ó por una superficie extensa, estará en realidad constituída por la superposición de una infinidad de imágenes elementales incoherentes entre sí, cuyo efecto común será el resultado de la superposición de intensidades luminosas, y no una suma de vibraciones según el principio de interferencias (1). Esas imágenes ofrecerán necesariamente ciertas diferencias de posición y de forma, puesto que dependen directamente de los espectros elementales que las originan, y éstos difieren también, unos de otros, por las siguientes razones. 1.° En la iluminación por anchos conos de luz, los rayos directos —los rayos que después de atravesar el objeto continúan su camino sin inflexión, dando origen á los máximos de 1.er orden—son en igual número que los conos elementales en que se considere dividido el cono total de iluminación, formando cada uno de ellos un ángulo diferente con el eje del microscopio; y como los rayos difractados están uniformemente repartidos en la mayoría de los casos alrededor del máximo de 1.er orden, se sigue de ahí que dentro del ángulo de abertura del objetivo caerán distintas porciones de cada espectro elemental. Del espectro producido por un hacecillo axil, por ejemplo, penetrarán en el objetivo toda la parte central, perdiéndose tan sólo la zona periférica en aquella porción en la que la inclinación de los rayos sea superior al semiángulo de abertura; si el espectro procede de un hacecillo inclinado, solamente una porción excéntrica de él será activa. Y como la imagen es una función directa de la parte eficaz del espectro que la forma, se comprende fácilmente que el conjunto de imágenes producidas por un ancho cono de rayos iluminantes han de ser más ó menos diferentes entre sí. Los efectos de la iluminación oblicua encuentran en eso su explicación, según veremos más adelante. 2.° Los espectros de difracción produci-

(1) Prof. Abbe: *Ueber die Wirkung der Beleuchtung durch weitgeöffnete Strahlenkegel. Gesamm. Abhandl.*, tomo I, pág. 475.

dos por un mismo objeto para distintas inclinaciones del rayo incidente, tampoco pueden considerarse como completamente iguales, á no ser para aquellas estructuras cuyos elementos sólo se diferencian por su mayor ó menor grado de transparencia, como sucede, por ejemplo, en la mayoría de los rayados artificiales, pues cuando la acción difractiva depende del distinto poder refractivo de los elementos, que introducen diferencias en la marcha de las undulaciones, entonces los espectros cambian con la inclinación de los rayos incidentes. La teoría y la experiencia demuestran, en este caso, que las imágenes elementales pueden ser desemejantes hasta el grado de que en dos de ellas, producidas por rayos de incidencias muy diferentes, puntos brillantes en una corresponden á puntos obscuros en la otra, y así la superposición de las imágenes elementales no puede menos de producir una imagen borrosa y confusa, en la cual desaparecen detalles y particularidades de la estructura del objeto, que serían visibles en cada una de las imágenes elementales por separado. En este hecho se funda el «método del Dr. Koch» para observar las bacterias en los tejidos animales (1).

73. Imagen final microscópica.—Con objeto de presentar la cuestión con la mayor sencillez posible, en los párrafos anteriores solamente nos hemos ocupado de la «imagen secun-

(1) El procedimiento del Dr. Koch para el examen de las bacterias en los tejidos animales, consiste en teñir, primeramente, la preparación de un modo intenso y en descolorarla después por medio de lavados con reactivos á propósito para quitar el color del tejido, dejando intacto el de las bacterias. La preparación se examina luego con un objetivo de gran ángulo, iluminándola con un condensador de gran ángulo también, y de esa manera se destacan claramente las bacterias en obscuro ó sobre un fondo iluminado. La explicación es la siguiente: la acción difractante de las bacterias es por absorción de luz, y los espectros elementales que producen son semejantes para todas las incidencias de los rayos y dan imágenes semejantes cuya superposición produce una imagen final bien definida: mientras que los elementos hialinos de que se compone el tejido ejercen solamente la acción difractante por su distinta refrangibilidad, lo que da lugar á espectros elementales muy diferentes atendido á la gran abertura del cono de rayos iluminantes y, por lo tanto, á imágenes elementales muy desemejantes también, cuya superposición producirá un efecto confuso que borra los detalles del tejido, y sólo las bacterias serán perfectamente visibles, destacándose en un fondo claro y uniformemente iluminado.

daria» formada directamente por el objetivo, y ahora, conociendo ya el proceso de esa formación, vamos á estudiar la génesis de la imagen virtual-final-microscópica, debida á la acción en conjunto del objetivo y del ocular. Para ello hemos de tener en cuenta que todos los rayos luminosos que se han cruzado en el plano del objeto y han sido admitidos por el objetivo se cruzan igualmente, al salir del microscopio, en la pupila de salida R^{**} *(fig. 50)*, la cual es, á su vez, la imagen conjugada del manantial iluminante ∞R. Puesta en coincidencia esa pupila de salida del microscopio con la pupila del ojo, los rayos continúan su marcha á través del cristalino y del humor vítreo, y van á formar una imagen real del objeto sobre la retina, experimentando entonces el observador una sensación enteramente igual á la que experimentaría si delante del ojo, y á la distancia de la visión perfecta, existiese una imagen conjugada á la de la retina, con relación al sistema óptico del ojo, que emitiese de todos sus puntos conos de rayos de igual anchura que los que salen del microscopio; y una imagen virtual así formada, y con esas propiedades, es la que consideraremos en lo sucesivo como á «imagen-final-microscópica». De esta manera estaremos siempre dentro de las condiciones físicas del fenómeno, sin tener que penetrar para nada en los dominios de la óptica fisiológica, pues, teóricamente, no hay inconveniente alguno en suponer que esa imagen tiene existencia real y está formada exclusivamente por el microscopio, y que el observador la mira como pudiera mirar un objeto cualquiera situado á la misma distancia, y de cuyos puntos partieran rayos con la limitación antes dicha (1).

Del mismo modo que antes hemos visto que la «imagen directa» R^* no era otra cosa que una imagen real del espectro virtual de Fraunhofer ∞R formada por el objetivo S_1, veremos ahora que la pupila de salida R^{**} representa también una imagen real del mismo espectro de Fraunhofer ∞R, formada por el sistema $S_1 + S_2$, compuesto del objetivo y del

(1) Téngase presente que la pupila de salida del microscopio es la medida de la abertura de los conos de rayos que forman la imagen, y que cuando dicha pupila es mayor que la pupila del ojo, todos los rayos que pasan por la porción excedente no pueden ser aprovechados para formar la imagen que ve el observador.

ocular, y que, además, las imágenes R^* y R^{**} son conjugadas

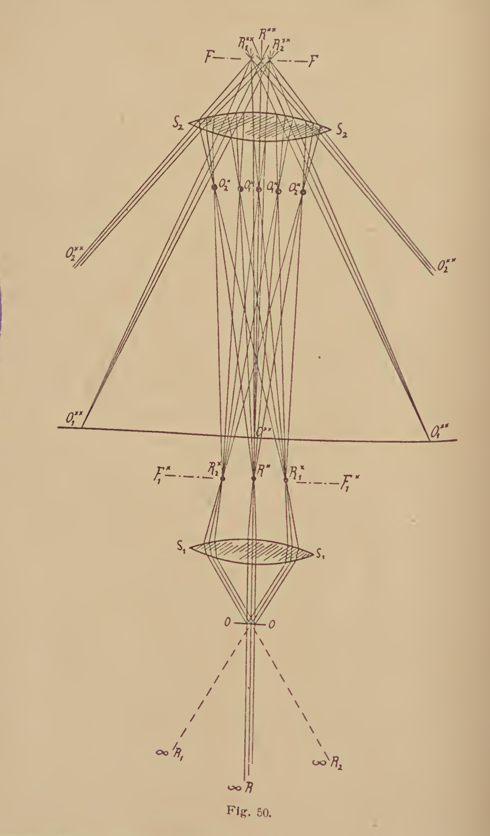


Fig. 50.

con respecto al sistema ocular S_2. De eso debemos deducir que la distribución de luz en R^* y R^{**} será la misma, porque am-

bas son imágenes del mismo espectro virtual $\backsim R$; y sus demás propiedades deben ser también las mismas, puesto que, para deducir la «imagen directa» no hemos hecho otra suposición particular para el sistema objetivo que la de que fuese aplanático, condición que debe satisfacer también el sistema compuesto del objetivo y el ocular. Sentado esto, hemos de admitir forzosamente que las relaciones entre la «imagen directa» y el espectro virtual formado por el objeto son las mismas que existen entre la pupila de salida R^{**} y ese mismo espectro, y que las fórmulas que antes hemos hallado para determinar los puntos correspondientes á los máximos y mínimos y al diámetro de la «imagen directa» en función del semiángulo de abertura (§ **62**) sirven del mismo modo para la pupila de salida total del microscopio, con sólo substituir en ellas la distancia focal f_1 del objetivo por la distancia focal f del sistema formado por el objetivo y el ocular. El diámetro $R_1^{**} R_2^{**}$ de la parte activa del espectro tendrá por expresión, según eso, $2.f.n.sen u$, siendo n el índice del medio del objeto, y se compondrá, de la misma manera de una agrupación de puntos luminosos que emitirán realmente sistemas de ondas esféricas hacia el ojo del observador y virtualmente hacia el plano de la imagen O^{**}, en el cual producirán por interferencias una distribución de luz que es la que constituye la imagen-final-microscópica. Esta imagen virtual, y la que realmente se pinta sobre la retina, son dióptricamente conjugadas con relación al sistema del ojo, y las dos dependen de la distribución luminosa en la pupila de salida P^{**} del microscopio. Así, pues, podemos definir desde luego la imagen final O^{**}, diciendo que es el resultado de las interferencias que la imagen real del espectro de Fraunhofer que se forma en la pupila de salida produce virtualmente en el plano conjugado del objeto. En esta definición se prescinde de las diversas fases del proceso genésico de la imagen y sólo se tiene en cuenta el último resultado; mas, como el estudio de esas fases es muy instructivo y completa el conocimiento de la imagen, vamos á examinarlas, aunque sea ligeramente.

La base fundamental de toda la génesis de la imagen microscópica consiste en la «imagen directa» que el objetivo forma en su plano focal posterior con toda aquella cantidad

de rayos difractados por el objeto que entran dentro del ángulo de su abertura. Formada ya esa «imagen directa» podemos prescindir del objeto, pues todo el proceso formativo ulterior se deduce directamente de ella, por cuanto contiene potencialmente todos los caracteres de la imagen microscópica, asi como la influencia ejercida por la limitación de la abertura del objetivo. Del espectro real de Fraunhofer R^* se derivan inmediatamente el espectro virtual ∞R y la imagen secundaria objetiva O^*, unidos ambos en relación mediata con la imagen final O^{**} de la manera que vamos á ver. Tomando primero en consideración la imagen objetiva O^* tenemos que de todos sus puntos parten realmente hacia el ocular sistemas de ondas esféricas, las cuales, después de cruzarse en el plano de la pupila de salida R^{**} penetran en el ojo y dan origen á la imagen que se pinta sobre la retina, ó bien—y esto más en armonía con nuestro modo de considerar la génesis de la imagen—podemos suponer que esas mismas ondas, propagándose en dirección contraria á la de su marcha real á partir del plano de la pupila de salida R^{**}, forman la imagen virtual-final-microscópica O^{**}. Si esas ondas fuesen incoherentes entre sí, desde luego podríamos considerar que las imágenes O^* y O^{**}, dióptricamente conjugadas con respecto al ocular, eran semejantes y formadas punto á punto la una de la otra; mas, como en realidad proceden las dos de las undulaciones de uno solo de los espectros elementales que constituyen la «imagen directa», forzosamente hemos de admitir que son coherentes y, por lo tanto, que al cruzarse en la pupila de salida R^{**} interferirán, dando lugar á una distribución de luz especial que no es otra cosa, según antes ya hemos dicho, que la reproducción en menor escala del espectro que constituye la «imagen directa» R^*, afirmación que se comprueba prácticamente con sólo mirar dicha pupila. Las ondas luminosas que parten de la imagen O^* producen, por interferencias en el plano R^{**}, una serie de centros de vibración, cada uno de ellos con su fase y amplitud correspondiente, de los cuales parten nuevos sistemas de ondas esféricas, que son precisamente las que, interfiriendo en el plano O^{**}, dan origen á la distribución luminosa que constituye la imagen virtual-final-microscópica. Dióptricamente podemos seguir los rayos que parten de un punto de la imagen O^* y se

reunen en el conjugado de la imagen O^{**} de un modo continuo; mas, como esos rayos cambian de fase al cruzarse con otros en el plano de la pupila de salida R^{**}, es preciso ver si en los puntos homólogos de las dos imágenes producirán un estado luminoso semejante ó desemejante, puesto que, *à priori*, sólo podemos afirmar que todos los rayos que parten de un punto de una de las dos imágenes se reunirán en el punto conjugado de la otra. Para resolver esta cuestión son precisas las siguientes consideraciones. Fijándonos, para mayor sencillez, en uno solo de sus puntos, en el O_1^* por ejemplo, tenemos que su estado luminoso dependerá de las diferencias entre las fases é intensidades de los rayos $R_2^* O_1^*$, $R^* O_1^*$, $R_1^* O_1^*$,..... al llegar á dicho punto O_1^*, y que el estado luminoso de su punto conjugado O_1^{**}, en la imagen virtual, estará determinado también, de un modo análogo, por las diferencias de fase é intensidades que al llegar á él posean los rayos $R_2^{**} O_1^{**}$, $R^{**} O_1^{**}$, $R_1^{**} O_1^{**}$..... Estos rayos se propagan de un modo continuo desde la «imagen directa» R^* al punto O_1^*, desde este punto O_1^* á la pupila de salida R^{**}—que, en realidad, representa una imagen directa con relación al sistema total del microscopio—y desde ésta al punto O_1^{**} de la imagen final microscópica; y el trayecto total de cada uno de esos rayos lo podemos considerar dividido en dos porciones: 1.º, en la que media entre los distintos puntos de la «imagen directa» R^* y el punto O_1^*, y 2.º, en la comprendida entre este punto O_1^* y su conjugado O_1^{**} de la imagen final. Por ser conjugados estos dos puntos, los rayos que van de uno á otro deben tener la misma longitud óptica (§ **58**, not.), es decir, contienen el mismo número de vibraciones y de fracciones de vibración y, por lo tanto, las diferencias entre las fases de estos rayos, al cruzarse en el punto O_1^* y las que tendrán estos mismos rayos prolongados hasta el punto conjugado O_1^{**} será la misma, puesto que á cada rayo, por separado, para ir de O_1^* á O_1^{**} se le ha sumado igual número de vibraciones. El estado luminoso será, pues, el mismo en O_1^* que en O_1^{**}, excepto en la amplitud absoluta de las vibraciones, que guardará una relación inversa al cuadrado del aumento de la imagen O^{**} con relación á la imagen O^*, por las mismas razones expuestas en el § **71** al deducir la semejanza que existe entre la imagen objetiva O^* y la que produciría el espectro virtual

de Fraunhofer ∞R, si tuviese una existencia real, en el plano del objeto.

Haciendo extensivas las anteriores consideraciones á todos los demás puntos de las dos imágenes conjugadas O^* y O^{**} veremos que entre ellas existen las mismas relaciones que si estuviesen deducidas una de otra punto á punto, según las leyes dióptricas y, por lo tanto, podemos decir: que la imagen virtual-final-microscópica puede considerarse como una imagen dióptrica formada en el plano conjugado del objeto con respecto al sistema total del microscopio, de la distribución de luz que las ondas que parten de la «imagen directa» producen por interferencias en el plano conjugado del objeto con respecto al sistema objetivo. Además, teniendo en cuenta las relaciones que hemos visto existían (§ 71) entre la «imagen secundaria» formada por el objetivo y el espectro virtual de Fraunhofer, la anterior definición puede enunciarse también de la siguiente manera: La distribución de luz que las ondas que parten virtualmente del espectro que se forma en la pupila de salida del microscopio producen por interferencias en el plano situado á la distancia de la visión perfecta del observador, es semejante, bajo todos conceptos, á la imagen dióptrica que el microscopio formaría de la distribución de luz que la porción activa del espectro virtual de Fraunhofer, si tuviese existencia real, produciría en el plano del objeto. De esta manera quedan unidas, por relaciones dióptricas, esa distribución de luz en el plano del objeto, que representa un *objeto ficticio* más ó menos semejante al verdadero y la imagen microscópica, pues todos los conos de rayos que partan de los diversos puntos de ese objeto ficticio, siguiendo el camino óptico más corto á través del microscopio, se reunen en los puntos conjugados de la imagen, produciendo en ellos un estado luminoso semejante al estado luminoso de los puntos de los cuales han partido.

Cuando el objeto se ilumina con un ancho cono de rayos, la imagen final microscópica será la superposición de todas las imágenes elementales correspondientes á los hacecillos delgados en los cuales se considere dividido el cono iluminante, imágenes que podrán ser más ó menos desemejantes entre

sí, puesto que, según hemos visto en el § **72**, las «imágenes directas elementales» pueden ser también en este caso diferentes, por estas dos razones: 1.°, porque la abertura del objetivo abarca para cada una de ellas distintas porciones del espectro producido por el objeto, y 2.°, porque los espectros correspondientes á las diversas inclinaciones de los rayos incidentes sólo son enteramente iguales en el caso de que el poder difractivo del objeto dependa de una estructura compuesta de partículas transparentes que dejen paso á las ondas luminosas, y de partículas opacas que impidan su propagación.

CAPÍTULO IV.

Semejanza entre el objeto y la imagen.
Poder de delineación y de resolución.

74. Grado de semejanza entre el objeto y su imagen. Descrito ya en sus líneas generales el proceso de la formación de la imagen, se presenta ahora un problema de la más alta importancia, cual es el de averiguar las relaciones de semejanza que existen entre ella y el objeto, puesto que, según acabamos de ver, no hay ninguna dependencia directa y constante entre la imagen microscópica visible y el objeto de que procede. Una tal dependencia sólo tiene lugar entre la imagen y la porción del espectro que se utiliza para formarla; y como esa porción del espectro utilizada, aun procediendo de un mismo objeto es variable, por distintas causas que luego examinaremos, lógicamente debemos aceptar también que la imagen cambiará dentro de ciertos limites y, por lo tanto, no podrá ser siempre una fiel representación del objeto. La imagen visible no nos revela en realidad otra cosa: «que la existencia en el objeto de aquellas particularidades de estructura y forma necesarias para producir la parte de espectro de difracción la ha originado directamente».

El espectro de Fraunhofer depende exclusivamente del objeto, sin que en su formación tome parte el sistema óptico del microscopio constituido por el objetivo y el ocular, pues cuando más puede influir en él la mayor ó menor extensión de la superficie iluminante, en la forma y dentro de los limi-

tes que antes hemos examinado. Ese espectro no será en muchos casos totalmente admitido por el objetivo y, por lo tanto, la imagen sólo puede ser la función de aquella parte que esté comprendida dentro del ángulo de abertura, pues toda la porción restante permanece completamente inactiva y es lo mismo que si no existiera. Se concibe, pues, según eso, que las imágenes de un mismo objeto pueden ser diferentes si son también diferentes las porciones eficaces de su espectro que se utilicen para formarla.

Dada la íntima relación entre la estructura del objeto y el espectro que produce, forzosamente hemos de admitir que cada objeto tiene su espectro propio é individual, y que dos espectros diferentes corresponden siempre á dos objetos diferentes también; mas esa afirmación sólo es verdadera tratándose de la totalidad de los espectros, es decir, del conjunto de todos los rayos difractados que el objeto es capaz de producir, pues no siendo así, la teoría y la experiencia están conformes en que espectros en su totalidad diferentes pueden tener porciones más ó menos extensas iguales, y de ahí el que estructuras completamente distintas puedan tener una misma imagen cuando para formarla sólo se utilizan esas porciones en las cuales los espectros coinciden. Así, por ejemplo, los abanicos de difracción que producen dos objetos distintos, O_1 y O_2 iluminados por un hacecillo central R *(figuras 51 y 52)* son en su totalidad diferentes, á pesar de que coinciden en sus porciones centrales y, por lo tanto, si se observan los dos objetos con un objetivo cuyo ángulo de abertura sea aOb, que comprende sólo las porciones iguales de los dos espectros, las imágenes deberán ser iguales también, pues de nada sirve que las zonas exteriores de los espectros, á partir del rayo 4 de la derecha, y del 3′ de la izquierda sean diferentes, si el objetivo no las utiliza para formar la imagen. Mas si luego se cambia el objetivo por otro de mayor abertura, las imágenes dejarán de ser iguales porque estarán formadas por espectros (por «imágenes directas») diferentes. Por análogas razones las *figuras 52 y 53* representan el caso de un mismo objeto produciendo imágenes distintas. Los abanicos de difracción son iguales en ambas figuras; pero la porción del espectro admitido por el objetivo es diferente en cada una de ellas, debido á que en la primera el hacecillo incidente R coincide con

el eje óptico del microscopio, y en la segunda ocupa una posición inclinada respecto de él, y por ese motivo las porciones del espectro contenidas dentro del ángulo de abertura aO_2b, y que intervienen en la formación de la imagen, son diferentes. En esto encuentra una explicación clara y satisfactoria los cambios notables que experimentan las imágenes de algunos objetos, y especialmente de las Diatomeas cuando se pasa de la iluminación normal á la oblicua.

Para fijar el grado de mayor ó menor semejanza que en cada caso particular existe entre el objeto y su imagen, ó sea el grado de verdad de la imagen, debe tenerse en cuenta que todos los objetos producen un espectro de difracción

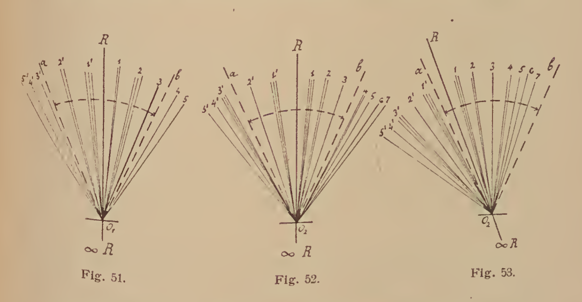


Fig. 51. Fig. 52. Fig. 53.

que les es propio, el cual depende exclusivamente de la forma, disposición y dimensiones de sus elementos estructurales, y que de ese espectro se deriva directamente la imagen microscópica. Si para formarla se utiliza la totalidad del espectro que un objeto es capaz de producir sin que se pierda de él ninguna porción, lógicamente tenemos que aceptar en este caso que la imagen obtenida es la «imagen peculiar, propia y característica del objeto», la cual será siempre la misma, sean las que quieran las condiciones ópticas del sistema. Mas si en vez de emplear en la formación de la imagen todo el espectro que la estructura del objeto es capaz de producir, el objetivo sólo admite una porción de él, la imagen diferirá más ó menos de la «imagen característica», y su grado de semejanza con ella será también mayor ó menor, según sea

mayor ó menor la porción del espectro empleado para formarla. Según esto debemos admitir por «imagen verdadera» aquélla que proceda de la totalidad del espectro; mas teniendo en cuenta que la imagen microscópica es una imagen que debe ser vista, y que en ella no se podrán apreciar los detalles ó modificaciones originados por los rayos de las zonas más periféricas del espectro, cuya intensidad sea demasiado pequeña para impresionar la retina, podemos también admitir como á «imagen verdadera» de un objeto la que esté formada por la porción de su espectro de intensidad sensible, aunque no lo esté por su totalidad, pues en este caso, la imagen que se forme y la porción visible de la «imagen verdadera» serán iguales.

Según hemos visto en los §§ **71** y **73**, la imagen microscópica puede considerarse como una imagen dióptrica formada por el sistema (objetivo + ocular) de la distribución de luz que el espectro virtual de Fraunhofer ∞R *(figuras 49 y 50)* formaría si tuviese existencia real en el plano del objeto, y como utilizando la totalidad del espectro esa distribución de luz no puede menos de ser igual á la que presenta el objeto, lógicamente debemos deducir que la imagen formada en esas condiciones coincidirá con la imagen dióptrica del objeto.

De las consideraciones anteriores se deducen las tres siguientes leyes que regulan la semejanza entre el objeto y la imagen:

1.ª Cuando la totalidad de los rayos difractados por el objeto tenga acceso dentro del ángulo de abertura del objetivo y sean empleados en la formación de la imagen, ésta representará una verdadera proyección del objeto, y los detalles de su estructura estarán amplificados según corresponda á la acción dióptrica del sistema óptico, existiendo entre ellos las verdaderas relaciones de forma bajo las cuales se hallen en el objeto (1).

2.ª En todos los demás casos, es decir, cuando sólo se utilice una parte de los rayos difractados, la imagen no será una verdadera imagen del objeto, sino que representará la imagen

(1) Prof. Abbe: *Die optischen Hülfsmittel der Microskopie. Gesamm. Abhand.*, pág. 129; y *Bemessung der Apertur*, pág. 361.

de otro objeto cuyo espectro total fuese idéntico á la porción del espectro utilizada.

3.ª Cuanto mayor sea la porción que se pierda del espectro producido por el objeto, tanto mayor será la diferencia que exista entre la imagen formada y la verdadera proyección del objeto y, viceversa, la imagen visible se aproximará tanto más á la verdadera, cuanto mayor sea la porción del espectro que se utilice para formarla.

Para interpretar debidamente estas tres leyes, es preciso tener en cuenta la observación que antes hemos hecho respecto á la intensidad luminosa de los rayos difractados, pues como es bien sabido, ésta disminuye rápidamente hacia la periferia del espectro y, por lo tanto, los rayos extremos tendrán poca influencia en la imagen visible, hasta el punto de que una imagen formada por la totalidad del espectro y otra en la que sólo se haya aprovechado la porción de intensidad perceptible, aparecerán iguales.

Al tratar del espectro de Fraunhofer en general (§§ **62** y **64**), hemos visto que su extensión angular depende de la pequeñez de los elementos estructurales ó de las dimensiones de los objetos mismos. Los fenómenos de difracción se producen lo mismo cuando las ondas luminosas son interceptadas por el finísimo *flagellum* de un infusorio ó por las esculturas pequeñísimas que adornan las valvas de las Diatomeas, que cuando impiden su paso objetos de dimensiones relativamente grandes; la diferencia está tan sólo en la extensión del espectro, pues mientras en unos casos ocupa la mayor parte ó la casi totalidad de una semiesfera, en otros los rayos difractados de intensidad sensible están contenidos en un ángulo sólido de un pequeñísimo número de grados, y de ahí el que de unos objetos sea muy fácil obtener su verdadera imagen, y de otros muy difícil ó completamente imposible. Cuando las dimensiones de las partículas estructurales ó de los objetos mismos contienen un múltiplo grande de longitudes de onda, los rayos difractados se esparcen poco alrededor del rayo directo, y en este caso basta un objetivo de muy pequeño ángulo de abertura para recoger todo el conjunto de rayos difractados y formar una imagen verdadera. Por eso podemos contar siempre con buenas imágenes cuando los objetos ó los elementos estructurales oscilan alrededor de una décima de milíme-

tro, pues en este caso, aun á simple vista, suponiendo para el ojo un ángulo de abertura de medio á un grado, se formará sobre la retina una imagen verdadera. También podemos aceptar siempre como verdaderas las imágenes de los objetos ó estructuras sometidas al examen microscópico cuyas dimensiones no sean inferiores á unos céntimos de milímetro, pues todos los objetivos de buenos constructores tienen el ángulo de abertura suficientemente grande para aceptar casi la totalidad de los rayos difractados visibles que produzcan. Mas á medida que las dimensiones de los objetos ó de los elementos de su estructura disminuyen y se acercan á pequeños múltiplos de longitud de onda, aumentan las dificultades para obtener imágenes verdaderas, aun empleando los objetivos de mayor ángulo (de mayor apertura numérica) que la técnica óptica es capaz hoy día de construir y, finalmente, cuando las dimensiones son tan pequeñas que aun con esos objetivos no se puede recoger la totalidad del espectro activo, entonces se llega al límite de la visión verdadera con el microscopio. Sucede esto con las dimensiones de una longitud ó fracción de longitud de onda, pues con ellas, aun en los medios de índice más refringente, los rayos difractados ocupan una semiesfera, y con los objetivos de mayor apertura numérica sólo se consigue recoger la porción central del espectro. Ese límite de visión verdadera no debe confundirse con el límite de visión fisiológica, pues los objetos pueden ser vistos aun por debajo de las dimensiones anteriores, puesto que su visibilidad, en el sentido fisiológico, depende únicamente del contraste de las intensidades luminosas, de la buena definición del objetivo, y de la sensibilidad de la retina; lo que no puede verse cuando los objetos tienen cierta pequeñez, es su verdadera forma y constitución. Más adelante volveremos á ocuparnos de este asunto, al tratar del poder de delineación y de separación.

Cuando sólo se utiliza una porción del espectro para formar la imagen, ésta podrá ser más ó menos semejante á la verdadera proyección del objeto, pero nunca completamente igual á ella, y en realidad representará la verdadera imagen de otro objeto distinto del que se observa, y cuyo espectro total coincidiera con la porción del espectro aceptada por el objetivo. La existencia real

de ese objeto hipotético correspondiente á una porción determinada de un espectro cualquiera, puede en todos los casos suponerse, pues «conforme con la teoría general de la di»fracción, es siempre posible encontrar una estructura com»puesta de tal modo que produzca un espectro dado, aunque »sea sólo el resto que queda de un espectro después de haber»le suprimido bruscamente alguna de sus porciones constitu»yentes. Tales espectros no los pueden producir siempre es»tructuras cuyo poder difractante dependa únicamente de la »interrupción de las ondas luminosas por partículas opacas, »como sucede en los rayados; pero sí se obtienen en todos los »casos admitiendo además la existencia de elementos estruc»turales transparentes que ocasionan retardos en la marcha »de las ondas luminosas á causa de su diferente espesor é ín»dice refractivo» (1). Un filamento muy tenue, un *flagellum* de un infusorio, por ejemplo, cuyo diámetro sólo mide una fracción de longitud de onda, ó bien una abertura lineal de la misma anchura, producen un espectro continuo que se esparce en un ángulo sólido de 180° y, por lo tanto, aun con los objetivos de mayor ángulo y de mayor apertura numérica, solamente se puede aprovechar para formar la imagen una porción limitada de dicho espectro. En estas circunstancias, la imagen no será la imagen verdadera del *flagellum* que se observa, sino de otro *flagellum*—cuyos caracteres pudiéramos determinar por el cálculo—que produjera un espectro total perceptible igual á la porción del espectro admitida por el objetivo, y cuya intensidad cesara de repente en los límites del ángulo de abertura. Un filamento tal debería tener, entre otras circunstancias, un diámetro superior al del filamento observado. En las Diatomeas sucede una cosa análoga. Los rayos difractados por los contornos generales de las valvas están contenidos dentro de un pequeño número de grados y, por lo tanto, cualquier objetivo reproduce fielmente su forma; pero cuando se trata de las esculturas que adornan sus paredes—estrías, poros, perlas ó lo que sean—y cuyas dimensiones son del mismo orden ó inferiores á la longitud de onda, la cuestión cambia por completo. El espectro discontinuo que

(1) Prof. Abbe: *Gesammelte Abhandlungen*. (Jena, 1904). Tom. I, nota de la pág. 364.

producen estas esculturas formadas por elementos iguales y ordenados regularmente, está constituído por varios máximos simétricamente agrupados, formando varias zonas alrededor del rayo directo, los cuales ocupan en la mayoría de las especies una extensión tal, que una semiesfera en el aire ó en otro medio de índice más elevado no es capaz de contenerlos en su totalidad. Si los primeros máximos están tan apartados que el objetivo no recoge ninguno de ellos, limitándose á dar cabida dentro de su abertura á los rayos difractados por los contornos generales de la Diatomea, entonces aparece sólo la forma de la valva con sus paredes enteramente lisas; mas desde el momento en que el objetivo admite alguno ó algunos de los máximos producidos por los elementos de las esculturas, se ven dichas paredes surcadas por sistemas de finísimas líneas paralelas que se cruzan en distintas direcciones y se transforman en campos de perlas ó de poros geométricamente ordenados, según sea mayor ó menor el número de máximos de difracción admitidos. Mas de ningún modo debe atribuirse á esas manifestaciones el valor de imágenes verdaderas de las esculturas que adornan las valvas, pues tan sólo son representaciones típicas correspondientes al número y distribución de los máximos que entran dentro de la abertura del objetivo; y cuanto el microscopio revela en ellas, siempre que los elementos estén por debajo de un par de milésimas de milímetro, «debe considerarse como meras figuras esquemáticas, que ninguna semejanza tienen con la verdadera forma y estructura del objeto» (1).

La imagen final microscópica, según hemos visto, es la superposición de la infinidad de imágenes elementales producidas cada una de ellas por uno de los hacecillos en que se puede considerar dividido el cono total de rayos iluminantes (§ **72**) y, por lo tanto, cabe examinar la influencia que puede tener en la verdad de la imagen el que esté constituída por mayor ó menor número de esas imágenes elementales ó, lo que es lo mismo, que la iluminación del objeto se verifique por un cono de rayos de mayor ó menor amplitud. Sobre ese particular, el Profesor Abbe se expresa de la manera siguien-

(1) Prof. Abbe: *Die optischen Hülfsmittel der Mikroskopie*, *Gesamm. Abhand.*, pág. 141.

te: «La imagen producida cuando se ilumina el objeto con un »cono de rayos de gran ángulo es la superposición de un gran »número de imágenes elementales más ó menos semejantes »entre sí y con el objeto, y no hay ningún fundamento racio- »nal, ni prueba experimental alguna, que induzca á creer que »el conjunto de todas esas imágenes represente una proyec- »ción más verdadera del objeto, que una sola de ellas forma- »da por un estrecho hacecillo de rayos axiles. La imagen axil »parece que debe ser la que se halla en mejores condiciones »para asegurar más su semejanza con el objeto, puesto que á »su formación concurren todos los rayos del haz difractado, »menos los que ocupan la porción más extrema de la perife- »ria, que son siempre los que poseen una intensidad luminosa »relativamente más débil. Las demás imágenes, que en unión »de la imagen axil forman la imagen microscópica cuando se »ilumina el objeto con un cono de rayos de gran abertura, han »de ser forzosamente diferentes entre sí, puesto que deben su »origen á porciones distintas de la totalidad de la luz difrac- »tada, y sería contrario á todas las reglas de la buena lógica »pensar que de la superposición de un gran número de imáge- »nes que se apartan más ó menos de la imagen verdadera, ha- »bía de nacer una imagen más fiel y semejante al objeto que »la imagen parcial producida en las circunstancias más favo- »rables para garantir esa fidelidad y semejanza, sean por otra »parte las que quieran las circunstancias bajo las cuales dicha »imagen se forme. Esta conclusión no contradice en manera al- »guna el hecho observado de que en algunos casos, empleando »conos de rayos de gran ángulo para iluminar el objeto, apare- »cen claramente en la imagen detalles de estructuras muy finas »que no eran visibles antes, cuando se iluminaba con conos de »rayos de pequeño ángulo, puesto que eso se explica teniendo »en cuenta que la visibilidad de los detalles muy pequeños de- »pende de los rayos difractados que ocupan la porción más pe- »riférica del espectro y, por lo tanto, se necesitan rayos ilumi- »nantes inclinados para que dichas porciones extremas del es- »pectro puedan tener acceso dentro de la abertura del objeti- »vo; y las consideraciones anteriores no se refieran á la visibi- »lidad, sino á la semejanza entre el objeto y su imagen» (1).

(1) Prof. Abbe: *On the effect of illumination by means of Wide-angled*

75. PODER DE DELINEACIÓN Y DE RESOLUCIÓN. — Es de tal importancia para la formación de la imagen el que se utilice la mayor cantidad posible de los rayos difractados por el objeto, que hace ya años pudo el Profesor Abbe decir «que todo el valor del microscopio como instrumento científico dependía de la función del ángulo de abertura». Este ángulo es, en efecto, el que realmente limita la cantidad de rayos difractados que tienen entrada en el objetivo; aunque no les sirve de medida, porque entre ellos y el número de grados no existe la proporcionalidad que debe haber entre la cosa medida y el patrón tipo que se ha de emplear para medirla. La verdadera cantidad de rayos que parten del objeto y son utilizados para formar la imagen la mide la «apertura numérica», ya se la considere como la relación entre la distancia focal y el semidiámetro del haz total de rayos al salir del objetivo, ó bien se exprese en función del semiángulo de abertura u, por medio de la fórmula $n \,.\, sen\, u$.

Cuando la cantidad de rayos admitida se toma como indicio de la mayor ó menor capacidad que posee un objetivo para formar imágenes verdaderas, se la designa con el nombre especial de «poder de delineación» *(Abbildungswermögen, delineating power)*, mas hay que tener en cuenta que esa expresión es algo vaga é indeterminada, porque, según lo que llevamos dicho en el párrafo anterior, la semejanza entre el objeto y su imagen no será doble en un objetivo que admita doble número de rayos que otro, ni tampoco cuando todo el espectro de difracción que produce un objeto dado esté contenido en una apertura numérica, la imagen ganará en verdad con una apertura numérica superior. Mucho más concreta es la idea que representa el «poder de resolución» ó de «separación» cuando por él se entiende la capacidad que posee un objetivo para que en la imagen aparezca un detalle determinado del objeto, aunque sólo sea en su representación genérica y no en la verdadera forma individual. Para definir ese poder se suele tomar como objeto tipo un rayado de líneas muy finas, muy próximas y paralelas entre sí, ó bien las esculturas que ador-

---

cones of licht., *Jour Roy. Micr. Society.*, XI, 1889, pág. 721; publicado también en alemán, en el primer tomo de los *Gesamm. Abhand.*, página 473.

nan las valvas de las Diatomeas, y entonces el «poder de resolución» representa la capacidad del objetivo para que aparezcan en la imagen las líneas del rayado, ó las esculturas de las valvas en la forma típica de antemano admitida; esto es, en líneas, surcos, perlas, etc., etc. La equidistancia supuesta de las líneas ó esculturas del objeto expresa, en este caso, el poder de «resolución» ó «separación» del objetivo. Veamos ahora qué relaciones deben existir para que esto suceda, entre la apertura numérica del objetivo y las distancias de las líneas del rayado ó de las esculturas de las valvas de las Diatomeas.

Supongamos colocado en la platina del microscopio un rayado de líneas paralelas tal como el que nos ha servido en el § **62** *(figuras 44 y 45)* para deducir las leyes de Fraunhofer sobre la desviación angular de los rayos difractados. Para que se forme una «imagen típica», tan sólo verdadera en cuanto al número de las rayas, pero completamente falsa en cuanto á su grueso y demás particularidades, es preciso que por lo menos penetren en el objetivo dos máximos, pues uno solo no produce imagen, según hemos visto teóricamente, y demos-

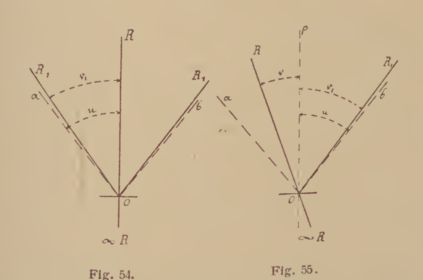


Fig. 54. Fig. 55.

traremos también por medio de la experiencia en la Tercera Parte de este libro. Iluminando el rayado con un haz de rayos axiles muy delgado ∞ *R (fig. 54)*, á causa de la simetría de los máximos de 2.° orden alrededor del rayo directo (máximo de 1.^{er} orden), para que se forme imagen deberán penetrar en el objetivo los dos primeros máximos de 2.° orden R_1, R_1 y el

rayo directo R, y esa exigencia sólo podrá satisfacerse cuando el ángulo de desviación de los primeros máximos de 2.° orden $R_1 O R = v_1$ sea menor que el semiángulo de abertura u del objetivo ó, cuando más, que le sea igual. Para determinar en este caso límite cuál ha de ser la equidistancia e de las líneas del rayado, ó su número N en 1 mm., para que la desviación de los primeros máximos sea igual á u, basta tener en cuenta la fórmula [**XXI**] del § **63**, $sen\ v_1 = \lambda : n \,.\, e$, de la cual se deduce:

$$e = \frac{\lambda}{n\,.\,sen\ u}, \quad \text{y} \quad N = \frac{n\,.\,sen\ u}{\lambda} \qquad \textbf{[XXIII]}$$

y, por lo tanto, cuando un rayado de líneas paralelas se ilumina por medio de un estrecho haz de rayos axiles, la mínima separación e que pueden tener las líneas para que se forme una imagen típica de ellas, debe ser igual al cociente que resulta de dividir la longitud de onda correspondiente á la luz que se emplee en la observación, por la apertura numérica del objetivo ($n\,.\,sen\ u$). Si las líneas estuviesen más próximas, conservando la iluminación axil, no sería posible que penetraran en el objetivo ninguno de los dos primeros máximos de 2.° orden y, por lo tanto, no habría imagen; mas puede conseguirse que aún la haya para una serie de valores de e más pequeños, inclinando el rayo iluminante, puesto que con la iluminación oblicua *(fig. 55)*, aunque el ángulo del primer máximo de 2.° orden con el rayo directo sea mayor que la semiabertura u, ambos rayos pueden penetrar en el objetivo y concurrir á la formación de la imagen, hasta llegar al límite en que dicho ángulo iguale á la abertura $2u$ del objetivo.

Cuando la iluminación es oblicua, la desviación del primer máximo de 2.° orden con respecto al rayo directo $(v + v_1)$, se determina por medio de la fórmula [**XXII**] del § **63**, y puesto que los senos de los ángulos v y v_1 son de signos contrarios, esta fórmula será, en el caso presente,

$$sen\ v + sen\ v_1 = \frac{\lambda}{n\,.\,e};$$

y teniendo en cuenta que el ángulo v_1 es igual á la semiabertura u del objetivo, y despejando e,

$$e = \frac{\lambda}{n . sen\, u + n . sen\, v}. \quad [a]$$

Aumentando la inclinación del rayo directo y disminuyendo la equidistancia de las líneas del rayado, llegaremos á un límite en el cual el ángulo ROR_1 coincidirá con el ángulo de abertura del objetivo, en cuyo caso, v y v_1 serán iguales á u. Entonces, el denominador de la anterior expresión $n\,(sen\, u + sen\, u)$ se convertirá en $2\, n . sen\, u$ y el valor de e en

$$e = \frac{\lambda}{2\, n . sen\, u}; \quad [\mathbf{XXIV}]$$

esto es, que la equidistancia mínima entre las líneas del rayado para que el objetivo pueda formar imagen con el rayo directo y un máximo de 2.° orden es, con la iluminación oblicua extrema, la mitad menor que con la iluminación axil.

Cuando se ilumina el rayado con un cono central de rayos de sensible abertura $= 2\, v$, en vez de hacerlo con un hacecillo axil, la equidistancia e mínima á que podrán estar las rayas para que aparezcan en la imagen será la que determina la fórmula [a], y teniendo presente que en este caso $n . sen\, v$ representa la apertura numérica del cono iluminante, que podemos llamar α, dicha fórmula puede escribirse:

$$e = \frac{\lambda}{n . sen\, u + \alpha}, \quad [\mathbf{XXV}]$$

la cual nos dice que iluminando el rayado con un cono de luz central de sensible abertura, la distancia mínima e á que podrán estar las rayas para que aparezcan en la imagen, será igual al cociente que se obtenga dividiendo la longitud de onda por la suma de las aperturas numéricas del objetivo y del cono de rayos iluminantes y, por lo tanto, el poder de resolución aumentará á medida que aumente también la anchura

del cono iluminante, hasta llegar á un máximo cuando sean iguales las aperturas numéricas del objetivo y de dicho cono iluminante, en cuyo caso la fórmula [**XXV**] se convierte en la fórmula [**XXIV**] (1).

Las fórmulas anteriores se deducen también fácilmente teniendo en cuenta que para que en la imagen microscópica («imagen secundaria») aparezcan las rayas de un rayado de líneas paralelas, es preciso que en la «imagen directa» figuren, por lo menos, dos máximos, lo que exige que la distancia entre ellos sea menor ó, cuando más, en el caso límite, igual al diámetro de dicha «imagen directa». Con iluminación oblicua *(fig. 55)*, conforme con lo que hemos visto en el § **67**, fórmula [**d**], la línea que une en la «imagen directa» el máximo principal R^* y el primero de 2.° orden R_1^*, siendo f_1^* la distancia focal posterior del objetivo, tiene por expresión:

$$f_1^* . n . sen\, v + f_1^* . n . sen\, v_1 = f_1^* . n . \frac{\lambda}{n . e},$$

y como en el caso límite, es decir, cuando los dos máximos ocupen los extremos del diámetro de la «imagen directa» los ángulos v y v_1 deben ser iguales entre sí, é iguales á la semiabertura u del objetivo, tendremos:

$$2 f_1^* . n . sen\, u = f_1^* \frac{\lambda}{e}.$$

El primer miembro de esta igualdad representa el diámetro de la «imagen directa», y despejando e hallaremos:

$$e = \frac{\lambda}{2\, n . sen\, u},$$

fórmula enteramente igual á la [**XXIV**], que representa el «poder de resolución» para los rayos de inclinación máxima.

Si en vez de la imagen típica que hemos tomado en consideración quisiéramos la «imagen verdadera», es decir, aque-

(1) Esta deducción no se confirma siempre en la práctica, porque, debido á los residuos de las aberraciones que siempre quedan, sobre todo en los objetivos de gran ángulo, la finura de la imagen pierde cuando el cono de rayos iluminantes llena toda la abertura.

lla imagen formada por toda la porción del espectro de bastante intensidad para impresionar la retina, sería preciso fijar en la fórmula $sen\ v_k = k.\lambda.n.e$, el número de orden k del último máximo de 2.° orden que reuniera esa condición de intensidad. Si ese máximo fuese, por ejemplo, el m^{esimo}, tendríamos que la apertura numérica necesaria para producir una «imagen verdadera» de un rayado de constante e, sería:

$$n.sen\ u = \frac{m.\lambda}{e},$$

y, por el contrario, con una apertura numérica dada se obtendrá la imagen verdadera de un rayado cuya constante e sea:

$$e = \frac{m.\lambda}{n.sen\ u}.$$

76. Resolución de varios sistemas de líneas paralelas que se cruzan bajo un ángulo determinado.—En las anteriores fórmulas hemos supuesto siempre un rayado compuesto de un solo sistema de líneas paralelas y equidistantes. Si fuesen dos los sistemas de líneas que se cruzaran bajo un ángulo i, y con las equidistancias e_1 y e_2, y quisiéramos determinar la apertura numérica necesaria para resolverlos, esto es, para que á un mismo tiempo aparecieran en la imagen las dos series de líneas en su forma típica, formadas por el rayo directo y uno de los primeros máximos de 2.° orden, tendríamos que distinguir dos casos. Siendo la equidistancia e_1 menor que e_2 siempre que se verifique que $e_1 \leqq e_2\ sen\ i$, bastará la apertura numérica necesaria para resolver la serie cuyas líneas estén más próximas, para que á la vez esté también resuelta la otra serie, pues en este caso el rayo directo y uno de los primeros máximos de 2.° orden de cada uno de los dos sistemas de líneas figurarán en la «imagen directa»; mas cuando suceda, por el contrario, que $e_1 > e_2\ sen\ i$ será preciso emplear una apertura mayor, determinada por la fórmula:

$$a = n\ .\ sen\ u = \frac{\lambda \sqrt{e_1^2 + e_2^2 - 2 e_1 e_2 \cos i}}{2 n e_1 e_2\ sen}. \quad \textbf{[XXVI]}$$

Esta deducción se demuestra fácilmente teniendo en cuenta que cada una de las dos series de líneas produce una hilera de máximos perpendicular á la dirección de las líneas y, por lo tanto, las dos hileras se cruzarán bajo el mismo ángulo i, siendo común á ambas el máximo de 1.er orden correspondiente al rayo directo; y que para formar imagen los dos sistemas de líneas es preciso que la apertura numérica del objetivo sea bastante grande para que en la «imagen directa» aparezcan, por lo menos, el rayo directo O^* y los dos primeros máximos de 2.° orden P_1^* y R_1^* correspondientes á los dos sistemas (*fig. 56*). En tanto $O^*P_1^*$ sea igual ó menor que $O^*R_1^* \times sen\, i$, el máximo P_1^* estará dentro de la abertura cuyo diámetro es $O^*R_1^*$ y, por lo tanto, los dos sistemas

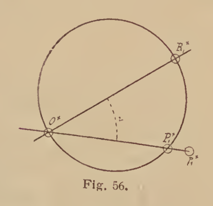


Fig. 56.

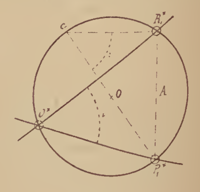


Fig. 57.

de línea estarán resueltos con la apertura numérica que resuelva la serie de líneas cuya equidistancia sea menor; pero si $O^*P_1^*$ es mayor que $O^*R_1^* \times sen\, i$ el máximo P_1^* quedará fuera de la circunferencia trazada con el diámetro $O^*R_1^*$, en P_1^*, por ejemplo; y, por lo tanto, hará falta una apertura más grande para contenerle. Las distancias $O^*R_1^*$ y $O^*P_1^*$ son las que median, «en la imagen directa», entre el máximo de 1.er orden y el primer máximo de 2.° orden correspondiente á cada uno de los sistemas de equidistancias e_1 y e_2, y cuya expresión, de conformidad con lo que hemos visto en los §§ **63** y **67**, llamando f_1^* á la distancia focal posterior del objetivo, es la siguiente:

$$O^* R_1^* = f_1^* \cdot \frac{\lambda}{e_1}; \quad O^* P_1^* = f_1^* \cdot \frac{\lambda}{e_2}.$$

Poniendo estos valores de $O^*R_1^*$ y $O^*P_1^*$ en la desigual-

dad $O^*P_1^* > O^*R_1^* \times sen\ i$ hallaremos, según antes hemos anunciado, que cuando $e_1 > e_2\ sen\ i$, para resolver los dos sistemas de líneas á la vez se necesita una apertura numérica superior á la necesaria para resolver separadamente cualquiera de ellos; y la fórmula [**XXVI**] que expresa la apertura numérica que hace falta para ello es fácil de deducir, puesto que se reduce á determinar cuál sea la apertura que contenga el triángulo $O^*P_1^*R_1^*$ *(fig. 57)*, cuyo ángulo i y los lados $O^*R_1^*$ y $O^*P_1^*$ nos son conocidos (1).

La fórmula [**XXVI**] se simplifica mucho en el caso particular de que los dos sistemas de líneas tengan una misma equidistancia e, y se crucen bajo un ángulo de 60 ó 90°. Entonces las aperturas numéricas necesarias, en el supuesto de que la imagen debe estar formada por el rayo directo y uno de los primeros máximos de 2.° orden de cada serie de líneas, están determinadas por las siguientes fórmulas:

---

(1) Planteado así el problema tenemos que el valor del lado A del triángulo $O^*R_1^*P_1^*$ *(fig. 57)*, según un teorema fundamental de trigonometría ($a^2 = b^2 + c^2 - 2b.c.cos\ a$) es:

$$A^2 = \left(f_1^* \frac{\lambda}{e_1}\right)^2 + \left(f_1^* \frac{\lambda}{e_2}\right)^2 - 2\, f_1^* \frac{\lambda}{e_1} \cdot f_1^* \frac{\lambda}{e_2} \cdot cos\ i$$

y verificando las operaciones indicadas y reduciendo se llega al valor de A:

$$A = \frac{f_1^* \lambda \sqrt{e_1^2 + e_2^2 - 2\, e_1 e_2\, cos\ i}}{e_1 e_2}.$$

Además, el mismo valor de A dado por el triángulo rectángulo $P_1^*R_1^*c$ es: $A = 2\,oc \times sen\ i$; y como oc por ser el semidiámetro de la «imagen directa» es igual al duplo de la apertura numérica del objetivo ($= a$) multiplicada por su distancia focal posterior,

$$A = 2\, f_1^*\, a \times sen\ i \quad \text{y} \quad a = \frac{A}{2\, f_1^*\, sen\ i};$$

y poniendo en esta última igualdad el valor antes hallado para A, tendremos reproducida la fórmula [**XXVI**].

$$a = \frac{\lambda \sqrt{e_1^2 + e_2^2 - 2\, e_1 e_2\, cos\ i}}{2 \cdot e_1 e_2\, sen\ i}.$$

$$a = \frac{\lambda}{e\sqrt{3}} \quad \text{y} \quad a = \frac{\lambda}{e\sqrt{2}} \qquad \text{[XXVII]}$$

de las cuales la primera corresponde al sistema compuesto de dos series equidistantes que se cruzan bajo un ángulo de 60° y la segunda cuando las líneas son perpendiculares entre sí (1).

De la comparación de estas dos fórmulas con la [**XXIV**] se deduce inmediatamente que para resolver las líneas de los dos sistemas se necesita una apertura numérica superior á la necesaria para resolver uno solo de los sistemas, hecho comprobado á diario por los que se dedican al estudio de las Diatomeas, y que se demuestra fácilmente en la observación de la *Pleurosigma angulatum*, pues para resolver uno solo de los sistemas de rayas (?) que cruzan bajo un ángulo de 60° sus valvas (unas 18 rayas en cada 10 μ) basta una apertura numérica de 0.50, y se necesita una apertura, por lo menos de 0.58, para que aparezcan los tres sistemas á la vez. Mayor diferencia existe cuando las rayas se cruzan perpendicularmente, puesto que entonces las aperturas necesarias están en la relación de $\sqrt{2} : 2$.

77. LÍMITE DE RESOLUCIÓN Y DE VISIBILIDAD. ULTRAMICROSCOPIA Y MICROFOTOGRAFÍA CON RAYOS ULTRA-VIOLETA. Los valores que se obtienen para el poder de resolución por medio de las fórmulas anteriores deben considerarse como límites teóricos que en la práctica casi nunca es dable alcanzar, porque siempre se presentan una porción de causas que impiden que el fenómeno se verifique exactamente bajo las condiciones supuestas; y además los objetivos, aun los mejores, nunca son tan perfectos que las correcciones se hallen realizadas por igual en todas las zonas de su abertura. Influye también en los valores observados la naturaleza del rayado y la intensidad de la luz, puesto que cuanto más mar-

(1) Para deducir estas dos fórmulas de la fórmula [**XXVI**] basta igualar e_1 y e_2 y tener en cuenta, para la primera, que el seno de 60° es $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ y que el seno de 30° es $\frac{1}{2}$, y á la vez que $1 - \cos i = 2\,\mathrm{sen}^2\frac{i}{2}$; y para la segunda, que el seno de 45° $= \frac{1}{2}\sqrt{2}$.

cadas y bien definidas sean las estriaciones, más brillantes aparecen los máximos, y hay más contraste en la imagen, como sucede, por ejemplo, en las finísimas esculturas de las valvas de las Diatomeas. En este concepto puede tener también gran influencia el medio en que están montados los objetos, puesto que cuando son hialinos ó casi sin color, su visibilidad depende exclusivamente de la diferencia de índices entre su substancia y el medio de inclusión, de modo que el índice de éste puede realmente influir en la visibilidad del objeto por razones diferentes á las que hemos visto al tratar de los objetivos de inmersión. Mas observando con las debidas precauciones estructuras bien marcadas, los resultados que se obtienen difieren poco de los calculados por medio de las fórmulas anteriores, y aun concuerdan con ellos en la mayoría de los casos, cuando se pone por valor de λ la longitud de onda 0.55 μ, que es la que corresponde á la región más brillante del espectro solar, entre las rayas D y E.

Aunque las fórmulas anteriores que expresan «el poder de resolución» las hemos hallado partiendo del supuesto de una estructura regular y periódica—un rayado de líneas paralelas—, encuentran asimismo aplicación de un modo general á todo género de objetos y de estructuras, pues la experiencia constante demuestra que objetos de las más diversas formas no dejan reconocer en la imagen vestigios de sus particularidades estructurales, desde el momento que los elementos que las constituyen son de dimensiones inferiores al límite de resolución e. Desigualdades en el contorno van desapareciendo de la imagen á medida que se acercan al valor de e; y si la forma general del objeto es triangular, cuadrada, rectangular....., etc., etc., su imagen aparecerá como un pequeño disco circular ó elíptico si sus dimensiones se acercan al valor de e, y será completamente imposible discernir la verdadera forma. Así, pues, sin faltar á la exactitud puede sentarse como principio, que sea cualquiera la estructura de un objeto, dejarán de aparecer en la imagen aquellos detalles cuyas dimensiones sean inferiores á e. De esto se deduce lógicamente que existe un límite teórico al poder de «delineación» y de «resolución» del microscopio independiente de su perfección óptica y del aumento, el cual reconoce por causa necesaria la formación de la imagen por medio de

ondas luminosas de cierta longitud, con la apertura numérica limitada del instrumento. Esta ley importantísima en la teoría de la visión microscópica fué proclamada casi al mismo tiempo que por el Profesor Abbe, también por el Profesor Hermann v. Helmholtz en su notable estudio sobre «El límite teórico del poder de resolución en el microscopio» (1), si bien siguiendo un camino totalmente distinto al que nosotros hemos seguido, pues Helmholtz considera los objetos microscópicos como si fuesen luminosos por sí mismos, y estudia los efectos de difracción producidos por la abertura del sistema, y no por el objeto mismo. En la práctica, el límite de resolución está dado por la apertura numérica 1.40, que puede considerarse como la más elevada que consiguen de un modo corriente los mejores constructores para los apocromáticos de inmersión homogénea de 2 ó 3 mm. de distancia focal, manteniendo en ellos la bondad de las correcciones y demás propiedades ópticas dentro de los límites que los hagan útiles para la observación (2). Con estos objetivos

(1) El estudio del Prof. Helmholtz se publicó en 1874 en el tomo-jubileo de los Anales de Pogendorff, con el título: *Die theoretische Grenze für die Leistungsfahigkeit der Mikroskope*, muy poco tiempo después de haberse publicado el estudio del Prof. Abbe *Beiträge zur Theorie des Mikroskops*, del cual el Prof. Helmholtz no tenía conocimiento. *Die theoretische Grenze* fueron traducidos en seguida en inglés y publicados en varias revistas; mas á pesar de las discusiones entabladas en contra de las teorías de Abbe, Helmholtz no tomó parte en ellas ni defendió los puntos de vista expuestos en su trabajo. Recientemente J. W. Gordon ha resucitado las ideas de Helmholtz en el *Jour. of the Roy. Micr. Society* (1903): *The Helmholtz Theory of the Microscope;* y posteriormente (1905) en otro estudio: *The Theorie of Highly Magnified Images.*

(2) El objetivo de mayor apertura numérica que hasta el presente se ha construído de un modo regular es el apocromático Zeiss de inmersión en monobromuro de naftalina, de 2.5 mm. de distancia focal y de 1.60 de apertura numérica. Cuando fué presentado al Congreso de Naturalistas habido en Septiembre de 1889 en Heidelberg, se le consideró desde luego como un maravilloso esfuerzo de la técnica óptica; mas las dificultades de construcción, y sobre todo de su empleo en condiciones favorables para que toda la apertura fuese utilizada, unido á que, además, no participaba de las grandes ventajas que la inmersión homogénea proporciona, han sido las causas de que haya dejado de figurar en los Catálogos más recientes de la Casa Zeiss. Prácticamente, pues, debemos aceptar como límite la apertura 1.40.

Para realizar la apertura 1.60 es preciso que el medio de inclusión del

se resuelven admirablemente en perlas las esculturas de las valvas de la *Amphipleura pellucida* que es el *test* más difícil que ofrecen las Diatomeas, y las rayas del último grupo de las placas de Nobert y Grayson, cuya separación es de 0.21 μ. La apertura 1.40 debe, pues, considerarse hoy día que fija el límite de resolución en el microscopio en el sentido de que dos líneas ó elementos cuya distancia sea menor que $\lambda : 2 \times 1.40$ no podrán aparecer separadamente en la imagen; y marca también un límite al «poder de delineación» ó sea al poder de formar imágenes completamente semejantes al objeto, puesto que, según antes hemos visto, es preciso para que eso suceda que por lo menos toda la porción del espectro de Fraunhofer que tenga bastante intensidad luminosa para influir en la imagen esté contenida dentro de un cono cuya apertura numérica a no sea superior á la del objetivo. Esa condición sólo puede realizarse para aquellos objetos ó elementos de estructura cuyas dimensiones ó separación sean del orden de magnitud e, que satisfaga la ecuación:

$$a = n \cdot \text{sen}\, v_m = m \frac{\lambda}{e},$$

bajo el supuesto de que v_m represente el ángulo de los rayos difractados más extremos del espectro de Fraunhofer, á partir de los cuales la intensidad luminosa sea demasiado débil

objeto, la laminilla cubre-objeto, el liquido de inmersión y el vidrio de la lente frontal del objetivo tengan un indice superior á 1.60—condición que no se llena siempre fácilmente—, puesto que para satisfacer la igualdad $a = n \cdot \text{sen}\, u$ es necesario que $n > a$, puesto que $\text{sen}\, u < 1$. Como líquido de inmersión, ya hemos dicho que se emplea el monobromuro de naftalina $n = 1.66$. La lente frontal es de flint de indice 1.72, y los cubre-objetos deben estar tallados en vidrio de igual indice. En el caso de que conviniera que los rayos iluminantes entraran en el objetivo con la inclinación máxima que permite su abertura (unos 150°), sería preciso emplear un condensador de inmersión en monobromuro de naftalina, cuya última lente fuese de flint de 1.72 de indice. Una noticia del apr. 1.60 puede verse en la Comunicación presentada en Diciembre de 1889 á la R. Sociedad de Microscopia de Londres por Czapski con el título de: *On an Objective with an Aperture of. 1.60 N. A. (Monobromide of Naphthaline Immersion) made according the Formulae of Prof. Abbe in the Optical Factory of Carl Zeiss.*

para introducir modificaciones en la imagen que puedan ser percibidas por el observador.

Los poderes de «resolución» y de «delineación», aunque en el fondo persiguen un mismo fin, se distinguen, no obstante, en la práctica, en que el primero trata de determinar las condiciones necesarias para que aparezcan en la imagen, distintos unos de otros, ciertos detalles ó particularidades estructurales en su forma genérica ó esquemática; mientras que el «poder de delineación» pretende dar un paso más adelante, y busca en qué circunstancias esas formas genéricas y esquemáticas se convierten en formas individuales, propias y verdaderas del objeto. Así, por ejemplo, para que las valvas de la *Pleurosigma angulatum* aparezcan surcadas por un solo sistema de líneas paralelas, basta con luz oblicua un objetivo de apertura numérica 0.50 (ángulo de abertura 60°), puesto que con esa apertura concurren á la formación de la imagen el rayo directo y uno de los seis primeros máximos de 2.° orden dispuestos en los vértices de un exágono alrededor del máximo principal que produce la *Pleurosigma*. En este caso, la imagen de las rayas es puramente genérica, puesto que se forma siempre una imagen igual cuando de un espectro cualquiera, del tipo de los «espectros discontinuos» á que dan origen las estructuras regulares y periódicas (§ **64**), solamente se deja penetrar en el objetivo el rayo directo y uno de los máximos de 2.° orden. La dirección de los rayos es perpendicular á la línea que une los dos máximos admitidos, y por eso, según sea el azimut del rayo iluminante, las series de líneas se presentan sucesivamente en tres direcciones diferentes que se cruzan bajo un ángulo de 60°. Si la apertura del objetivo es mucho mayor, de 0.85 á 0.90, por ejemplo, con iluminación central penetrarán en él, además del rayo directo, los seis primeros espectros de 2.° orden —perfectamente visibles en la imagen directa—, y entonces la valva aparecerá surcada por tres sistemas de líneas á la vez. La imagen no será ya tan genérica como antes, pero dista aún mucho de ser la verdadera, puesto que sólo es una función de la parte más central del espectro de Fraunhofer que produce la *Pleurosigma*. Aumentada más la apertura del objetivo (apocromático 0.95), las líneas dejan de percibirse claramente continuas y bien definidas, y las valvas parecen

más bien cubiertas por una finísima red de exágonos, y si aún la apertura se aumenta más, esos exágonos toman la apariencia de pequeñas semiesferas ó pequeñísimas perlas ordenadas en hileras, según tres direcciones que se cruzan bajo ángulos de 60°. En este ejemplo cada vez nos hemos ido apartando más de la «imagen genérica» y nos hemos acercado á la «representación individual» propia de las esculturas de la Diatomea, aunque sin conseguirlo del todo, porque el espectro de Fraunhofer que producen los elementos estructurales es muy extenso, y aun con los mejores objetivos solamente se puede recoger una porción restringida de su parte central. Las consideraciones que antes hemos hecho sobre «el poder de delineación» nos permiten deducir que las imágenes que obtenemos de las esculturas que adornan las valvas de la *Pleurosigma* distan bastante de ser las verdaderas, puesto que, aun con los mejores apocromáticos de 1.40 de apertura, sólo conseguimos que aparezcan en la «imagen directa» el rayo central y los seis primeros de 2.° orden (1), lo que ciertamente constituye sólo una pequeña parte del espectro que la Diatomea es capaz de producir y, por lo tanto, la verdadera imagen permanece desconocida, porque no tenemos medios de llegar al «poder de delineación» necesario para ello. El «poder de resolución», por el contrario, no busca el grado de semejanza entre el objeto y la imagen, puesto que se refiere tan sólo á la aparición de las diversas imágenes genéricas que se presentan como escalones graduados para llegar á la imagen verdadera á medida que la apertura numérica aumenta, y establece las relaciones que deben existir entre la parte óptica del microscopio y la magnitud de los elementos estructurales, para que cada una de esas imágenes genéricas de tipo determinado aparezca, y así, por ejemplo, fija las condiciones ópticas para resolver un rayado de lineas paralelas de determinada equidistancia, ó las valvas de la *P. angulatum* ó de la *Amphipleura pellucida*, ó de otras Diatomeas, en sistemas de

(1) J. Spitta, en su Tratado de Microscopia («Microscopy», Londres 1907) reproduce, en las *figuras 5.ª y 6.ª* de la *lám. 1.ª*, fotografías de la «imagen directa» de la *P. angulatum* formada en el plano focal posterior de un apocromático de ap. núm. = 1.40, en las que aparecen con toda claridad la imagen del primer máximo, ocupando el centro del campo, y las seis de los primeros máximos de 2.° orden á su alrededor.

rayas, redes de exágonos, hiladas de perlas, etc., etc. En la siguiente Tabla figuran las principales especies de Diatomeas que se emplean para comprobar prácticamente el «poder de resolución» de los objetivos, así como las distancias entre las estrías (?) y la apertura numérica necesaria para resolverlas (1).

DIATOMEAS	Número de estrias en 10 μ.	Distancia entre las estrías en μ.	Apertura numérica necesaria para su resolución. Iluminación central.	Iluminación oblicua.
Navicula nobilis	3—7	1.90	0.15	—
— *viridis*	7—8	1.33	0.20	—
Nitzschia Brebisoni	10	1.00	0.25	—
Sinedra pulchella	12	0.83	0.35	—
Pleurosigma balticum	14	0.70	0.45	0.40
— *attenuatum y Grammatophora marina*	16	0.62	0.53	0.45
Nitzschia amphioxys	18	0.55	0.65	0.50
— *sigma*	20	0.50	0.75	0.55
Grammatophora oceanica	22	0.46	0.85	0.60
Surirella gemma (Estr. trans.)	24	0.41	1.00	0.65
Nitzschia sigmoidea	26	0.38	1.05	0.70
— *obtusa*	28	0.36	1.15	0.75
Navicula rhomboides	30	0.33	1.30	0.85
Nitzschia vermicularis	32	0.31	1.4	0.90
— *palea*	34	0.29	—	0.95
Navicula rhomboides (Frustulia) v. saxonica	36	0.28	—	1.00
Grammatophora subtilissima	38	0.26	—	1.05
Amphipleura pellucida	40	0.25	—	1.10
— — *forma pequeña*	42	0.24	—	1.15

Con igual fin que las Diatomeas sirven las placas de Nobert y Grayson, las cuales consisten en varios grupos de rayas paralelas trazadas con una punta de diamante sobre una laminilla de cristal—un cubre-objeto—, rayas que en cada

(1) Los datos que figuran en esta Tabla son los que se encuentran en los libros de Dippel: *Handbuch der allgemeinen Mikroskopie*, Brunswick 1882, páginas 397-408, y *Grundzüge der allgemeinen Mikroskopie*, idem, páginas 136-208.

grupo están más juntas y son más delicadas y, por lo tanto, más difíciles de resolver. En el *Test Plate* de Grayson, en 12 grupos, el primer grupo contiene 10.000 líneas en pulgada y el último 120.000, de modo que la separación de las líneas en ellos es de 2.54 μ á 0.21 μ.

Para ensanchar los límites del poder de resolución sólo se ofrecen dos caminos: aumentar la apertura numérica de los objetivos ó disminuir las longitudes de onda. Del primer camino hay que esperar muy poco, pues parece que se ha llegado ya á un valor máximo en las aperturas, del cual no es posible pasar con los medios que hoy día cuenta la técnica óptica, y en cuanto al segundo, tampoco está en nuestra mano introducir gran variación en sentido favorable mientras nos limitemos á la imagen visible, pues es bien sabido que las radiaciones luminosas dejan de impresionar de un modo sensible el órgano de la visión en seguida que se apartan de los colores más brillantes del espectro solar; mas aprovechando la propiedad de la placa fotográfica, de ser impresionable por radiaciones de muy poca longitud de onda, se consigue traspasar por este medio, de un modo muy notable, los límites normales de la resolución. La microfotografía con luz ultravioleta tiene, precisamente, ese objeto, y por su medio se llega á conseguir un poder de resolución doble del que se tendría en circunstancias ordinarias con un objetivo de igual apertura numérica, pues la longitud de onda de las radiaciones ultravioleta que en ese procedimiento se emplean sólo miden 275 μμ. Los vidrios comunes no dejan pasar esas radiaciones de longitud tan pequeña, y para poder trabajar con ellas ha sido preciso construir nuevos objetivos con lentes de cuarzo fundido, corregidos tan sólo para los rayos ultravioleta, y debido á eso reciben el nombre de «objetivos monocromáticos» (1). Con idéntico fin, los oculares, prismas y demás

(1) La casa Zeiss construye desde hace poco tiempo un material completo para la microfotografía con luz ultravioleta. Los objetivos con lentes de cuarzo fundido han sido calculados por el colaborador científico de la casa, M. von Mohr, para las radiaciones de 0.275 μ. El líquido de inmersión que se emplea con estos objetivos es una mezcla de glicerina y de agua, de índice refactivo determinado. Los cubre-objetos han de ser también de cuarzo fundido, y las lentes de los oculares, condensadores, prismas, etc., etc., están talladas en cristal de roca. Como manantial lumino-

parte óptica se construye en cristal de roca, y para hacer visible la imagen, con objeto de poderla enfocar sobre la placa fotográfica, se emplea una disposición especial fundada en la propiedad que poseen los rayos ultravioleta de ser visibles cuando atraviesan una substancia fluorescente. El objetivo de mayor apertura que la casa Zeiss construye para ese género de observaciones es de 1.25, y con él el límite de resolución *e* dado por la fórmula [**XXIV**] es de 110 $\mu\mu$, es decir, el mismo que se obtendría con luz natural si fuese posible construir un objetivo cuya apertura numérica alcanzara el valor extraordinario de 2.50 (!).

Es preciso tener bien en cuenta que el límite del poder de resolución, tal como lo acabamos de exponer, es completamente distinto del límite de visibilidad, siempre que por visibilidad entendamos sólo una simple sensación que nos revele la existencia de algo por medio del órgano de la vista. Un objeto aislado, por pequeño que sea, puede ser visto aunque sus dimensiones sólo alcancen á algunas décimas de longitud de onda, pues su visibilidad en este caso depende del contraste luminoso entre el objeto y el campo sobre el cual se destaca, de la sensibilidad de la retina para apreciar diferencias de iluminación y del grado de corrección esférica y cromática del sistema óptico; mas esa visibilidad no nos dice nada respecto á la forma del objeto, cuya existencia nos revela. En eso se funda precisamente la «ultramicroscopia», que no debe confundirse de ningún modo con la «microfotografía con rayos ultravioleta» de que acabamos de hablar, pues ambos métodos de observación se proponen fines diferentes: la «ultramicroscopia» tiene por objeto revelar la existencia de ob-

---

so se emplea una corriente de chispas eléctricas que saltan entre electrodos de cadmium ó de magnesium, y luego, por medio de un sistema de prismas de cuarzo, se aislan las radiaciones de 0.275 μ, que son las únicas que penetran en el microscopio. La imagen formada por estas radiaciones de longitud tan pequeña, no es visible sino proyectándola sobre una placa fluorescente, y en esa propiedad se funda un ocular especial dispuesto de tal modo que, cuando se ve con él claramente la imagen, está también enfocada para una determinada distancia de la placa sensible. El objetivo «monocromático» más fuerte que la casa Zeiss construye tiene por característica 1.7 mm., $a = 1.25$, el cual, combinado con el ocular de lentes de cuarzo 20 ($f_2 = 9$ mm.), y á la distancia normal de la placa fotográfica (31 cm.), produce un aumento de 3.600.

jetos pequeñísimos que escapan á la visibilidad por los procedimientos de observación ordinaria, y el empleo de «los rayos ultravioleta» lleva el poder de separación mucho más allá de los límites impuestos por las longitudes de onda de los rayos correspondientes á la parte más brillante del espectro. La «ultramicroscopía», teóricamente considerada, no es otra cosa que una utilización bien entendida del método antiguo de iluminación en fondo negro, con el fin de aumentar el contraste entre el fondo y la imagen; y los procedimientos empleados para ello los hemos examinado ya en el Capítulo IV de la Primera Parte, y hemos visto que consistían en el uso de un foco de luz muy potente como manantial luminoso, y en la imposibilidad de que ningún rayo de luz de ese manantial luminoso pudiera penetrar directamente en el objetivo. En él tiene sólo entrada una parte del abanico de difracción que producen los rayos directos al chocar con las partículas ultramicroscópicas (*figuras 28a y 28b*, pág. 118), cuya cantidad total de luz no sería bastante para producir una imagen visible en las condiciones ordinarias de observación, pero que con el procedimiento ultramicroscópico lo es, gracias á la completa obscuridad del campo y á la gran intensidad de los rayos iluminantes (1). Pero no hay que olvidar que esas imágenes, no son imágenes en el sentido estricto de la palabra, pues los objetos ó partículas tan diminutas (la magnitud de los micrones está por debajo de 0.2 μ) producen un haz de difracción muy extenso, del cual sólo una pequeña porción puede penetrar en el objetivo, y aun esa porción corresponde siempre á una parte periférica y asimétrica del abanico de difracción total. Cuando los ultramicrones son próximamente isodiamétricos, el conjunto de los rayos difractados ocupa una semiesfera, y el objetivo sólo puede recoger de ellos la cantidad comprendida dentro de su apertura y, por lo tanto, la imagen es sólo genérica y en forma de disco, cuyo diámetro está próximamente definido por la expresión:

$$e = \frac{\lambda}{2 . n . \mathrm{sen}\, u}.$$

(1) Siedentopf: *Ueber die physikalischen Principien der Sichtbarmachung ultramikroskopischen Teilchen*, *Berl. Klin. Wochenschrift*, 1903, número 32, pág. 7.

Cuando los objetos ultramicroscópicos no son isodiamétricos, sino que tienen formas alargadas de aristas, agujas, filetes, etc., etc., esto es, cuando una de sus dimensiones no es del orden de los ultramicrones, el abanico de difracción que producen es muy diferente en cuanto á su intensidad y extensión, según el ángulo bajo el cual los rayos iluminantes caigan sobre la dimensión mayor de esas aristas, agujas ó fibrillas ultramicroscópicas, correspondiendo su mayor desarrollo é intensidad á la posición cruzada. Y en eso encuentra explicación los cambios y variaciones que sufren las imágenes de tales objetos cuando se hacen girar los rayos iluminantes alrededor del eje del microscopio, pues hasta llegan á desaparecer, en algunos casos, en las posiciones que corresponden al paralelismo del eje del ultramicrón con los rayos iluminantes. Si el objeto tiene la forma de un filamento undulado, como sucede, por ejemplo, en la *Spirochaete pallida*, la imagen aparece como á un tenue filamento continuo, empleando una iluminación simétrica alrededor del eje del microscopio, pero en cuanto la iluminación se cambia en lateral, la imagen se interrumpe y toma la forma de un rosario pues en ese caso sólo producen rayos difractados de bastante intensidad para formar imagen visible las porciones de la *Spirochaete* iluminadas perpendicularmente á su dirección, y dejan de ser visibles aquéllas que son más ó menos paralelas á los rayos iluminantes (1).

Las limitaciones que acabamos de estudiar relativas á la visibilidad y á la resolución, no son exclusivas de la visión microscópica, pues se presentan del mismo modo siempre que tratamos de ver algo, ya sea á simple vista ó con el auxilio del telescopio. Una de las causas de esa limitación reside en la mayor ó menor sensibilidad de la retina para apreciar diferencias de intensidad luminosas muy semejantes, y la otra en la relación necesaria que debe existir entre la longitud de onda y el diámetro del objetivo ó la apertura numérica para que puede formarse imagen distinta de los elementos del objeto. El aumento entra también como factor importante de la resolución, en la forma que vamos á ver en el Capítulo siguiente.

---

(1) Siedentof: *Die Sichtbarmachung von Kanten in mikroskopischen Bilde. Zeitschr. f. wiss. Mikr.*, XXV (1909), pág. 424.

CAPÍTULO V.

Aumento y apertura (1).

78. Función del aumento y de la apertura en la imagen.—Antes de que se divulgasen las teorías modernas sobre la formación de la imagen se consideraba el aumento como á uno de los factores más importantes de la capacidad óptica del microscopio, pues se creía que en la imagen formada por un objetivo perfecto bajo el punto de vista de las correcciones relativas á la esfericidad y cromatismo se encontraban en su verdadera forma todos los detalles y particularidades del objeto, y que el verlos ó no dependía exclusivamente de la cantidad de luz y de la amplificación bajo la cual se presentaban al observador. Entonces, como ahora, se reconocía la limitación fisiológica del ojo para poder discernir como separados, uno de otro, dos puntos ú objetos muy próximos cuando el ángulo visual que subtienden está por debajo de cierto ángulo límite, y, por lo tanto, era lógico deducir que á medida que la amplificación aumentase se irían viendo más y más detalles en la imagen, puesto que se daba por sentado que existían en ella, y por lo tanto el límite de la capacidad del microscopio,

(1) En todo este Capítulo se sigue de un modo especial el notabilísimo Estudio que presentó el Profesor Abbe á la Real Sociedad de Microscopía de Londres con el título de *The Relation of Aperture and Power in the Microscope*. Una traducción alemana, hecha por el Dr. M. von Rohr, figura en el tomo I de los *Gesammelte Abhandlungen von Ernst Abbe*, Jena, 1904, pág. 375 á 435.

en el supuesto de un objetivo perfecto, lo marcaba exclusivamente el aumento; pues si bien se necesita, además, cierta cantidad de luz para impresionar la retina, y ésta disminuye rápidamente con la amplificación, recurriendo á iluminaciones artificiales intensas, no debía encontrarse, por este lado, impedimento formal digno de tenerse en cuenta. Mas hoy esas ideas han cambiado por completo, y la importancia del aumento ha descendido á un orden secundario, puesto que de él sólo se espera que presente los últimos detalles existentes en la imagen bajo un ángulo igual ó superior al ángulo límite de visibilidad, y esa condición, según vamos á ver, se satisface siempre sin gran dificultad, en el estado actual de la técnica óptica. El aumento no puede, pues, considerarse, en las teorías modernas de la formación de la imagen, como marcando un límite al poder óptico del microscopio. La apertura numérica, en cambio, limita realmente el poder del microscopio, puesto que para que en la imagen figuren formas ó particularidades del objeto de dimensiones e, es preciso que se satisfaga la igualdad

$$e = \frac{\lambda}{2.n.sen\,u} = \frac{\lambda}{2.a}$$

que determina en todos los casos, con una aproximación suficiente, la relación que debe existir entre la apertura numérica y los últimos detalles del objeto para que puedan figurar en la imagen, ya que el valor de λ le podemos considerar constante, porque en las observaciones visuales es siempre igual á 550 $\mu\mu$, que corresponde á la longitud de onda de la porción más brillante del espectro solar. Según esto, y lo que llevamos dicho en el Capítulo anterior, § **75**, cada grado de pequeñez ó finura de los elementos estructurales del objeto exige una apertura determinada para que puedan aparecer en la imagen en su forma genérica ó en su forma individual y propia, y cuanto más pequeños sean esos elementos ó más próximos se hallen unos de otros, mayor tendrá que ser la apertura numérica necesaria para delinearlos. Cuando las dimensiones de los elementos son un múltiplo grande de longitudes de onda, bastan aperturas pequeñas ó moderadas para que figuren en la imagen, mas cuando esas dimensiones miden sólo un par de

longitudes de onda, ó menos, harán falta las aperturas mayores de que podemos disponer, y aun con ellas sólo lograremos, cuando más, imágenes incompletas en los casos más favorables, y de ahí el que la apertura numérica constituya un verdadero límite que se opone á que en la imagen microscópica puedan figurar elementos y detalles cuyas dimensiones estén por debajo de cierta magnitud. Y esa conclusión general alcanza á toda clase de objetos y estructura, cualesquiera que sea su naturaleza, forma y composición, puesto que las condiciones del desarrollo físico de la imagen son las mismas en todos los casos.

79. Relaciones de equilibrio entre la apertura y el aumento.—Entre el aumento N, necesario para que los últimos detalles del objeto que figuran en la imagen subtiendan un ángulo v superior al ángulo límite de visibilidad, y la apertura a necesaria para que dichos detalles se encuentren en la imagen, existe una relación que marca el equilibrio que debe haber entre la apertura y el aumento. Para determinarla es preciso, ante todo, fijar el valor del ángulo límite de visibilidad.

En la visión microscópica puede decirse que sólo vistas privilegiadas verán los detalles de la imagen cuando estén separadas solamente por un ángulo 1′, pues, por término medio, para ver bien y con entera distinción hace falta, por lo menos, un ángulo de 2′, aumentándose la facilidad de ver cuando ese ángulo crece, pero cesando la ventaja por completo al aproximarse á los 4′. Con mucha facilidad puede eso comprobarse observando, por ejemplo, la *Pleurosigma angulatum* con un objetivo cuya apertura numérica sea de 0.50, en cuyo caso las valvas solamente aparecen surcadas por un solo sistema de estrías. Estas se ven cada vez más claras y con menos fatiga á medida que el aumento es superior á 300, pero la ventaja en la visión deja de ser sensible al acercarse á un aumento de 600; y teniendo en cuenta que la separación de las estrias (?) es de unos 0.50 μ, y que la imagen se forma á 250 milímetros, estos dos aumentos corresponden á los ángulos visuales de 2′ y 4′, de modo que el límite de la visibilidad v debe considerarse comprendido entre estos dos extremos. Atendida la pequeñez de los ángulos podemos aceptar, sin error sensi-

ble, que la distancia que separa dos puntos ó líneas en la imagen es igual á la longitud del arco que dichos ángulos substienden, y siendo el valor del arco de 1′, cuando el radio es la unidad, 1 : 3438, el valor del arco del ángulo v, á la distancia de 250 mm. á que se forma la imagen, será:

$$long.\ arc.\ v' = v' \frac{250}{3438};$$

y como esa longitud es á la vez la magnitud del último detalle e visible del objeto multiplicado por el aumento total del microscopio, tendremos:

$$v' \frac{250}{3438} = e \,.\, N, \quad \text{de donde} \quad N = \frac{250}{3438} \cdot \frac{v'}{e}.$$

Esta fórmula expresa el aumento necesario para que aparezca en la imagen un detalle ó particularidad del objeto bajo un ángulo visual de v minutos; mas como para ver ese detalle ó particularidad en la imagen es preciso primero que exista en ella, esto es, que el objetivo tenga la apertura numérica necesaria para su delineación, debemos introducir en la fórmula anterior la condición necesaria para ello, que es $e = \lambda : 2 \,.\, a$, y tendremos:

$$N = \frac{250}{3438} \cdot \frac{2 \,.\, a \,.\, v'}{\lambda} \qquad \textbf{[XXVIII]}$$

expresión que determina el aumento indispensable para que el último detalle del objeto que una apertura a permite que figure en la imagen, sea visto bajo un ángulo visual v'. Aceptando la longitud de onda luminosa que antes hemos dicho, $\lambda = 0.00055$ mm., la fórmula queda reducida á

$$N = 264{,}5 \times a \,.\, v';$$

y haciendo sucesivamente á v' igual á 2′ y 4′, y dando á a una serie ordenada de valores de 5 en 5 céntimos tendremos la siguiente Tabla, que nos indica, para las diferentes apertu-

ras, el aumento necesario para que puedan ser vistos con claridad todos los detalles de la imagen, bajo el supuesto de que el ángulo límite de visibilidad esté comprendido entre 2′ y 4′. Al mismo tiempo la tercera columna da las dimensiones del último detalle del objeto ($e = \lambda : 2a$) que pueden figurar en la imagen.

Tabla 1.ª

Apertura.	Angulo de abertura en el aire.	Último detalle visible del objeto.	Aumento N á 250 mm. cuando el ángulo visual es de		Apertura.	Angulo de abertura en el aire.	Último detalle visible del objeto.	Aumento N á 250 mm. cuando el ángulo visual es de	
			$v = 2'$	$v = 4'$				$v = 2'$	$v = 4'$
	°	μ				°	μ		
0.05	5.7	5.50	26	53	0.80	106.3	0.34	423	846
0.10	11.5	2.75	13	106	0.85	116.4	0.32	450	899
0.15	17.2	1.83	79	159	0.90	128.3	0.31	476	952
0.20	23.0	1.37	106	212	0.95	143.6	0.29	503	1005
0.25	29.0	1.10	132	265	1.00	180.0	0.27	529	1058
0.30	35.0	0.92	159	317	1.05	—	0.26	555	1111
0.35	41.1	0.79	185	370	1.10	—	0.25	582	1164
0.40	47.2	0.69	212	423	1.15	—	0.24	608	1217
0.45	53.5	0.61	238	476	1.20	—	0.23	635	1270
0.50	60.0	0.55	264	529	1.25	—	0.22	661	1323
0.55	66.7	0.50	291	582	1.30	—	0.21	668	1375
0.60	73.7	0.46	317	635	1.35	—	0.20	714	1428
0.65	81.1	0.42	344	688	1.40	—	0.19	741	1481
0.70	88.8	0.39	370	741	1.45	—	0.18	763	1534
0.75	97.3	0.37	397	794	1.50	—	0.18	793	1587

La anterior fórmula [**XXVIII**] puede también escribirse de la siguiente manera:

$$a = \frac{N}{264{,}5} \cdot \frac{1}{v'},$$

y haciendo $v' = 2'$, y dando á N los valores del aumento, hallaremos las aperturas numéricas que figuran en la siguiente Tabla II, que son las mismas aperturas necesarias para que los últimos detalles que aparezcan en la imagen subtiendan el ángulo límite de visibilidad.

Tabla 2.ª

Aumento á 250 mm.	Apertura necesaria para que los últimos detalles visibles aparezcan con un ángulo $v = 2'$	Angulo de abertura en el aire. — *Grados.*	Aumento á 250 mm.	Apertura necesaria para que los últimos detalles visibles aparezcan con un ángulo $v = 2'$	Angulo de abertura en el aire. — *Grados.*
10	0.019	2.2	300	0.567	69.1
20	0.038	4.4	350	0.662	82.9
30	0.057	6.5	400	0.756	98.2
40	0.076	8.7	450	0.851	116.7
50	0.094	10.9	500	0.945	141.8
75	0.142	16.3	600	1.134	—
100	0.189	25.8	700	1.323	—
150	0.284	33.0	800	1.512	—
200	0.378	44.4	900	1.701	—
250	0.473	56.5	1000	1.890	—

Aunque á las indicaciones de los números de estas dos Tablas no se las deba conceder un valor exacto é inflexible, sirven, no obstante, para indicar la norma de perfecto equilibrio que debe existir entre la apertura, el aumento y la naturaleza del objeto que ha de ser materia de observación; pues si el aumento es inferior al señalado, no se aprovecharán todas las ventajas de la apertura, y si ésta es menor que la correspondiente para la delineación de las últimas particularidades del objeto que se deseen ver, inútil será forzar el aumento, pues estas particularidades no estarán representadas en la imagen, y lo que en ella consigamos ver de más no se debe tomar como á indicaciones de la verdadera forma ó estructura del objeto, sino como á «meros fenómenos ópticos debidos á la limitación de los hacecillos delineantes por la abertura del objetivo».

Los aumentos necesarios para utilizar las aperturas mayores son, como se ve, relativamente pequeños con relación á los que la técnica óptica proporciona, y así no se puede admitir que el aumento constituya también uno de los límites de la visibilidad microscópica, puesto que con los aumentos que hoy están á nuestra disposición podremos ver siempre bajo un

ángulo superior al ángulo límite de visibilidad los últimos detalles del objeto que la apertura del objetivo permite que figuren en la imagen. Con los objetivos y oculares que construye corrientemente la casa Zeiss, por ejemplo, se llega á los siguientes aumentos: con objetivos acromáticos y oculares Huygens, á 1.340, y con los mismos objetivos y los oculares compensadores, á 2.340; con los objetivos apocromáticos y los oculares compensadores, á 3.000, y con los objetivos monocromáticos, construídos especialmente para usarlos con los rayos ultravioleta, y los oculares con lentes de cristal de roca, á 3.600. Como se ve, estos aumentos son muy superiores á los necesarios para aprovechar la apertura numérica que se alcanza á dar á los mejores objetivos, la cual no pasa de 1.40 para los acromáticos y apocromáticos, y de 1.25 para los monocromáticos, si bien hay que tener en cuenta en estos últimos que como la longitud de onda ultravioleta es de 275 $\mu\mu$, su poder de resolución iguala al que tendría un objetivo ordinario hipotético é irrealizable cuya apertura numérica fuese de 2.50.

De los números que figuran en las dos Tablas anteriores, así como de lo que queda dicho en el § **74** al tratar de los grados de semejanza entre el objeto y la imagen, se desprende que en la práctica de la microscopia debe haber siempre una prudente elección de aumentos y aperturas, según la observación que se trate de realizar. Cuando el fin de la observación sea el estudio de objetos ó estructuras grandes, cuyas dimensiones alcancen muchas longitudes de onda, bastarán pequeñas aperturas y pequeños aumentos, mas cuando los objetos sean muy pequeños y sus dimensiones se acerquen en magnitud al orden de las longitudes de onda, entonces será preciso emplear grandes aumentos y, en su consecuencia, las mayores aperturas de que podamos disponer. En contra de eso se ha pretendido por algunos micrógrafos que la distinción entre objetos grandes y pequeños no está en manera alguna justificada, puesto que las obras de la Naturaleza son siempre todas de la misma delicada perfección en sus últimos detalles, y que los objetos grandes están formados de elementos pequeños, y éstos de otros elementos más pequeños todavía. Esta afirmación es verdad considerando los objetos en sí mismos, pero no lo es bajo el punto de vista de

la investigación científica, puesto que el interés de la observación no va siempre dirigido á los últimos elementos, sino que, á menudo, se limita á porciones relativamente grandes, y en tales casos el observador prescinde de todo lo que no dice al fin científico de la investigación que se propone llevar á cabo. Observar por completo los objetos desde el principio hasta el fin, es un privilegio del que sólo disfrutan los *dilettanti*, que no se proponen ningún estudio concreto; mas los que trabajan en determinadas ramas de la investigación científica han de limitar forzosamente su actividad á un punto determinado, y así, por ejemplo, en la mayor parte de los estudios morfológicos se prescinden de los detalles de la estructura histológica, y no sólo bastan para ellos, sino que son preferibles, los pequeños aumentos y aperturas que de ningún modo alcanzarían á resolver las formas histológicas de los tejidos.

Vamos ahora á examinar hasta qué punto puede ser perjudicial, para la observación verdadera, el que se perturben las relaciones de equilibrio entre el aumento y la apertura que determinan las dos Tablas anteriores.

80. INCONVENIENTES DE UN AUMENTO EXAGERADO CON RELACIÓN Á LA APERTURA.—Fuera de los casos en que se trate de dibujar con la cámara clara, de hacer mediciones ó de determinar el número de elementos, etc., etc., un aumento superior al necesario para utilizar toda la apertura del objetivo, en vez de ofrecer ventajas para la observación puede ser, por el contrario, un inconveniente, por cuanto induce á tomar como atributos verdaderos del objeto meros fenómenos ópticos de la imagen, según se pone de manifiesto en el siguiente ejemplo. Un objetivo de apertura 0.60 sólo permite ver en las valvas de la *Pleurosigma angulatum* un solo sistema de líneas paralelas que, á manera de estriación regular, cubre toda la superficie de las valvas. Si empleamos con esa apertura un aumento excesivo, de 1.000 veces, por ejemplo, veremos en apariencia mucho mejor que con el aumento correspondiente de 350, y las líneas aparecerán claramente como si fueran costillas salientes, separadas unas de otras por surcos bien definidos, apreciándose con toda claridad que el ancho de dichas costillas y de los surcos es próximamente igual, lo que nos predispone á creer que nos hallamos ante una re-

presentación verdadera de la estructura de las paredes de las valvas, mientras que con el aumento de 300 ó 350 sólo percibimos la existencia de una finísima estriación, sin ningún detalle acerca de ella. En este ejemplo, la observación que nos dice menos es la mejor, porque los detalles de las costillas y surcos revelados por el aumento 1.000 no son otra cosa que una simple ilusión óptica—como lo es también la estriación que vemos con el aumento de 350—y para adquirir el convencimiento de ello basta continuar la observación con objetivos de mayor apertura, en cuyo caso veremos aparecer sucesivamente tres sistemas de estriaciones á la vez, que se cruzan bajo ángulos de 60°; luego una finísima red de exágonos; luego hiladas de perlas muy diminutas, casi puntiformes, que cubren toda la superficie de las valvas; luego..... Y si no dispusiéramos de objetivos de apertura superior á 0.60, en cuyo caso no podríamos comprobar la falsedad de la imagen con el aumento 1.000, la claridad con que aparecen los surcos y las costillas, sus proporciones, etc., etc., nos inducirían al error de creer en su existencia real y, por lo tanto, es incuestionable que la imagen obtenida con sólo el aumento de 350 nos engaña menos, esto es, es menos falsa que la que proporciona el aumento 1.000 y la apertura 0.60. La sensación de una estriación vaga que produce el aumento de 350 puede tomarse como á un indicio verdadero de la estructura, puesto que, al parecer, existen en la superficie de la valva hileras equidistantes de elementos cuya forma nos es desconocida, mas la exhibición detallada de los surcos y costillas no es otra cosa que una adulteración positiva de la estructura real. Y lo que enseña este ejemplo para una abertura de 0.60 puede aplicarse lo mismo á otras aperturas y venir á parar á la conclusión general de que el mayor grado de semejanza entre la imagen y el objeto no se obtiene empleando aumentos excesivos, sino solamente aquellos que ofrecen al ojo, bajo el ángulo visual límite, los detalles del objeto que la apertura del objetivo permite que figuren en la imagen.

81. LÍMITES DENTRO DE LOS CUALES DEBE MANTENERSE LA APERTURA.—Considerando la cuestión bajo el punto de vista exclusivamente teórico, parece que el empleo de gran-

des aperturas debería ser siempre ventajoso para la observación, pues aun en el caso en que fuesen superiores á las correspondientes al aumento, los detalles visibles serían más verdaderos porque estarían formados por una porción más grande del espectro de difracción producido por el objeto y, en cambio, no se puede mirar como perjudicial el que en la imagen existan detalles nuevos que no sean visibles por estar por debajo del ángulo límite de visibilidad. En la relación $e = \lambda : 2a$ que nos ha servido de base para determinar los valores de equilibrio entre la apertura y el aumento, la aparición del detalle e del objeto en la imagen está subordinada á que el objetivo admita solamente el rayo directo y uno de los primeros máximos de 2.° orden (§ **75**) del espectro correspondiente á dicho elemento e, que es la condición mínima que se puede exigir para que en la imagen esté representado el elemento e en su forma genérica y, por lo tanto, se concibe perfectamente que, con una apertura mayor, la imagen del mismo elemento podrá estar formada por una porción más grande del espectro y ser, por lo tanto, más verdadera (§ **74**). Así, pues, bajo ese punto de vista podrá haber ventaja en emplear aperturas superiores á las señaladas en las dos Tablas anteriores, y le habrá también en otro concepto que en seguida examinaremos, y esa es la razón por la cual todos los objetivos de buenos constructores tienen una apertura muy superior á la que les correspondería atendiendo solamente al aumento que producen, sobre todo con los oculares débiles ó de mediano poder. Mas una superabundancia ó exceso de apertura, aparte de su influencia beneficiosa para la delineación de la imagen, lleva consigo inherentes otras propiedades que pueden perjudicar en algunos casos á la buena observación, y es por lo tanto preciso emplearlas dentro de ciertos límites prudenciales, teniendo para ello en cuenta: 1.°, que la claridad de la imagen aumenta con la apertura; 2.°, que la profundidad visual disminuye con ella, y 3.°, que con el aumento de apertura disminuye la distancia frontal de los objetivos, y se hacen mucho más sensibles los defectos originados en la imagen por los resíduos de las aberraciones que no es posible eliminar del todo, y los que introduce el empleo del cubre-objeto, de espesor distinto á aquél para el cual los objetivos han sido corregidos.

Examinemos, por separado, dentro de qué límites estas ventajas é inconvenientes de un aumento de apertura tienen una influencia sensible.

1.° Según hemos visto en el Capítulo VI de la Primera Parte, la claridad de la imagen es proporcional al cuadrado del diámetro de la pupila de salida del microscopio, y el valor P^{**} de ese diámetro en función del aumento, de la apertura y de la distancia X (= 250 mm.) á que se considera proyectada la imagen, lo determina la fórmula [**XIV**] del § **42** de esta manera:

$$P^{**} = 2 . X . \frac{a}{N};$$

de modo que, para una misma amplificación N, la claridad será proporcional á la apertura y aumentará con ella. Mas ese aumento se verifica con ciertas limitaciones que es preciso tener en cuenta. En primer lugar, la fórmula anterior supone que el cono de rayos iluminantes llena toda la abertura del objetivo, lo que casi nunca sucede en la observación ordinaria, pues, por lo regular, el objeto se ilumina con un cono de rayos mucho más estrecho, y entonces la claridad de la imagen no depende del diámetro de la pupila correspondiente á la apertura total del objetivo, sino de otra pupila menor—la pupila de iluminación—determinada por la apertura del cono de rayos iluminantes; y en segundo lugar, la claridad de la imagen deja de crecer con la apertura desde el momento en que el diámetro de la pupila de salida del microscopio sea igual al diámetro de la pupila del ojo (§ **51**). Teniendo en cuenta estas dos circunstancias, vamos á ver dentro de qué límites será conveniente, para la claridad de la imagen, un exceso en las aperturas indicadas en las dos Tablas anteriores.

En el caso más favorable, esto es, cuando el cono de rayos iluminantes llene toda la apertura del objetivo, el diámetro de la pupila de salida es

$$P^{**} = 2 . X . \frac{a}{N},$$

y como para todas las aperturas y aumentos correspondien-

tes de la Tabla 2.ª, la relación $a : N$ es una cantidad constante, cuyo valor hemos visto que era, para una longitud de onda $\lambda = 550$ μμ y un ángulo límite de visibilidad $v = 2'$,

$$\frac{a}{N} = \frac{1}{2\,(264.5)},$$

el diámetro de la pupila correspondiente será también una cantidad constante, determinada por la expresión

$$P^{**} = \frac{250}{264.5} = 0.945 \text{ mm.};$$

de modo que, empleando las aperturas y los aumentos indicados en las Tablas 1.ª y 2.ª, se obtendrá siempre la misma claridad de la imagen, puesto que el diámetro de la pupila de salida será también siempre el mismo, y como el valor de ese diámetro (= 0.945 mm.) es menor que el de la pupila del ojo, la claridad de la imagen no llegará á ser la «claridad natural» (§ **50**) y, por lo tanto, será susceptible de aumento hasta que dicho diámetro iguale al diámetro de la pupila del ojo del observador. Para determinar la apertura necesaria para ello, basta hacer en las fórmulas anteriores $P^{**} = d$, siendo d el diámetro, en milímetros, que se adopte para la pupila del ojo, y así se tiene:

$$a = d \cdot \frac{N}{2 \cdot X}.$$

Teniendo en cuenta que durante la observación microscópica—excepto en los casos de una iluminación muy débil—el iris se halla muy contraído, el diámetro de la pupila es siempre inferior á 3 mm. y, como término medio, podemos aceptar que sea de 2.5 mm., en cuyo caso el valor de a será

$$a = 2.5 \times \frac{N}{2\,(250)} = \frac{N}{200},$$

lo que nos dice que la mayor apertura que puede emplearse con un aumento dado N, bajo la condición de que todos los

rayos que penetren en el objetivo tengan entrada en el ojo del observador, es igual 1 : 200 de dicho aumento.

Antes hemos hallado que para satisfacer las condiciones de resolución y de delineación que constituyen el fundamento de las Tablas anteriores, el diámetro de la pupila de salida de microscopio era de 0.945 mm., que corresponde á la relación

$$\frac{a}{N}=\frac{1}{2(264.5)}, \quad \text{de donde} \quad a=\frac{N}{529};$$

de modo que entre estos dos extremos puede oscilar el valor de la apertura numérica correspondiente á un determinado aumento N, pues si la apertura fuese mayor no podrían penetrar en el ojo todos los rayos que admite el objetivo, y una parte de ellos serían perdidos para la imagen visual; y si fuese menor no se aprovecharía toda la capacidad del aumento para presentar los últimos detalles de la imagen bajo el ángulo límite de visibilidad, y habría, por lo tanto, un exceso de aumento con los inconvenientes que antes hemos señalado. Así, por ejemplo, una apertura de 0.20 necesitará un aumento de 40 para que el diámetro de la pupila de salida del microscopio (= al diámetro de la pupila del ojo) sea de 2.50 milímetros, y un aumento de 106 para que los últimos detalles del objeto que dicha apertura es capaz de hacer figurar en la imagen subtiendan el ángulo de visibilidad límite de 2′. Si la apertura fuese de 1.40, esos dos aumentos serían, respectivamente, de 280 y 740.

Cuando el diámetro del haz de rayos que salen del microscopio es igual al de la pupila del ojo, es preciso, para aprovecharlos todos, que exista una perfecta coincidencia entre ambos; y como al menor movimiento esa coincidencia desaparece, lo que equivale á la obliteración de una parte de la apertura, el observador experimenta continuos cambios en la claridad de la imagen, y la observación se hace fatigosa é incómoda. Para evitar ese inconveniente es preciso que las aperturas sean algo menores que las determinadas por la relación $N:200$; y como regla práctica debe aceptarse que el máximo de la apertura útil, para la mayor claridad de la imagen, no debe ser superior al duplo de los valores dados en las Tablas 1.ª y 2.ª, en cuyo caso la pupila de salida del mi-

croscopio tendrá próximamente unos 2 mm. de diámetro ($2 \times 0.945 = 1.890$ mm.). Hasta llegar á este límite podrá ser útil el aumentar las aperturas, sobre todo cuando se trate de aumentos pequeños y medianos, cuyas aperturas correspondientes no llevan consigo los inconvenientes inherentes á las aperturas grandes, que en seguida examinaremos. Las ventajas de las aperturas grandes, en cuanto á la claridad de la imagen, están más bien en el hecho de que, conviniendo raras veces en la observación microscópica que el cono de rayos iluminantes llene toda la apertura, es posible con ellas satisfacer esa condición con conos de rayos iluminantes relativamente grandes. Con objetos delicados y transparentes, raras veces convendrá la iluminación con haces de rayos de ángulo superior á 30 ó 40°; de modo que sólo se aprovechará directamente una pequeña parte de la apertura, y por eso la gran superioridad de las aperturas grandes no está en la iluminación de la imagen, sino en su capacidad para recoger los rayos difractados por el objeto y conducirlos á la formación de la imagen, esto es, en su poder de delineación. Llegando hasta el duplo de los valores que figuran en la Tabla 2.ª para los distintos aumentos, las aperturas son lo suficientemente grandes para que, aunque sólo se utilice de ellas, con los rayos iluminantes, la mitad, la imagen tenga la claridad suficiente.

2.° La «profundidad visual», ó sea el espesor del objeto que se ve claramente con una misma enfocación, depende, según hemos visto en el Capítulo VII de la Primera Parte, de la acomodación del ojo del observador y de la «profundidad focal» del sistema óptico, teniendo este último factor una influencia preponderante con aumentos superiores á 300, así como con aumentos inferiores depende la profundidad visual casi exclusivamente de la facultad de acomodación. La fórmula de la «profundidad focal» para un ángulo límite de tolerancia v es, según la fórmula **XVI**:

$$2\delta = v \cdot \frac{X}{N} \cdot \frac{n}{a},$$

en la que 2δ representa el espesor visible del objeto, el cual, para un mismo aumento N, es inversamente proporcional á

la apertura a; de modo que en todos aquellos casos en que se quiera estudiar una preparación como á cuerpo sólido dotado de espesor, será un inconveniente el empleo de aperturas superiores á las necesarias para utilizar el aumento, excepto cuando se trate de aumentos débiles, en cuyo caso, como hemos dicho, la profundidad depende principalmente de la facultad de acomodación del observador. Cuando los objetos, aunque tengan cierto espesor, sean muy transparentes, la disminución de profundidad focal por el empleo de aperturas grandes no ofrecerá inconveniente, pues debido á la gran precisión de foco será posible estudiar el objeto por medio de «secciones ópticas sucesivas»; mas esa circunstancia no es común, y en los estudios morfológicos, sobre todo, convendrá una gran profundidad aunque sea á costa de la apertura, pues la experiencia enseña que muchos objetos de estructura delicada se ven mejor bajo un mismo aumento con una apertura pequeña que con otra mayor, pues si bien con esta última se detallan más claramente algunos puntos determinados de la preparación, la imagen total aparece envuelta en una especie de neblina; y cuando eso sucede con objetivos bien corregidos, es indicio de que el objeto exige mayor profundidad focal para ser observado debidamente. Así, pues, para las observaciones que necesiten gran profundidad focal, es preciso emplear aperturas pequeñas ó, cuando más, que no sean superiores á las estrictamente necesarias para aprovechar el aumento, reservando las aperturas mayores para cuando se pueda prescindir de la profundidad focal por ser los objetos muy planos y extremadamente delgados, ó bien para aquellos casos en los cuales, aunque el objeto tenga espesor sensible, sea lo bastante transparente para permitir su estudio por medio de «secciones ópticas».

3.° El empleo de grandes aperturas lleva en sí dos circunstancias que dificultan la observación. La primera consiste en que cuanto mayor es la apertura tanto menor es la distancia frontal del objetivo, y la segunda en que la sensibilidad para manifestarse en la imagen los defectos debidos á falta de corrección en el objetivo, crece también con la apertura.

En condiciones iguales de distancia focal, composición del sistema, espesor de las lentes, etc., etc., la distancia frontal depende del ángulo de abertura, pues mientras en un objetivo de 30° puede ser de $^7/_{10}$ de su longitud focal, quedará reducida á $^3/_{10}$ si el ángulo aumenta á 60°, y apenas llegará á $^1/_{10}$ cuando el ángulo sea de 116°. Esa rápida disminución hace que en los objetivos de gran apertura la distancia frontal sea de una ó dos décimas de milímetro, circunstancia que dificulta mucho la observación.

Las dificultades para corregir las diferentes aberraciones en los objetivos, así como para obtener el aplanatismo, ya hemos visto en el Capítulo III de la Primera Parte que crecen con el ángulo de abertura. «El estado de corrección de un objetivo depende del espesor de la capa de aire que existe entre el objeto y su lente frontal, del grueso de la laminilla cubre-objeto y también del espesor de la preparación que se encuentra encima del punto que se observa, formando todo eso un elemento perturbador independiente del objetivo; y para evitar que ese elemento no introduzca una cantidad de nuevas aberraciones, es preciso que se mantenga siempre igual á sí mismo, ó bien que se puedan compensar los efectos que sus variaciones ocasionen por medio de cambios efectuados en el objetivo, en sentido contrario. Con relación á ese particular existe una gran diferencia entre las aperturas grandes y pequeñas, sobre todo en los sistemas secos. Un objetivo de pocos grados de ángulo de abertura es completamente insensible á esas variaciones; á 30° apenas se notan los cambios de los espesores que comúnmente suelen tener los cubre-objetos; á los 60°, una diferencia de 0.1 mm. es ya sensible é introduce una perturbación en la imagen, que se traduce por una pérdida de definición; á los 100° el disturbio es perfectamente apreciable para un cambio en el espesor del cubre-objeto de 0.02 mm.; y para conservar la pureza de la imagen es preciso recurrir al «sistema de corrección» (§ **29**), ó bien servirse de cubre-objetos del mismo grueso que el que ha servido para hacer las correcciones del objetivo; y á partir de ese ángulo, la sensibilidad aumenta tan rápidamente que llega á ser un verdadero obstáculo para la construcción de sistemas secos de aperturas superiores á 0.85 ó 0.90. El procedimiento de hacer las correcciones el mismo observador

para una preparación dada, es tanto más delicado cuanto mayor sea la apertura, y requiere, además de bastante tiempo, cierta práctica y habilidad.

«En los objetivos de inmersión» y, sobre todo, en los de inmersión homogénea, desaparece en gran parte la sensibilidad á la falta de corrección por los motivos indicados, de modo que habrá siempre ventaja en usarlos, en vez de los objetivos secos, cuando se trate de grandes aperturas; y «debe tenerse muy presente que el mejor sistema de gran apertura, si no está perfectamente corregido, no es preferible á un objetivo malo de pequeño ángulo». De esto se deduce que cuando el micrógrafo no es un simple *amateur* que cultiva el microscopio en sí mismo y encuentra placer en ajustar los sistemas de gran apertura á una Diatomea de resolución difícil, para admirar luego el grado sorprendente de perfección á que hoy día se ha llegado, sino que, por el contrario, se sirve del microscopio como á un medio de investigación científica, no debe usar nunca mayores aperturas que las necesarias para utilizar el aumento, porque el exceso de apertura produce siempre pérdida de tiempo y mayor trabajo» (1).

---

(1) *Die Beziehungen zwischen Apertur und Vergrosserung beim Mikroskop. Gesamm. Abhand.*, tom. I, pág. 385-386.

TERCERA PARTE

Demostración experimental de la teoría de la formación de la imagen.

CAPÍTULO PRIMERO.

Descripción de los procedimientos y de los rayados á propósito para las experiencias.

82. El problema en general.—El proceso de la formación de la imagen, tal como lo acabamos de exponer teóricamente, encuentra en los hechos la más completa confirmación. En primer lugar, la función del ángulo de abertura, que representa la capacidad del microscopio para producir una imagen verdadera de los objetos, sólo tiene una explicación racional en el supuesto de que consista en el poder para admitir mayor ó menor número de los rayos difractados por el objeto, pues de otro modo, y sin salirnos de las enseñanzas de la óptica geométrica, para que ese poder se manifestara sería preciso que el cono de rayos iluminantes llenase toda la abertura del objetivo, deducción que se halla en discordancia con los hechos reales, puesto que la práctica constante nos enseña que los beneficios de las grandes aberturas se obtienen casi siempre iluminando el objeto con conos de rayos relativamente estrechos. Esa verdad, hoy de uso corriente, fué proclamada por el Profesor Abbe en una época en la que el proceso de la formación de la imagen era apenas conocido, al decir de un modo terminante que «desde el principio de sus investigaciones, realizadas con objetos de la más diversa composición y naturaleza, había adquirido el convencimiento de que, iluminándolos con hacecillos de rayos sumamente delga-

dos, figuraban en la imagen los detalles más pequeños que permitía la abertura del objetivo, y al mismo tiempo, de que con una iluminación plena no se conseguía ver más, ni la resolución del objetivo era mayor, que cuando se iluminaba el objeto con un haz estrecho de rayos, con tal de que se le diera la inclinación máxima que permitiese la abertura del objetivo» (1). Estos hechos, comprobados hoy día por todos los microscopistas, demuestran plenamente que la función especial de la abertura tiene lugar aun cuando la prolongación de los rayos iluminantes llene solamente una pequeña parte de ella y, por lo tanto, que existe alguna causa que da actividad á la abertura fuera de los rayos incidentes sobre el objeto, considerándolos *more geometrico*. Y esa «causa» ya hemos visto que consistía en los efectos de difracción originados por el objeto, pues hay que desechar desde luego la suposición de que pudiera ser debida á que los rayos incidentes, al atravesarle, se esparcieran en un cono de mayores dimensiones, debido á la acción prismática, lenticular, etc., etcétera de los elementos estructurales, pues así la teoría como la observación están contestes en que los elementos esféricos. prismáticos ó cilíndricos cuyas dimensiones se acerquen ó sean del mismo orden que las de las longitudes de las ondas luminosas, no producen en manera alguna una desviación dióptrica de los rayos semejante á la que producen esas mismas formas cuando son de dimensiones macroscópicas. En cambio, en la esencia misma de la óptica undulatoria estriba el que, al atravesar los rayos iluminantes el objeto ó al bordear las partículas opacas de que se compone, se esparzan en un espacio angular más extenso, constituyendo en su conjunto un «cono» ó «abanico de difracción», y esos rayos difractados son precisamente los que llenan la abertura del objetivo, aun en el caso de que los hacecillos iluminantes sean sumamente estrechos, y á ellos debemos atribuir lógicamente una influencia decisiva en el proceso de la imagen, puesto que su delineación cambia, según que se admitan en mayor ó menor cantidad para formarla. Cuando el objeto ó los elementos de su estructura

(1) Prof. Abbe: *Uber die Bemessung der Apertur beim Mikroskop*. *Gesamm. Abhand.*, pág. 357, y *Uber die Grenzen der geometrischen Optik*, idem id., pág. 292.

son relativamente grandes (hasta 0.01 mm., por ejemplo), el abanico de difracción es poco extenso y hasta los objetivos de más pequeño ángulo le recogen en su totalidad, y en ese caso, la imagen permanece invariable, en cuanto á su delineación, cualquiera que sea la abertura del objetivo que se emplee. Este hecho, interpretado al principio erróneamente, es el que dió lugar á la falsa suposición de que la imagen microscópica se componía de dos imágenes parciales superpuestas, denominadas «imagen de absorción» y «de difracción», según ya hemos dicho en el § **57**, debida la primera á la marcha puramente dióptrica de los rayos, y la segunda á los rayos difractados; mas interpretado debidamente el fenómeno, en vez de constituir una excepción á la ley general, cae dentro de ella y la fortalece, pues claro está que si la totalidad de los rayos difractados son admitidos por un objetivo de pequeño ángulo, no hay que esperar modificación alguna en la imagen cuando se observe el mismo objeto con un objetivo de ángulo mayor, puesto que, para formarla en el segundo caso, no concurre de más ningún elemento esencial que no haya concurrido ya en el primero. En cambio si la acción difractiva del objeto es muy poderosa á causa de la gran pequeñez de sus elementos constituyentes, los rayos difractados abarcarán un espacio angular muy extenso que podrá en algunos casos diferir muy poco de una semiesfera, y entonces, como con objetivos de distintas aberturas se recogerán partes proporcionales diferentes de la totalidad de dichos rayos difractados, las imágenes serán también diferentes. Según esto, la acción de la abertura puede considerarse como á una acción limitante, hasta el momento que sea bastante grande para dejar pasar todos los rayos difractados por el objeto, pues entonces pierde toda su influencia y la imagen producida es la imagen propia ó verdadera del objeto. En todos los demás casos la imagen estará más ó menos modificada por la acción limitante de la abertura (1).

La abertura del microscopio la podemos considerar prác-

(1) Téngase bien presente que al hablar de la totalidad del espectro de difracción nos referimos siempre á aquella parte del espectro cuyos rayos tienen intensidad suficiente para impresionar la retina, pues, en realidad, la extensión de los rayos difractados es ilimitada.

ticamente confundida con la pupila de iluminación que aparece en el plano focal posterior del objetivo cuando está en actividad todo su ángulo de abertura, y en ella se forma la «imagen directa», ó sea la porción del espectro real de Fraunhofer que es capaz de producir el objeto y que está comprendida dentro de un círculo cuyo diámetro es $2 . f_1^* . n . sen\ u$. Por eso es de capital importancia para demostrar experimentalmente las relaciones entre la «imagen directa» y la «imagen final microscópica» el estudio de la abertura del objetivo, el cual puede hacerse por medio del microscopio auxiliar, y de la misma manera que hemos dicho para la «pupila de iluminación» en el § **37** del Capítulo IV de la Primera Parte.

Para la comprobación experimental del proceso teórico de la formación de la imagen, bastará instituir una serie de experiencias que pongan claramente de manifiesto estas tres leyes principales:

1.ª Que la imagen microscópica es una función directa de la porción ó totalidad del espectro de Fraunhofer producido por el objeto, el cual aparece realmente formado en el plano focal posterior del objetivo («Imagen directa»).

2.ª Que cuando la totalidad del espectro de Fraunhofer que es capaz de producir el objeto ó, por lo menos toda aquella parte cuya intensidad luminosa sea capaz de impresionar la retina figura en la «imagen directa», la imagen microscópica es la imagen «propia» ó «verdadera» del objeto. En todos los demás casos la imagen será más ó menos semejante á la «imagen propia», pero nunca enteramente igual á ella.

3.ª Que si se suprime por cualquier medio ó se deja inactiva una porción del espectro de Fraunhofer producido por el objeto, la imagen microscópica experimentará el cambio correspondiente y dejará de ser la imagen propia del objeto para convertirse en la imagen de otro objeto distinto del que se observa, real ó hipotético, y capaz de producir un espectro de difracción igual á la porción del espectro admitido. Si se suprimen, por ejemplo, algunas porciones de los espectros que producen dos objetos diferentes, y la porción que queda en actividad es igual en ambos, las imágenes serán también iguales, y viceversa. Según esto, dos objetos iguales pueden dar imágenes diferentes, y dos objetos diferentes pueden dar imágenes iguales cuando

se observan con distintas aperturas ó bien, si la apertura es la misma, cuando se emplea distinto género de iluminación y en su consecuencia las porciones del espectro de Fraunhofer comprendidas dentro de la abertura del objetivo son diferentes.

83. Plaquitas de difracción y estudio del espectro que producen.—Para la comprobación experimental de estas leyes puede servir un objeto cualquiera, de estructura bastante fina para que su espectro tenga la extensión suficiente para no estar todo él comprendido dentro de la abertura de los objetivos de pequeño ángulo, pues basta, en este caso, pasar de la iluminación central á la oblicua para apreciar cambios en la imagen, que reconocen por causa las distintas porciones del espectro admitidas para formarla. Mas los objetos naturales originan casi siempre espectros complicados y confusos y la mayor parte de las veces continuos, y las experiencias realizadas con ellos no son tan elementales ni resultan de una claridad tan convincente como las que pueden llevarse á cabo con rayados construídos especialmente para que los espectros que produzcan sean muy brillantes y sencillos, y se pueda fácilmente suprimir unos máximos y dejar pasar otros, y ver los cambios que con ello experimenta la imagen, con el fin de averiguar las leyes de la conexión íntima que existe entre ella y la porción del espectro que la produce. Entre los objetos naturales más á propósito para esas experiencias deben citarse las valvas de las Diatomeas y las escamas que cubren el cuerpo y las alas de algunos insectos; mas á causa de su pequeñez y delicada estructura, no siempre del todo conocida, no son tan fáciles las observaciones, como luego veremos. Las plaquitas de difracción que C. Zeiss construye ex profeso para ese objeto, consisten en unas laminillas de cristal del grueso de los cubre-objetos ordinarios, en las cuales se ha depositado sobre una de sus caras, por procedimiento químico, una ténue capa de plata—como en el azogado de los espejos—y luego con una punta de acero se ha trazado sobre esa capa de plata un rayado de líneas equidistantes y paralelas, de modo que las rayas quedan transparentes sobre fondo opaco, circunstancia favorable para que los distintos máximos aparezcan muy brillantes y bien definidos. Estas plaquitas se hallan pe-

gadas á un cristal porta-objeto ordinario, de la siguiente manera: en el centro una sola plaquita que constituye un rayado de líneas paralelas, y á ambos lados una plaquita doble compuesta de dos laminillas unidas con bálsamo del Canadá por sus caras plateadas, de modo que en una de ellas se crucen los rayados perpendicularmente, y en la otra formando un ángulo de 60°, y así resulta que dichas plaquitas ofrecen una serie de pequeños puntos transparentes (intersección de las líneas claras) colocados en los vértices de una red de cuadrados iguales ó de rombos, según representa la *figura 58* (1).

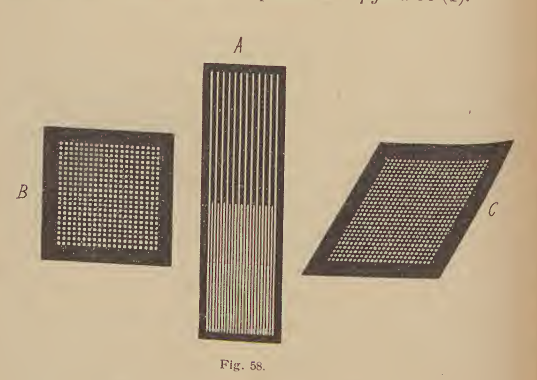


Fig. 58.

La *figura 58 A* da una idea del rayado de la plaquita central. La constante de la mitad superior, ó sea la equidistan-

(1) El ancho del rayado central de líneas paralelas de las plaquitas de difracción qũe en la actualidad construye Zeiss, es de 0.5 mm.; en la mitad superior hay 32 líneas y 63 en la mitad inferior, ó sean 31 y 62 espacios interlineales y, por lo tanto, las constantes son de 16 μ y 8 μ, respectivamente. Los rayados paralelos que constituyen las plaquitas laterales tienen también de anchura 0.5 mm. y se cuentan en ellos 51 líneas, ó sean 50 interlíneas de 10 μ de ancho. En las lecciones dadas en el Museo de Historia Natural se hicieron las experiencias con esas plaquitas y también con las de disposición algo más complicada que construía Zeiss al principio, cuya descripción puede verse en las *Notas sobre las condiciones de verdad de la imagen microscópica* (J. M. Castellarnau, Madrid, 1885).

cia e_1 entre los centros de las líneas, es de 16 μ, y la de la mitad inferior e_2, de 8 μ; y el espectro á que da origen se halla determinado por las leyes que ya hemos expuesto con algún detenimiento en los §§ **62** y **63**. La *figura 59* representa ese espectro para el caso de emplearse luz monocromática y una superficie iluminante circular de muy pequeñas dimensiones, siendo los máximos de la parte superior los correspondientes á la mitad del rayado de equidistancia e_1, y los de la parte inferior los correspondientes á la mitad del rayado de equidistancia e_2. En ambos espectros la distancia del máximo principal á los distintos máximos de 2.° orden está determinada por la expresión $sen\ v_k = k.\lambda/e$; y como e_2 es la mitad de e_1, se sigue que los máximos primero, segundo, tercero..... originados por la parte inferior del rayado, corresponden exactamente á los máximos segundo, cuarto, sexto..... de la parte superior. Si en vez de una abertura circular nos sirviéramos, para iluminar el rayado, de una abertura lineal paralela á las rayas, obtendríamos lo mismo, con luz monocromática, una serie de imágenes de la abertura bien definidas (máximos de 2.° orden) y separadas unas de otras por espacios obscuros; mas con luz blanca esas imágenes se convierten en espectros cromáticos alargados en sentido perpendicular á la dirección del rayado, que se tocan y montan más ó menos unos sobre otros según sea el orden de los máximos que se consideren, pues en este caso de la luz blanca cada radiación de definido color forma una imagen de la abertura de un modo independiente, cuya distancia al centro del espectro está en relación directa de la longitud de onda. El máximo principal (rayo no difractado) es siempre acromático, y por ambos lados un espacio obscuro le separa del borde violeta del primer máximo de 2.° orden. El borde rojo de éste se halla ya muy próximo al borde violeta del segundo máximo, y la región roja de este segundo máximo se superpone á la región violeta del máximo siguiente; y á partir de este punto van superponiéndose unos máximos á otros cada vez en un espacio mayor según sea más elevado su orden, y debido á eso los colores pierden su

Fig. 59.

pureza á partir del segundo máximo, y pronto quedan reducidos al rojo y al verde, dispuestos en bandas sucesivas que van disminuyendo de intensidad luminosa (1).

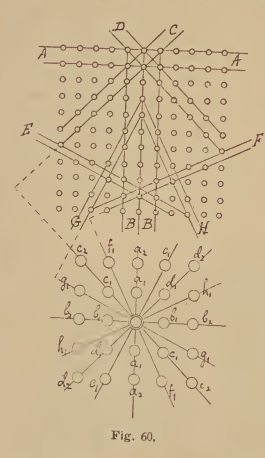


Fig. 60.

Para determinar la disposición de los máximos que producen con luz monocromática las otras dos plaquitas B y C representadas esquemáticamente en la *figura 58*, hay que tener en cuenta las dos siguientes leyes que se desprenden de lo expuesto en los §§ **62** y **63**: 1.ª, los elementos estructurales de un objeto ordenados en lineas paralelas producen una serie de máximos de 2.º orden dispuestos en una línea recta perpendicular á la dirección de dichas líneas paralelas, y 2.ª, las distancias entre los máximos están en relación inversa á la equidistancia que separa las lí-

(1) Para formarse una idea clara de la superposición de los colores en los diferentes máximos, basta tener en cuenta que las longitudes de onda de los extremos visibles del espectro solar son $\lambda = 795$ μμ para el rojo, y $\lambda = 393$ μμ para el violeta, é introducir estos valores en la fórmula **[XXI]** del § **63** que determina la distancia de los distintos máximos al centro del espectro. Hecho ese sencillo cálculo, para el rojo de la raya C ($\lambda = 656$ μμ), resulta lo siguiente:

La raya C del segundo máximo coincide con las radiaciones azul-indigo, $\lambda = 437$ μμ (próx. raya G'), del tercer máximo.

La raya C del tercer máximo coincide con las radiaciones azul verdosas, $\lambda = 492$ (próx. raya F), del cuarto máximo, y con las del extremo violeta, $\lambda = 393$ μμ (raya K), del quinto máximo.

La raya C del cuarto máximo coincide con las radiaciones verdes, $\lambda = 525$ μμ (raya E_2), del quinto máximo, y con las violetas, $\lambda = 437$ μμ (próx. raya G'), del sexto máximo.

La raya C del quinto máximo coincide con las radiaciones verde-amarillentas, $\lambda = 546$ μμ del sexto máximo; con las azules, $\lambda = 468$ μμ (raya F), del séptimo máximo, y con las del extremo violeta, $\lambda = 410$ μμ (raya h), de octavo máximo, etc., etc.

neas paralelas según las cuales están ordenados los elementos estructurales del objeto. Tomemos primero en consideración la plaquita cuyos rayados se cruzan perpendicularmente. La *figura 60* representa la disposición de los puntos transparentes, y á primera vista se observa que pueden considerarse ordenados según varios sistemas de líneas paralelas, de los cuales nos bastará tomar en cuenta sólo los ocho siguientes:

1.° Un sistema de líneas horizontales AA, cuya equidistancia supondremos igual á e.

2.° Un sistema de líneas verticales BB, de la misma equidistancia e.

3.° Dos sistemas de líneas C y D perpendiculares entre sí, que unen diagonalmente los vértices de los cuadrados, y forman un ángulo de 45° con los sistemas A y B. La equidistancia de las líneas es $e : \sqrt{2}$.

4.° Cuatro sistemas E, F, G y H, cuyas líneas unen diagonalmente los vértices de los rectángulos formados por dos cuadrados adyacentes en el sentido horizontal y vertical. Las líneas del sistema E son perpendiculares á las del sistema G, y las del sistema F lo son á las del sistema H. La equidistancia entre las líneas de estos cuatro sistemas es $e : \sqrt{5}$ (1).

Vamos ahora á determinar el espectro esquemático (§ **65**) que corresponde á este rayado, que es el que se forma en el plano focal del objetivo. Considerando primero los puntos or-

---

(1) De la comparación de los triángulos rectángulos semejantes abc y dba resulta:

$$\frac{1}{2} e : ad :: bc : e,$$

de donde

$$ad = \frac{\frac{1}{2} e}{bc}. \qquad [a]$$

A la vez, el triángulo abc nos da:

$$\overline{bc}^2 = e^2 + \frac{e^2}{4} \quad \text{y} \quad bc = \sqrt{5} \times \frac{e}{2}; \qquad [b]$$

y de la combinación de las fórmulas [**a**] y [**b**] resulta:

$$ad = \frac{e}{\sqrt{5}}.$$

denados según la serie de líneas horizontales AA tendremos que los máximos estarán dispuestos en una línea vertical $a_1\ a_2 \ldots$, equidistantes unos de otros, y separados del máximo de 1.er orden las cantidades $\lambda : e$, $2\lambda : e \ldots\ k\lambda : e$; ó bien e', $2e' \ldots\ ke'$ si hacemos $e' = \lambda : e$. De la misma manera los puntos ordenados, según las líneas verticales BB, producirán una serie de máximos b_1, $b_2 \ldots$ equidistantes la misma cantidad e' y perpendiculares á la línea de máximos a_1, $a_2 \ldots$ Los puntos ordenados según C y D darán la serie de máximos c_1, $c_2 \ldots$ y d_1, $d_2 \ldots$ que se cruzarán en ángulo recto, formando á la vez un ángulo de 45° con las series a_1, $a_2 \ldots$ y b_1, $b_2 \ldots$ Las equidistancias entre estos máximos, inversamente proporcionales á las equidistancias entre las líneas de puntos que los producen, serán iguales á $e' \times \sqrt{2}$ y, por lo tanto, por exigencia geométrica, los máximos a_1, a_1, b_1, b_1 y los c_1, c_1, d_1, d_1 estarán situados en los vértices de cuatro cuadrados adyacentes, cuyo vértice común será el máximo de 1.er orden. Las cuatro series de puntos ordenados según las líneas E, F, G y H con la equidistancia $e : \sqrt{5}$, producirán otras cuatro series de máximos $e_1 e_1$, $f_1 f_1$, $g_1 g_1$ y $h_1 h_1$ perpendiculares entre sí dos á dos, cuya distancia al centro (máximo de 1.er orden) $e' \times \sqrt{5}$, representa la longitud de la línea que une diagonalmente los vértices opuestos de dos cuadrados adyacentes de lado e' y, por lo tanto, con esos ocho primeros máximos de 2.° orden, y los determinados ya, tendremos 16 cuadrados iguales y adyacentes unos á otros. Y prosiguiendo con el mismo raciocinio, tomando en consideración otros sistemas de líneas paralelas en los cuales se pueden considerar agrupados los puntos transparentes, tales como, por ejemplo, las que unen diagonalmente los vértices opuestos de tres cuadrados adyacentes en sentido horizontal y vertical, aumentaremos el espectro esquemático en otros 20 cuadrados iguales, que con los 16 anteriores, harán un total de 36, y así sucesivamente.

Un resultado análogo hallaremos cuando los dos rayados se cruzan bajo un ángulo de 60° y los puntos transparentes ocupan los vértices de una red de rombos ó de triángulos equiláteros. Desde luego se ve *(fig. 61)* que estos puntos pueden considerarse ordenados:

1.° Según tres sistemas de líneas paralelas A, B y C, que se cruzan bajo un ángulo de 60°, y cuya equidistancia común es e.

2.° Según otros tres sistemas de líneas D, E y F, que se cruzan también bajo un ángulo de 60°, y están simétricamente colocados con respecto á las líneas del sistema anterior A, B y C, formando con ellas un ángulo de 30°. Estas líneas son las diagonales mayores de los rombos, y el valor de su equidistancia es $e:\sqrt{3}$ (1).

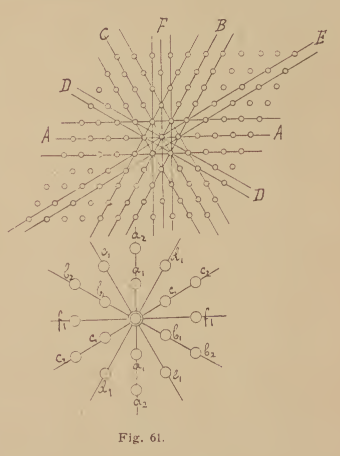


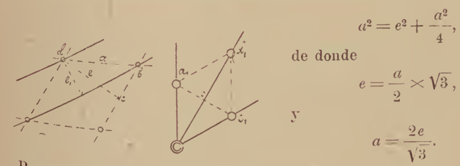
Fig. 61.

El espectro esquemático producido por los puntos transparentes ordenados según se acaba de describir, es el siguiente: Los sistemas de líneas paralelas A, B y C darán cada uno de ellos una serie de máximos de

(1) Siendo a la longitud de los lados de los triángulos equiláteros,

$$e_1 = \frac{1}{2} a.$$

Al mismo tiempo el triángulo rectángulo bcd nos da:



$$a^2 = e^2 + \frac{a^2}{4},$$

de donde

$$e = \frac{a}{2} \times \sqrt{3},$$

y

$$a = \frac{2e}{\sqrt{3}}.$$

Poniendo este valor de a en la primera igualdad se tiene:

$$e_1 = \frac{e}{\sqrt{3}}.$$

Para hallar el valor que representa la longitud de la línea que une los

2.° orden a_1, a_2....., b_1, b_2....., c_1, c_2..... equidistantes la cantidad e', que se cruzarán también entre sí bajo un ángulo de 60°, y cuyos primeros máximos $a_1 a_1$, $b_1 b_1$ y $c_1 c_1$, agrupados alrededor del máximo de 1.er orden, marcarán las posiciones de los vértices de un exágono regular, formando seis triángulos equiláteros iguales y adyacentes, con su vértice común en el centro. Los otros tres sistemas D, E y F producirán otras tres series de máximos situados en las bisectrices de los ángulos que forman los tres sistemas anteriores, y como la distancia entre los máximos está en razón inversa de la equidistancia de los rayados que los producen, y ésta hemos visto que era de $e : \sqrt{3}$, los máximos de 2.° orden d_1, e_1 y f_1 distarán del punto central la cantidad $e' \times \sqrt{3}$ y, por lo tanto, por razón geométrica, deberán estar situados en los vértices de triángulos equiláteros iguales á los anteriores y adyacentes á ellos. Así, pues, con los primeros y segundos máximos correspondientes á los sistemas A, B y C, y los primeros máximos correspondientes á los sistemas D, E y F, tendremos 24 triángulos equiláteros formando dos exágonos concéntricos. Y si consideramos luego los puntos transparentes formando otras ordenaciones de líneas paralelas, hallaremos de la misma manera que los máximos de 2.° orden ocupan siempre los vértices de triángulos equiláteros iguales.

Generalizando el resultado de las anteriores consideraciones podemos decir que en el espectro esquemático de las plaquitas de difracción, ó sea en el espectro real de Fraunhofer que se forma en el plano focal posterior del objetivo, y que constituye la «imagen directa» según hemos visto en el § **67**, la ordenación de los máximos de 2.° orden es semejante á la ordenación de los elementos estructurales de las plaquitas. Los elementos ordenados en series de líneas paralelas dan lugar á máximos dispuestos en líneas perpendiculares á ellas, las cuales se cruzan entre sí bajo los mismos ángulos que

---

vértices opuestos de dos triángulos equiláteros adyacentes, en función de la longitud e' de los lados, basta tener en cuenta que

$$\overline{od}_1^2 = e'^2 - \frac{e'^2}{4}, \quad \text{de donde} \quad od_1 = \frac{e'}{2}\sqrt{3}, \quad \text{y} \quad 2od_1 = e'\sqrt{3}.$$

se cruzan también entre sí las líneas paralelas en que están ordenados los elementos estructurales, si bien en su conjunto experimentan un giro de 90° alrededor del máximo principal.

84. Observaciones con el microscopio ordinario. — Para observar con el microscopio los espectros de difracción que se acaban de describir, se colocan las plaquitas sobre la platina como si fuesen un objeto ordinario, y después de enfocarlas se quita el ocular y se mira á simple vista por el tubo del microscopio. En estas condiciones, si la superficie iluminante es lo suficientemente reducida y brillante, aparecen en el plano focal posterior del objetivo ó en sus proximidades la serie de máximos que constituye el espectro peculiar del rayado que se observa y que encuentran cabida dentro de la abertura del objetivo. Una superficie iluminante lo suficientemente reducida se obtiene colocando en la platina del condensador, después de haber separado las lentes que forman su sistema óptico, un diafragma con una pequeña abertura circular ó lineal en su centro, de medio milímetro de diámetro, ó bien suprimiendo el diafragma y reflejando directamente, por medio del espejo cóncavo, la llama de una lámpara de petróleo de mecha plana puesta de canto, y situada á unos 50 cm. del microscopio. De este último modo se produce en el plano focal posterior del objetivo una imagen lineal y muy brillante de la llama. Los espectros pueden observarse á simple vista, sobre todo con los objetivos débiles que son á propósito para esas experiencias; pero lo más conveniente para estudiarlos bien y con minuciosidad es servirse del microscopio auxiliar descrito en el § **37** y, sobre todo, en su forma especial de «ocular para el examen de los ejes» (*Achsenbilderokular* de Zeiss), del que se hace también mención en el mismo § **37**, pues con ellos se ven perfectamente distintas y agrandadas las imágenes de difracción del manantial luminoso—abertura del diafragma ó llama de la lámpara, etc., etcétera—formadas en el plano focal del objetivo por los rayos que han atravesado el rayado. Muchas veces conviene examinar estas imágenes monocromáticas, y para ello basta interponer un cristal rojo rubí entre el espejo y el rayado. También se puede estudiar el espectro de difracción examinando

con una lente de aumento la pupila final de salida del microscopio, pues en ella tienen lugar los fenómenos de difracción en iguales condiciones que en la pupila de salida del objetivo, y el espectro que forman es el que da directamente origen, por interferencias, á la imagen microscópica de la manera que hemos dicho en el § **73**.

Para modificar el espectro de Fraunhofer, que constituye «la imagen directa», con el fin de ver los cambios que con ello se producen en «la imagen microscópica», se colocan en el plano focal del objetivo diafragmas de formas y dimensiones determinadas de antemano para que dejen el paso libre solamente á los rayos que parten de ciertos máximos, y eso se consigue con gran facilidad por medio de una pieza supletoria apropiada á ese objeto que se fija en la extremidad inferior del tubo del microscopio, y á la cual se atornilla el objetivo. Esta pieza tiene en su parte media una abertura que permite la introducción de los diversos diafragmas, los cuales, una vez colocados, pueden girar en su plano alrededor del eje del microscopio. Con el «ocular para el examen de los ejes» se ven á la vez los diafragmas y el espectro, y se aprecian con toda seguridad las porciones de éste que quedan activas para formar la imagen, y así es fácil relacionar las modificaciones que ésta experimenta con la supresión ó admisión de determinados máximos (1).

Para calcular las distancias de los máximos al centro de la abertura del objetivo, con el fin de ajustar á ellas los diafragmas, basta tener en cuenta que el espectro de Fraunhofer

(1) La Casa Zeiss proporciona esa pieza accesoria, que puede emplearse con cualquier microscopio, y es la que figura con la denominación: *Núm. 158. Diffraktionsapparat*, en el Catálogo de 1906, *Mikroskope und mikroskopische Hilfsapparate* (Mk. 20). Con ella va un juego de ocho diafragmas, cuyas aberturas están calculadas para obtener con las plaquitas de difracción *(Núm. 158 Diffraktionsplatte, Mk. 8)* y el objetivo acromático **aa**, los notables efectos que se describirán más adelante. Este material se empleó en las lecciones dadas en el Museo de Ciencias Naturales, no limitando las experiencias al objetivo **aa**, pues con otros objetivos, y especialmente con el apocromático 16 milímetros se obtienen también, con los mismos diafragmas, sorprendentes cambios en la imagen. Por otra parte, es sumamente fácil arreglar diafragmas para producir con un objetivo dado cambios en la imagen determinados *à priori*.

que se forma en el plano focal posterior del objetivo constituye la «imagen directa» que hemos descrito en los §§ **67** y **68** y, por lo tanto, llamando d á esas distancias, su expresión será la siguiente:

$$d = f_1 \times sen\, v_k = f_1 \times k \frac{\lambda}{e},$$

en la cual k representa el número de orden del máximo que se considere. Para el objetivo Zeiss **aa** de 26 mm. de distancia focal y de 0.17 de apertura numérica, las distancias centrales de los primeros máximos de 2.° orden correspondientes á los distintos valores de λ comprendidos entre $\lambda = 434\ \mu\mu$ y $\lambda = 766\ \mu$, que marcan los límites de visibilidad del espectro, son los siguientes:

$\lambda_{A'} = 766\ \mu\mu$;	$d = 1.2454$ mm.	$\lambda_{Hg} = 146\ \mu\mu$;	$d = 0.8860$ mm.
$\lambda_C = 656\ \mu\mu$;	$d = 1.0660$ mm.	$\lambda_F = 486\ \mu\mu$;	$d = 0.7878$ mm.
$\lambda_D = 589\ \mu\mu$;	$d = 0.9568$ mm.	$\lambda_{G'} = 434\ \mu\mu$;	$d = 0.7050$ mm.

Multiplicando estos números por 2, 3, 4..... se tendrán las distancias centrales del segundo, tercero, cuarto máximos de 2.° orden, y como el diámetro de la abertura del objetivo $(2 \times 26 \times 0.17)$ es de 8.84 mm., sólo podrán penetrar en ella, como límite, el cuarto máximo correspondiente á la longitud de onda de la raya C (rojo), y el quinto correspondiente á la raya F (azul). Con iluminación central obtenida por medio de un estrecho haz de rayos axiles, un diafragma de abertura circular de 1.4 mm. de diámetro no permitirá el paso de ninguno de los rayos difractados de longitud de onda superior á la de la raya G' del extremo violeta.

Para que el espectro sea visible es preciso iluminar el rayado con un haz de luz muy estrecho, y á esa exigencia obedece la necesidad de colocar un diafragma con una abertura muy pequeña en la platina del condensador, ó bien la de que el manantial de luz sea de dimensión angular muy reducida, pues de otro modo, como cada elemento de la superficie iluminante produce un espectro elemental (§ **65**), se forman una multitud de espectros elementales cuyas posiciones difieren tanto más unas de otras cuanto mayor sea la extensión angu-

lar de la superficie iluminante, y el resultado de la superposición de todos esos espectros en la abertura del objetivo, á pesar de mantenerse independientes entre si puesto que están formados por radiaciones incoherentes, es una iluminación blanca uniforme, porque el ojo humano es incapaz de distinguir separadamente imágenes de distintos colores, cuando se le presentan sobrepuestas unas á otras. Pero si es una necesidad la existencia del diafragma delante del espejo para que los espectros de Fraunhofer sean visibles, no lo es en modo alguno para que puedan observarse, en la imagen final microscópica, los cambios y modificaciones que en ella se producen cuando se coloca un diafragma en el plano focal posterior del objetivo con el fin de suprimir la acción de determinadas porciones del espectro, siempre que se tenga en cuenta, al ajustar las dimensiones de dicho diafragma, que á la formación de la imagen deben concurrir lo mismo los rayos axiles que los de máxima inclinación que partan de los bordes de la superficie iluminante y llenen toda la abertura del objetivo. Así, por ejemplo, en la experiencia que se describirá más adelante, de borrar las líneas del rayado reduciendo la abertura del objetivo por medio de un diafragma colocado en su plano focal posterior, si calculamos el diámetro d de la abertura que dicho diafragma ha de tener para ello por medio de la fórmula de resolución con iluminación central (§ **75**), tendremos:

$$d = 2 . f_1^* . \frac{\lambda}{e} .$$

Resolviendo esa expresión para la longitud de onda correspondiente al extremo violeta del espectro visible, desaparecerán las rayas de la imagen cuando se ilumine el rayado con un haz de luz central muy estrecho—el producido, por ejemplo, por el diafragma de 0.5 mm., colocado delante del espejo—, pues en esas condiciones, todo el espectro de Fraunhofer, excepto el máximo de 1.er orden, estará puesto fuera de acción por el diafragma colocado en el plano focal del objetivo; mas si de pronto se cambia la iluminación, dejando descubierta toda la superficie del espejo, las líneas aparecerán de nuevo en la imagen, porque la abertura del diafragma dejará pasar el máximo de 1.er orden y uno de los pri-

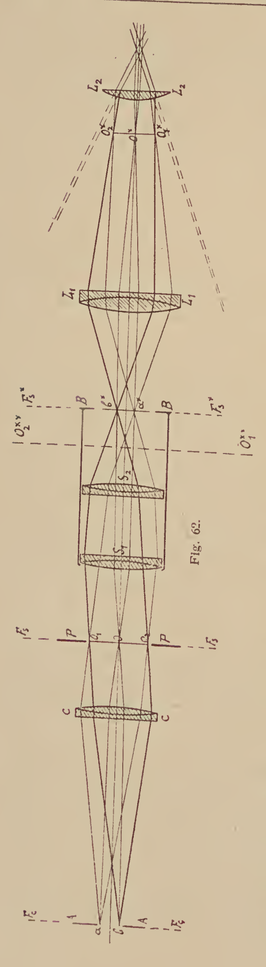
meros máximos de 2.° orden correspondientes á los espectros elementales producidos por los rayos iluminantes de inclinación máxima cuya entrada permita el objetivo. Para que en ningún caso puedan penetrar por la abertura del diafragma dos máximos á la vez, pertenecientes á un mismo espectro elemental, es preciso que su diámetro esté determinado por la fórmula

$$d = f_1^* \cdot \frac{\lambda}{e},$$

que se refiere á la iluminación oblicua, y entonces, sea la que fuere la extensión angular del cono de rayos iluminantes, la imagen del rayado se presentará siempre con las líneas borradas (1).

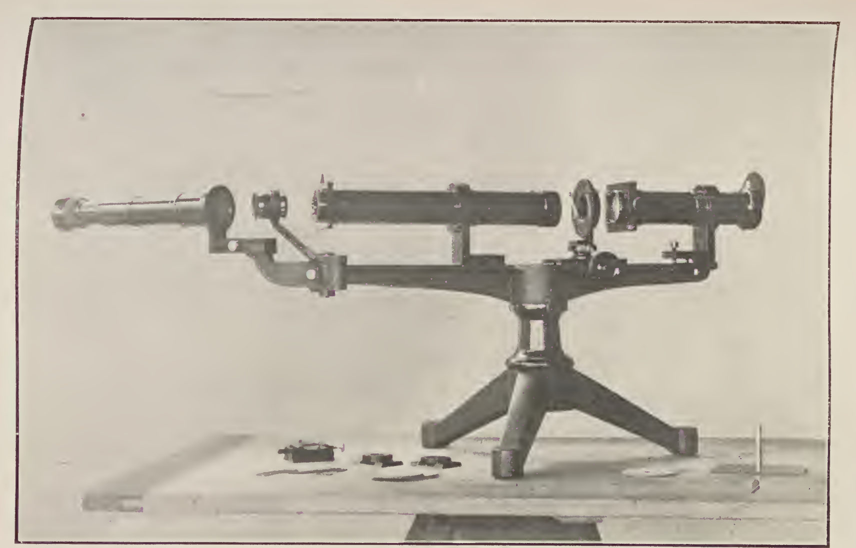
85. Observaciones con el microscopio especial para demostrar la dependencia entre la imagen y los fenómenos de difracción que produce el objeto.—Una forma especial de microscopio que ofrece grandes ventajas para estudiar la génesis de la imagen, porque hace asequible á las manos del observador el espectro de Fraunhofer que se forma en el plano focal del objetivo y permite, por lo tanto, que todas las manipulaciones necesarias para la admisión ó supresión de los rayos difractados se lleven á efecto con gran facilidad, es la que ideó el Profesor Abbe para repetir, ante la Real Sociedad de Microscopiá de Londres, las experiencias fundamentales que constituyen la base experimental de su teoría. Un aparato análogo, algo más perfeccionado y construido ex profeso en los talleres de C. Zeiss para las demostraciones del curso dado en el Museo de Ciencias Naturales

(1) Téngase en cuenta que cuando se coloca un diafragma en el plano focal posterior del objetivo, su diámetro es el que determina la abertura real del objetivo, y que en las fórmulas de resolución del § **75**, el ángulo de abertura u debe, en este caso, ser el nuevo ángulo de abertura correspondiente al diafragma. En la «imagen directa», las distancias axiles de los máximos cuyos ángulos de desviación sean v_1, v_2..... son: f_1^* *sen* v_1, f_1^* *sen* v_2..... y, por lo tanto, con iluminación central, $2 f_1$ *sen* v_1 es la distancia que separa los dos primeros máximos de 2.° orden, y f_1 *sen* v_1 es la distancia que separa el rayo directo de uno de los dos primeros máximos de 2.° orden.


Fig. 62.

de Madrid—cuyo resumen es el objeto de este libro—, está representado en la *lámina II*. En realidad, ese aparato no es otra cosa que un microscopio de muy pequeño aumento, destinado exclusivamente á facilitar la demostración de las conexiones que existen entre los fenómenos de difracción y la imagen del objeto.

Según se ve en la *lámina II* y en la *figura 62*, el «microscopio especial» está dispuesto horizontalmente sobre un sólido trípode. El aparato de iluminación consiste en un tubo de unos 15 cm. de longitud, que lleva en su extremidad *A* un diafragma con varias aberturas circulares de 10 á 0.5 milímetros de diámetro, las cuales pueden, sucesivamente, colocarse en su eje, y además un diafragma centrado con abertura de bordes lineales, cuyo ancho se regula á voluntad por medio de una pequeña palanquita. En la otra extremidad del tubo se halla una lente acromática *C*, cuyo plano focal coincide con el plano de los diafragmas, y de esta manera los rayos iluminantes salen formando haces paralelos ó, lo que es lo mismo, las aberturas del diafragma se trasladan virtualmente á una distancia infinita. Esta lente colimadora tiene un mo-



Aparato del Prof. Abbe para demostrar la influencia de la difracción en la formación de la imagen.


BIBLIOTECA PROVINCIAL Y UNIVERSITARIA
SEVILLA

vimiento lateral, por medio de un tornillo, que la permite separarse del eje del tubo y realizar así la iluminación central ú oblicua, según convenga. La platina PP, en donde se coloca el objeto, se mueve á lo largo del eje del aparato, y gira también alrededor de su eje vertical, de modo que su plano, siempre vertical, puede colocarse perpendicular ó inclinado con respecto al eje del instrumento.

El sistema óptico, que constituye el microscopio propiamente dicho, se compone de un objetivo ($S_1 + S_1$), de unos 20 centímetros de distancia focal, y de un pequeño telescopio ($L_1 + L_2$), que aumenta cinco veces, y se realiza así materialmente la composición hipotética que nos ha servido en el § **15** del Capítulo III para deslindar la acción puramente objetiva ó focal de la acción ocular ó del aumento. El objetivo forma una imagen del objeto situada á infinita distancia, la cual se ve aumentada mirando por el pequeño telescopio. El objetivo consta de dos lentes $S_1 S_1$ acromáticas de 24 centímetros de longitud focal, separadas por un espacio de 20 centímetros, de cuya combinación resulta un sistema convergente con los planos focales exteriores, situados á la distancia de unos 34 mm. de las dos lentes componentes (1). Todo el sistema objetivo está contenido en un tubo de 23 cm. de longitud, cuya extremidad posterior B, que coincide con el plano focal posterior F_s^*, lleva una disposición conveniente para que en ella pueda adaptarse un diafragma iris y los diafragmas de diversas formas y dimensiones destinados á impedir el paso de los rayos que parten de determinados máximos del espectro de Fraunhofer, y además otros aparatos que se describirán más adelante al tratar de las experiencias especiales á que están destinados. En esa extremidad B del tubo objetivo es en donde se forma el espectro de difracción producido por el objeto, cuyo examen se hace con gran facilidad por medio de una lente que queda colocada delante de él con sólo

(1) La combinación de las dos lentes así dispuestas produce un sistema objetivo de muy pequeño aumento (× 1.25), cuyos dos planos focales están separados por una distancia de 30 cm. en vez de 40 que distarían los de una lente simple de igual distancia focal. Las constantes ópticas de esta combinación, así como la separación de los planos focales de las superficies exteriores de las dos lentes componentes, se determinan fácilmente por medio de las fórmulas del § **15** de la Adición A.

hacer girar el brazo en que está montada. Otro brazo análogo y dispuesto simétricamente lleva el pequeño anteojo, y así con suma comodidad se pasa de la observación de la imagen del objeto, á la del espectro que la produce. El anteojo aumenta unas cinco veces, y el ángulo de abertura del objetivo del microscopio, determinado por el mayor diámetro del diafragma iris colocado en su plano focal posterior F_s^*, es de 5°.

En la *figura 62* está representada la marcha dióptrica de los rayos, en el supuesto de que el objeto no ejerciera ninguna acción difractiva. Los rayos que parten de un punto cualquiera a de la abertura del diafragma del aparato de iluminación, por coincidir ésta con el plano focal de la lente C, salen paralelos, atraviesan el objeto O colocado en la platina PP y penetran, paralelos también, en el objetivo S_1S_2, reuniéndose luego en el punto a^* de su plano focal posterior F_s^*. Los rayos que parten del punto b se reunen del mismo modo en b^*, y así a^*b^* representa la imagen de la abertura del diafragma AA formada en el plano focal posterior del objetivo S_1S_2. Pero los distintos haces de rayos que salen paralelos de la lente C se cruzan en el plano del objeto O, y es como si partieran de sus distintos puntos. Del punto O_1, por ejemplo, parte un cono de rayos divergentes, y en tal forma penetran en el objetivo S_1S_2; mas, por coincidir su plano focal con el del objeto, salen de él transformados en haces paralelos, de modo que, para el anteojo L_1L_2, es lo mismo que si partieran de un punto situado á infinita distancia y, por lo tanto, forma con ellos primero en O_1^* y después en O_1^{**} una imagen, que es la imagen del punto O_1 del objeto. Igual sucede con los rayos que se cruzan en otros puntos del plano O, y así podemos decir que el anteojo L_1L_2 forma una imagen del objeto O trasladado virtualmente á infinita distancia por la acción focal del objetivo S_1S_2. Existen, según esto, dos sistemas de reuniones homocéntricas: 1.°, la de los rayos que parten de la abertura del diafragma AA y se reunen homocéntricamente en el plano focal F_s^* del objetivo, conjugado del diafragma con relación á los sistemas $(C + S_1S_2)$, y 2.°, la de los rayos que se cruzan en el plano del objeto y que después de salir paralelos del objetivo S_1S_2 el telescopio L_1L_2 los reune en el plano de la imagen final $O_1^{**}O_2^{**}$. Todos estos rayos pueden seguirse

dióptricamente de un modo continuo desde la abertura del diafragma AA al plano de la imagen $O_1^{**}O_2^{**}$.

Teniendo en cuenta ahora la propagación física de los rayos luminosos, vemos que los haces de rayos que parten homocéntricos de los distintos puntos de la abertura del diafragma y salen paralelos de la lente C, al atravesar el objeto sufren los efectos de la difracción; y si suponemos, como á ejemplo, que el objeto O es un rayado de líneas paralelas, cada haz se descompondrá en varios hacecillos de rayos paralelos también — el máximo principal y los máximos de 2.° orden—, cada uno de los cuales tendrá su reunión focal en el plano focal posterior $F_s^* F_s^*$ del objetivo $S_1 S_2$, de modo que cada elemento de la superficie iluminante ab producirá un espectro elemental de Fraunhofer, y la reunión de todos ellos será la «imagen directa» $a^* b^*$. Cada elemento de esa imagen es un centro de vibración del que parten ondas esféricas que son recogidas por el objetivo L_1 del anteojo, y la distribución luminosa que por el procedimiento de las interferencias dan lugar esas ondas en el plano $O_2^* O_1^*$ será la imagen del objeto O, bien entendido que, lo mismo que en el caso del microscopio ordinario, sólo interfieren entre sí las ondas que son coherentes, es decir, las que partan de los distintos puntos de un mismo espectro elemental. Así, pues, la distribución de luz producida en el plano $O_2^* O_1^*$, conjugado del objeto O, depende única y exclusivamente del espectro formado en $a^* b^*$ y, por lo tanto, toda modificación introducida en ese espectro llevará necesariamente consigo un cambio consiguiente de la imagen.

Los objetos más á propósito para hacer las experiencias con el «microscopio especial» son también rayados de las distintas formas que se describirán más adelante y, debido al poco aumento del objetivo, basta con que sean reproducciones fotográficas obtenidas sobre plaquitas de cristal. Para iluminar la abertura del diafragma se coloca delante de ella la llama de una lámpara de petróleo ó una superficie blanca bien iluminada; y fuera de los casos en que se dirá especialmente, un cristal rojo rubí dará una luz suficientemente monocromática para todas aquellas experiencias en que convenga emplearla.

CAPÍTULO II.

Descripción de algunas experiencias.

86. EXPERIENCIAS CON LOS RAYADOS ARTIFICIALES.—Descritos ya en los párrafos anteriores los espectros que producen los rayados y el modo de observarlos, lo mismo con el microscopio ordinario que con el «microscopio especial», no se ofrecerá dificultad alguna para realizar é interpretar debidamente las siguientes experiencias que sirven de complemento y constituyen, por decirlo así, la base experimental de la teoría de la formación de la imagen tal como queda expuesta en la Segunda Parte de este libro. La ley general de que toda modificación en la «imagen primaria» se traduce en un cambio correspondiente de la «imagen microscópica» que la aleja cada vez más de la «imagen verdadera semejante al objeto», encuentra la comprobación más palmaria en los rayados cruzados, cuyas imágenes, obliterando distintas porciones del espectro por medio de diafragmas convenientes, se transforman de un modo indefinido y tan sorprendente, que sería de todo punto imposible reconocer por ellas el objeto de que proceden. Mas de la mayoría de esas experiencias, á pesar de ser tan notables, no nos ocuparemos aquí, porque los fenómenos que en ellas se producen son de un orden demasiado complicado y no es posible explicarlos en el sentido de relacionar de algún modo, aunque fuese vagamente, las variaciones

de la imagen con las del espectro que la produce (1), y nos limitaremos tan sólo á describir unas cuantas escogidas entre las más sencillas y fundamentales, presentándolas á continuación de un modo ordenado, para demostrar los siguientes fundamentos de la teoría expuesta:

A.—*Cuando en la «imagen directa» no figura más que uno solo de los máximos del espectro que es capaz de producir el objeto, ya sea el máximo principal ó uno de los de 2.º orden, no hay imagen microscópica; para que ésta se produzca es preciso que á su formación concurran, por lo menos, dos máximos.*

1.º Iluminando cualquiera de los rayados *A*, *B* ó *C* (*figura 58*) con un haz de rayos centrales muy estrecho, aparece uno de los espectros representados esquemáticamente en las *figuras 59, 60 y 61;* y ajustando un diafragma circular ó el diafragma iris del «microscopio especial», de modo que sus bordes sean tangentes á la porción violeta de los primeros máximos de 2.º orden, en cuyo caso tan sólo tendrán entrada los rayos que proceden del máximo principal, no se forma imagen y el campo aparece todo él uniformemente iluminado. Abriendo luego el diafragma, la imagen aparecerá, más ó menos verdadera, desde el momento que tengan entrada uno ó más máximos de 2.º orden. Con el mismo diámetro del diafragma que con la iluminación central por medio de un estrecho haz de rayos no se forma imagen, puede ésta formarse con iluminación oblicua, pues entonces, con la misma abertura, podrá penetrar el máximo principal y uno ó varios de los máximos de 2.º orden que están más próximos á él. Para convencerse de ello basta mover lateralmente la lente *C* del «microscopio especial» ó la platina del condensador Abbe que contiene el diafragma de abertura estrecha, y se verá en la «imagen directa», que cuando el máximo principal ocupa el extremo de uno de sus diámetros, tienen en ella además ca-

(1) Numerosas experiencias de ese género se hicieron en las lecciones dadas en el Museo de Ciencias Naturales. Con cualquiera de los rayados cruzados se obtienen una serie indefinida de imágenes diferentes análogas á las imágenes de las esculturas de las valvas de las Diatomeas, cuyo carácter común sólo consiste en que un mismo «elemento de dibujo» se repite ordenado según líneas paralelas que se cruzan perpendicularmente ó bajo un ángulo de 60º.

bida uno ó varios de los primeros máximos de 2.° orden. El mismo resultado se obtiene iluminando el objeto con un ancho cono de rayos que llene toda la abertura del objetivo.

2.° Esta misma experiencia es mucho más demostrativa sirviéndose del rayado *A (fig. 58)* y de un diafragma de abertura rectangular. Si el ancho de dicha abertura es igual á la distancia que media entre los bordes externos (rojos) de los dos primeros máximos de 2.° orden $a_1 a_1$ del espectro correspondiente á la mitad superior del rayado, cuando el diafragma se encuentre en la posición *A (fig. 63)* sólo permitirá la entrada del máximo principal del espectro de la mitad inferior del rayado, pues sus dos primeros máximos de 2.° orden b_1 y b_1 estarán excluídos. En estas condiciones no se formará imagen de las líneas de la mitad inferior y sí solamente de las de la mitad superior, tal como se representa en la *figura 64*. Si se hace girar luego el diafragma hasta que ocupe la posición *B*, reaparecerán las líneas en la mitad inferior, porque entonces tienen entrada los dos máximos b_1 y b_1. Las condiciones ópticas del objetivo en las dos posiciones del diafragma son exactamente las mismas y, por lo tanto, no podemos atribuir la falta de la imagen á otra causa que á la supresión de los máximos de 2.° orden b_1, b_1. Si el ancho del diafragma fuese tan sólo el de la distancia que media entre los bordes internos (violeta) de los dos máximos a_1 y a_1, dichos máximos quedarían excluídos, y en la posición *A* del diafragma no se formaría imagen de las rayas ni en la mitad superior ni en la inferior. Girando el diafragma hasta la posición *B*, reaparecería la imagen de las dos mitades del rayado. Borrada la imagen en la posición *A* del diafragma, basta para hacerla aparecer de nuevo iluminar el objeto oblicuamente con el mismo haz

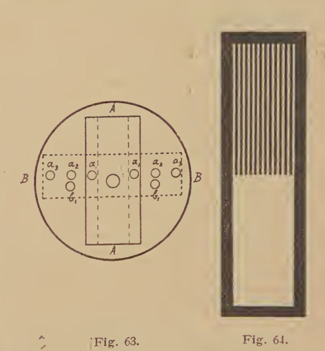


Fig. 63.

Fig. 64.

estrecho de rayos, é igual resultado se obtiene con luz central substituyendo el hacecillo estrecho por un ancho cono iluminante que llene toda la abertura del objetivo. La reaparición de la imagen en estos dos últimos casos tiene la explicación siguiente: con un estrecho haz de rayos centrales, á causa de la simetría del espectro, basta ajustar el diafragma de modo que sus bordes sean tangentes á los extremos violetas de los dos primeros máximos de 2.º orden a_1, a_1 *(fig. 63)* para que queden éstos excluídos y sólo tenga entrada el máximo principal. En este caso, el diámetro de la abertura será igual á $2 f_1^* \frac{\lambda_v}{e_1}$, siendo λ_v la longitud de onda de los rayos violeta y e_1 la constante de la mitad superior del rayado *A* de la *figura 58*. Este ancho de la abertura, que basta para borrar la imagen, representa el doble de la distancia entre dos máximos consecutivos y, por lo tanto, con iluminación oblicua, dentro de esa misma abertura, podrán penetrar dos máximos y se formará imagen (véase el § **75** referente al «poder de resolución»). Si á la abertura del diafragma se le hubiese dado desde el principio un ancho la mitad menor del estrictamente necesario para borrar la imagen con la iluminación producida por el estrecho haz de rayos axiles, la imagen no volvería á aparecer con la iluminación oblicua, puesto que con ese ancho no es ya posible que penetren, en ningún caso, dos máximos á la vez (1).

Estas experiencias—que pueden repetirse con una porción de variantes, siempre con el mismo resultado—comprueban

(1) Hay que tener presente, para no sufrir alguna decepción al repetir estas experiencias, que, según hemos visto al estudiar el espectro producido por un rayado de líneas paralelas en el § **83**, los máximos, á partir del tercero, se sobreponen unos á otros en una extensión tanto mayor cuanto más elevado sea su orden. Así, pues, una anchura de diafragma que sólo dejará pasar radiaciones correspondientes á uno solo de los máximos centrales, podrá dejar paso á radiaciones pertenecientes á dos ó más máximos periféricos, que pueden ser del mismo color é interferir entre sí, y producir, por lo tanto, imagen. En este caso, como las imágenes no están producidas por máximos enteros que contienen radiaciones de todos los colores, cuya reunión produce luz blanca, se presentan de color: comúnmente de color de la gama azul ó rojo amarillento. A esta causa creo debe atribuirse la coloración de la imagen con iluminación exageradamente oblicua

claramente lo que antes hemos deducido por la teoría, esto es, que la génesis de la imagen sólo tiene lugar desde el momento que concurren á ella dos máximos; mas la imagen formada en estas condiciones dista mucho de ser una imagen verdadera del objeto. Admitiendo el máximo principal y los dos primeros máximos de 2.° orden a_1 y a_1 contiguos á él *(fig. 63)*, como ha sido el caso en la experiencia anterior, la imagen *(figura 64)* sólo es verdadera en cuanto al número de líneas que representa; pero es falsa en cuanto á su grueso y en cuanto á las relaciones de espesor entre ella y los espacios interlineales obscuros, pues las líneas claras y las bandas obscuras presentan el mismo grueso en la imagen, siendo así que en el verdadero rayado que ha servido de objeto, *A* de la *figura 58*, las líneas transparentes son muy finas comparadas con las bandas obscuras. La explicación de esa falsedad la encontramos en la ley cuya demostración experimental es el objeto de las experiencias que se describen en el grupo siguiente, puesto que en el espectro de un rayado cuyas bandas claras y obscuras tengan el mismo espesor, faltan los máximos de orden par (1) y, por lo tanto, admitiendo sólo el máximo principal y los dos primeros de 2.° orden, atendiendo á que el tercero, quinto..... máximos tienen ya relativamente poca intensidad, la porción del espectro admitida para formar la imagen se parece más al espectro de un rayado cuyos gruesos de líneas y de espacios interlineales sea el mismo, que al espectro del verdadero rayado que se observa.

B.—*Cuando en la «imagen directa» figura todo el espectro de intensidad sensible que el objeto es capaz de producir, la imagen microscópica es una imagen verdadera. En todos los demás casos la imagen será más ó menos falsa, y representará la imagen verdadera de otro objeto diferente del que se observa, cuyo espectro completo fuese igual á la porción del espectro que se admite para formar la «imagen directa». Y de esto se deduce que:*

α) *Con porciones diferentes del espectro de un mismo objeto, se obtendrán imágenes falsas diferentes entre sí y, por lo tanto, á un mismo objeto pueden corresponderle varias imágenes.*

3.° En la «imagen directa» de un rayado de líneas paralelas, las distancias centrales del primero, segundo, terce-

(1) Véase la Adición *E*.

ro..... máximos de 2.° orden están determinadas por las siguientes expresiones, según lo que hemos visto en los §§ **63** y **67**:

$$f^*_1 . sen\ v_1 = f^*_1 \frac{\lambda}{e}; \ f^*_1 . sen\ v_2 = 2 . f^*_1 \frac{\lambda}{e};$$

$$f^*_1 . sen\ v_3 = 3 . f^*_1 \frac{\lambda}{e} .....;$$

y de ellas se deduce que si un rayado B tiene una constante e_2 la mitad menor que la constante e_1 de otro rayado A, los máximos primero, segundo, tercero..... del rayado B coincidirán en posición con los máximos segundo, cuarto, sexto..... del rayado A. Así, pues, si en la «imagen directa» del rayado A suprimimos los máximos primero, tercero, quinto..... las «imágenes directas de los dos rayados A y B serán iguales, y la imagen final microscópica del rayado A que se observa será igual á la que produciría el rayado B. Por ejemplo: si el rayado A tiene 50 líneas por milímetro, la imagen corresponderá á un rayado que tuviese 100, esto es, el número de líneas de la imagen formada por la totalidad del espectro será la mitad del número de líneas que se encuentran en la imagen después de haber suprimido los máximos primero, tercero, quinto..... Experimentalmente puede comprobarse esa deducción teórica de la siguiente manera: Después de enfocar el rayado A de la plaquita de Abbe *(fig. 58)*, en la «imagen directa» aparecen los máximos de 2.° orden dispuestos de la manera que se ha descrito en el § **83**, y está representada en la *figura 59*. El máximo a_2 coincide con el b_1; el a_4 con el b_2, etcétera, etc. Si colocamos sobre la «imagen directa» un diafragma con tres aberturas rectangulares *(fig. 65)*, una central y dos laterales, colocadas estas últimas á una distancia del centro que permita pasar tan sólo los dos máximos a_2 y b_1 á ambos lados del máximo principal, tendremos que para formar la imagen microscópica contribuirán el máximo principal correspondiente á las dos mitades superior é inferior del rayado, los dos segundos máximos a_2 y a_2 correspondientes á la mitad superior, y los dos primeros b_1 y b_1 correspondientes á la mitad inferior coincidentes con los anteriores, puesto que la equidistancia e_2 es la mitad de la equidistancia e_1. En estas

condiciones no debe haber diferencia entre las imágenes de las mitades superior é inferior del rayado, puesto que intervienen en su formación porciones iguales del espectro de Fraunhofer que cada una de ellas produce. Y así sucede, efectivamente, pues la imagen del rayado *A* aparece tal como se representa en la *figura 66*, esto es, totalmente borrada en ella la diferencia entre sus dos mitades, para lo cual ha sido preciso que el número de líneas de la mitad superior haya duplicado. Si se hace girar luego el diafragma hasta colocarle en la posición *B* (*figura 65*), de nuevo aparecen en la imagen las diferencias entre las dos mitades del rayado, puesto que así las porciones de los dos espectros admitidas para formarla son distintas y las propias de cada mitad. En esta experiencia, después de ajustadas las aberturas del diafragma del modo dicho, puede iluminarse el rayado con un ancho cono de luz ó por medio de rayos oblicuos, sin que la imagen experimente cambio alguno, pues nunca podrán penetrar dos máximos consecutivos correspondientes á la mitad superior del rayado *A*.

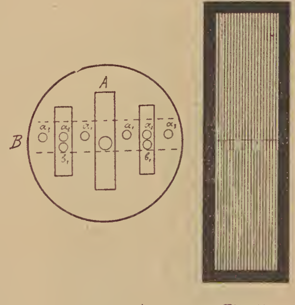


Fig. 65. Fig. 66.

De un modo general puede decirse que siempre que para formar la imagen de un rayado de líneas paralelas sólo se admita el máximo principal y dos laterales de orden $m^{ésimo}$, se obtendrá una imagen verdadera únicamente en el sentido de que representará un rayado de líneas paralelas, pero completamente falsa en cuanto al número de líneas, pues si éste es de N en el objeto, en la imagen será de mN. Si suprimiéramos el máximo principal, dejando sólo en actividad dos laterales de orden $m^{ésimo}$, se formaría igualmente una imagen en iguales condiciones de verdad y de falsedad que anteriormente, pero el número de líneas sería en este caso de $2.mN$, porque los máximos admitidos es-

tarían entre si á doble distancia que cuando se admitía también el máximo principal. Por consideraciones puramente teóricas y del dominio exclusivo de la óptica matemática, se llega á iguales conclusiones (1).

4.° Análoga á la experiencia anterior es la que puede hacerse con una de las plaquitas de difracción que acompañan al microscopio especial, cuya disposición está representada en *A* de la *figura* 67. La relación entre el ancho de las bandas claras y de las barras obscuras es como 2:1 en la mitad superior, y como 1:2 en la mitad inferior; y la constante del rayado e_2 de esa mitad es el duplo de la constante e_1 de la mitad superior. En estas circunstancias los máximos de 2.° orden producidos por la mitad superior estarán á doble distancia de los producidos por la mitad inferior, según está representado muy esquemáticamente en *C* y, además, debido á la relación de 2:1 ó de 1:2 que guardan los anchos de las barras con los de las bandas, en ambos espectros faltarán los terceros, sextos..... máximos de 2.° orden (véase Adición *E*). Cerrando el diafragma iris de la platina *BB* del microscopio especial *(fig. 62)* hasta que sólo penetren en el objetivo los máximos 2, 2 y 4′, 4′, y tapando por medio de un diafragma de for-

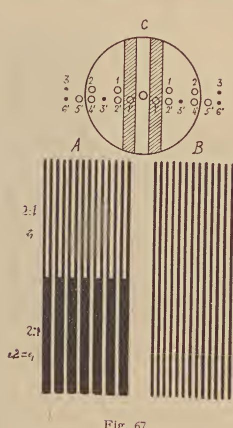


Fig. 67.

(1) En el Capítulo IV del libro de O. Lummer y F. Reiche, *Die Lehre von der Bildentstehung in Mikroskop von E. Abbe* (Brunswick, 1910), se examinan, bajo el punto de vista puramente óptico-matemático, los tres casos objeto de las experiencias 1.ª, 2.ª y 3.ª, esto es: sólo en actividad el máximo principal; el máximo principal y los dos primeros máximos de 2.° orden, y sólo dos máximos de orden *mésimo* á ambos lados del máximo principal, y los resultados son idénticos á los que hemos consignado. Ese Capítulo IV del libro de Lummer es un resumen de la Memoria de doctorado de M. Wolfke (Breslau, 1910).

ma apropiada los dos máximos 1′, 1′, quedarán igualados los dos espectros, esto es, por medio de la obliteración producida en el espectro de la mitad inferior, estará igualado éste al de la mitad superior. En estas condiciones la imagen será la que se representa en *B*, verdadera en cuanto se refiere á la mitad superior del rayado, puesto que para formarla se ha admitido su espectro íntegro, y falsa con relación á la mitad inferior, porque sólo ha intervenido en ella una porción obliterada de su espectro.

5.° Imágenes diferentes y del todo falsas se producen en los rayados *B* y *C* de la *figura 58.* La disposición de sus máximos en la «imagen directa» la hemos estudiado en el § **83**, *figuras 60 y 61,* y por medio de un diafragma de abertura suficientemente estrecha es fácil aislar las distintas hiladas en que están ordenados, haciendo así una especie de disección del espectro con el fin de comprobar la ley general de que cuando no se admite todo el espectro que es capaz de producir el objeto, la imagen es más ó menos falsa con respecto al objeto que se observa, y corresponde á la imagen verdadera de un objeto ficticio cuyo espectro total fuese aquella porción que deja pasar el diafragma.

Aislados los distintos máximos que figuran en la «imagen directa» en hiladas lineales, de modo que cada una de ellas contenga en su centro el máximo principal, y á ambos lados y equidistantes, los máximos de 2.° orden, tenemos que cada una de esas hiladas de máximos corresponde al espectro total que produciría un rayado de líneas paralelas cuya equidistancia *e* fuese inversamente proporcional á la distancia entre los máximos, y cuya dirección fuese perpendicular á la dirección de la hilada que se considere (§ **83**, *fig. 59).* Tomemos primero el rayado *C (fig. 58)* formado por dos series de líneas paralelas que se cruzan bajo un ángulo de 60°, y aislemos por medio de un diafragma de abertura rectangular la hilada de máximos $a_1\,a_1\,a_2\,a_2$, tal como se representa en la *figura 68.* En estas condiciones, la imagen *A* sólo contendrá una serie de líneas paralelas y muy finas perpendiculares á la dirección $a_1\,a_1$, puesto que para formarla sólo utilizamos el espectro que produciría uno de los dos rayados que componen la plaquita. Haciendo girar el diafragma hasta que su abertura se coloque en la dirección $b_1\,b_1\,b_2\,b_2$, la imagen *B* será la del otro rayado

componente de la plaquita, y cuando deje pasar únicamente los máximos $c_1 c_1 c_2 c_2$, la imagen será la representada en C. En estas tres posiciones del diafragma las líneas tendrán la misma equidistancia e, puesto que los máximos están igualmente espaciados. En la posición intermedia entre $a_1 a_1$ y $b_1 b_1$, el diafragma dejará pasar, además del máximo principal, los dos primeros máximos de 2.° orden $e_1 e_1$, y la imagen E co-

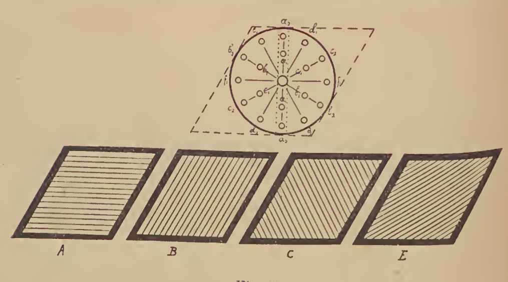


Fig. 68.

rresponderá á un rayado, perpendicular á esa dirección, cuya equidistancia en vez de ser e fuese $e : \sqrt{3}$, puesto que la distancia entre los máximos, según hemos visto en el § **83**, es $e \times \sqrt{3}$. Además, las rayas no serán m u y f i n a s con respecto á los espacios interlineales obscuros, sino que tendrán su mismo ancho por las razones dichas en la experiencia 2.ª (1). Igual sucederá en las posiciones del diafragma correspondientes á $d_1 d_1$ y $f_1 f_1$, de modo que, en resumen, durante un giro completo, habrá seis posiciones en las cuales la imagen presente una serie de líneas paralelas, tres de equidistancia e y otras tres de equidistancia $e : \sqrt{3}$; las primeras, perpendiculares á las direcciones de los máximos $a_1 a_1$, $b_1 b_1$ y $c_1 c_1$, y las segundas, á los máximos $d_1 d_1$, $e_1 e_1$ y $f_1 f_1$. En las posiciones

(1) Esto en el caso que representa la *figura 68*, de que la abertura del objetivo sólo permita la entrada de los dos primeros máximos de 2.° orden, pues si la abertura fuese mayor y fuesen varios los máximos que penetrasen en ella, las líneas claras dejarían de tener el mismo ancho que los espacios interlineales obscuros.

intermedias la abertura del diafragma permite el paso, más ó menos completo, de máximos pertenecientes á varias hiladas, y el resultado se traduce en la imagen en que las líneas continuas se disgregan en una serie de trazos paralelos, que giran alrededor de su centro hasta colocarse otra vez formando una sola línea cuando la abertura del diafragma coincide de nuevo con una hilada de máximos.

Análogos resultados se obtienen con el rayado *B (fig. 58)* de las plaquitas de Abbe. En las posiciones del diafragma que permite el paso de las hiladas de máximos $a_1 a_1$ y $b_1 b_1$, la imagen presenta las dos series de líneas paralelas y perpendiculares entre sí, *A* y *B (fig. 69)*, de equidistancia e. En las

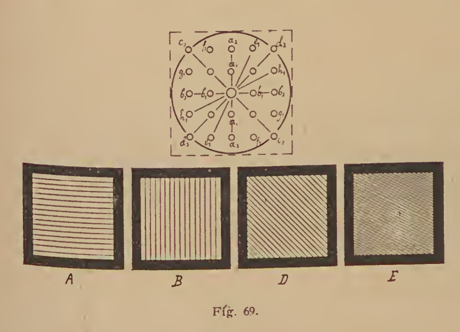


Fig. 69.

dos posiciones $c_1 c_1$ y $d_1 d_1$, las líneas son diagonales y su equidistancia es $e : \sqrt{2}$, y en las posiciones $e_1 e_1$, $f_1 f_1$, $g_1 g_1$ y $h_1 h_1$, la equidistancia de las líneas es $e : \sqrt{5}$.

Empleando otros diafragmas de formas convenientes, se obtienen con estas plaquitas de Abbe imágenes en extremo variadas, que reproducen toda la rica ornamentación que el microscopio revela en las valvas de las Diatomeas, y otra multitud interminable de dibujos sin más nexo con la verdadera estructura del rayado que el de estar formados por elementos dispuestos en hiladas que se cruzan perpendicularmente ó bajo un ángulo de 60°. La explicación individual de cada una de estas variaciones de la imagen, ó sea el análisis de los elementos del fenómeno con el fin de poner en claro,

en cada caso particular, el nexo que une la imagen á la porción del espectro que se emplea para formarla, constituye un problema dificilísimo que hasta el presente sólo se ha resuelto para algunos casos muy sencillos, tales como los que son objeto de las experiencias antes descritas, y de las que á continuación se describirán.

6) *Con porciones iguales de espectros que en su totalidad sean diferentes, se obtienen* IMÁGENES FALSAS *iguales entre sí y, por lo tanto, una misma imagen puede corresponder á objetos diferentes.*

6.° Las dos mitades del rayado que representa la *figura 70* son iguales. El ancho de las bandas claras es igual al de las barras obscuras, y la posición relativa de las dos mitades es como si una de ellas hubiese resbalado paralelamente á sí misma un espacio igual á la mitad del ancho de una barra, de modo que á una banda clara en la mitad superior corresponde una barra obscura en la mitad inferior, y viceversa. Los rayados así dispuestos, se llaman rayados recíprocos ó complementarios y, según el teorema de Babinet (1), abstracción hecha del máximo principal, los espectros que producen los rayados recíprocos son iguales en cuanto á la intensidad y posición de los máximos de 2.° orden, aunque opuestos en cuanto á la fase y, por lo tanto, tapando el máximo principal los espectros correspondientes á las dos mitades recíprocas del rayado *A* serán iguales, y sus imágenes deberán ser iguales también. Para demostrarlo experimentalmente, se coloca el rayado en la platina *PP* del microscopio especial (*fig. 62*) de modo que la dirección de las bandas sea paralela á la aber-

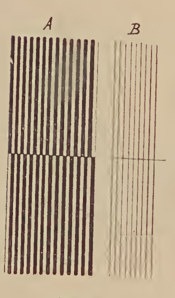


Fig. 70.

(1) Véase Drude, *Lehrbuch der Optik*, Leipzig, 1906, pág. 207, y M. Boll, *Précis d'Optique publié d'après l'ouvrage de Paul Drude*, París, 1911, pág. 302. Véase también en el número de Octubre de 1905 del *Jour. Roy. Micr. Society* un estudio de A. E. Conrady, *Theories of Microscopical Vision (Second Paper)*.

tura del diafragma lineal en *AA*. El espectro de difracción se observa en *BB*, y es fácil convencerse de que el correspondiente á las dos mitades es el mismo, tapando sucesivamente la mitad superior ó la inferior del rayado. Como el ancho de las bandas es igual al de las barras, en el espectro faltarán los máximos segundo, cuarto..... por las razones expuestas en la Adición *E*, y así, suprimiendo el máximo principal, los máximos de 2.° orden guardarán entre sí doble distancia, lo que implica, según hemos visto en la anterior experiencia 3.ª el que las líneas aparezcan duplicadas en la imagen. La *figura B* representa la imagen del rayado recíproco *A* observado en esas condiciones, y en ella se ve que han desaparecido por completo las diferencias que existen entre las dos mitades del rayado y, además, que el número de líneas, extremadamente finas, es el doble del número de barras obscuras. La imagen es, pues, completamente falsa, por representar iguales las dos mitades del rayado, por duplicar el número de rayas negras y por ser éstas sumamente finas, á pesar de que en el rayado la anchura de las barras negras es igual á la de las bandas claras.

Iluminando el rayado *A* oblicuamente por medio del movimiento de la lente *C* (*fig. 62*), hasta que el máximo principal no tenga entrada en el objetivo, la imagen es también igual en sus dos mitades, como en la *figura B*, pero la distribución luminosa se invierte, presentándose las líneas brillantes y los interespacios lineales obscuros (1).

7.° El rayado *A* de la *figura 71* es también un rayado recíproco, en el cual los anchos de las bandas claras y de las barras obscuras guardan la relación de 2 : 1 en la mitad superior, y de 1 : 2 en la mitad inferior. En virtud del teorema de Babinet antes citado, ambas mitades producen el mismo espectro, excepción hecha del máximo principal, de modo que suprimiendo ese máximo, las imágenes deberán ser iguales. Co-

(1) Esta experiencia, lo mismo que las siguientes, se hacen con gran facilidad con el microscopio especial. El rayado necesario para ellas se obtiene reduciendo por medio de la fotografía un dibujo trazado sobre una hoja de cartulina. Pueden también hacerse con un microscopio ordinario, pero ofrece algunas dificultades la construcción de rayados de muy pequeñas dimensiones, en los cuales los anchos de las bandas y de las barras guarden la relación conveniente con suficiente exactitud.

locado el rayado en el microscopio especial, é iluminándolo de la misma manera que en la experiencia anterior, se ve que efectivamente los dos espectros son iguales, faltando en ellos el tercero, sexto..... máximos de 2.° orden, y suprimiendo el máximo principal por medio de un diafragma conveniente, la imagen de las dos mitades aparece uniforme, como si fuese la imagen de un rayado único, en el cual el ancho de las barras y el de las bandas estuviese en la relación de 2 : 1, tal como se representa en la *figura B.* Esta imagen es verdadera para la mitad inferior del rayado, pero es completamente falsa para la mitad superior, y prueba que dos objetos diferentes pueden tener una misma imagen cuando sólo se aprovecha para formarla porciones iguales de sus espectros.

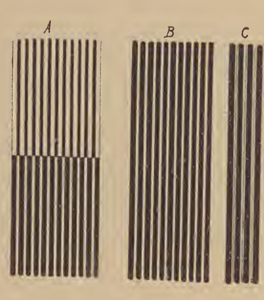


Fig. 71.

Iluminando el rayado *A* con luz oblicua hasta impedir que el máximo principal penetre en el objetivo, la imagen es la misma que en las circunstancias anteriores, pero las bandas claras aparecen surcadas por una fina línea negra, tal como se representa en la *figura C.*

C.—*La imagen microscópica es la distribución luminosa que las ondas que parten de la «imagen directa» producen por interferencias en el plano conjugado del objeto. Así, pues:*

α) *Si por cualquier procedimiento se impide que las ondas luminosas que parten de la «imagen directa» interfieran en el plano conjugado del objeto, no habrá imagen.*

8.° Bien sabido es que dos rayos polarizados en ángulo recto no interfieren; para que interfieran es preciso que se hallen polarizados en un mismo plano (1). Tomando el caso

(1) Véase: Mascart, *Traité d'Optique*, Paris, 1886, pág. 529; Drude, *Lehrbuch der Optik*, Leipzig, 1906, pág. 233; Boll, *Précis d'Optique d'après l'ouvrage de P. Drude*, París, 1911, pág. 350, etc., etc.

más sencillo de que la imagen microscópica sea debida solamente á la acción de los rayos que parten de dos máximos del espectro Fraunhofer formado en el plano focal posterior del objetivo, si por cualquier procedimiento se polarizan en ángulo recto estos rayos, puesto que no podrán interferir, tampoco podrá formarse imagen. Para demostrarlo experimentalmente se emplea una doble placa de cuarzo compuesta de dos mitades, *A* y *B*, unidas según la línea *ab (fig. 72)*, talladas perpendicularmente al eje óptico, y de espesor de 2.1 mm., que es el que corresponde á un giro de 45° del plano de polarización para la luz del sodio, siendo una de las mitades de la placa de cuarzo dextrógiro y la otra de cuarzo levógiro (1). Las vibraciones de longitud de onda de 589 $\mu\mu$ (raya *D* correspondiente al sodio) que atraviesen una de las mitades, la mitad *A*, por ejemplo, saldrán polarizadas en ángulo recto con respecto á las que atraviesen la mitad *B*, puesto que ambas han girado 45° de su plano primitivo de vibración, y el giro de la mitad *A* ha sido en sentido contrario al giro de la mitad *B*. Si colocamos una placa así constituída en la platina *BB* del microscopio especial, y hacemos de modo que por la mitad *A* pase uno de los dos primeros máximos de 2.° orden de un rayado y por la mitad *B* el otro, teniendo cuidado de tapar el máximo principal, las vibraciones que parten de estos dos máximos, después de atravesar la placa, se verificarán en ángulo recto, y, por lo tanto, no podrán interferir al llegar al plano conjugado del objeto, y no habrá imagen, presentándose el campo uniformemente iluminado por las ondas que parten de los dos máximos, con una intensidad igual á la suma de las intensidades que cada máximo produciría por sí solo. Para convencerse de que la supresión de la imagen es debida realmente á

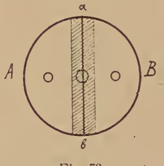


Fig. 72.

(1) Para comprender la acción de la doble placa de cuarzo en que se funda esta experiencia, es preciso conocer algo los fenómenos de la polarización rotatoria y las leyes que los rigen. El lector los encontrará descritos de un modo magistral y admirable en la obra escrita por D. Rafael Breñosa y premiada por la Real Academia de Ciencias, *Teoría de la polarización rotatoria de la luz*. Madrid, 1906.

que las vibraciones de los dos máximos se verifican en direcciones perpendiculares, basta substituir la doble placa de cuarzo que se acaba de describir por otra exactamente igual, pero de doble grueso (4.2 mm.), pues siendo el ángulo de rotación que experimenta el plano en que se verifican las vibraciones proporcional al espesor de la placa que atraviesan, las vibraciones de los dos máximos al salir de ella tendrán lugar en un mismo plano y serán capaces de interferir entre sí. Con la doble placa de cuarzo de espesor de 4.2 mm. habrá, pues, imagen en las mismas circunstancias en que no la había con la doble placa de 2.1 mm. de espesor.

Para verificar con toda exactitud la anterior experiencia, es preciso servirse de luz monocromática de la longitud de onda para la cual ha sido determinado el grueso de las placas de cuarzo con el fin de obtener exactamente un giro del plano de polarización de 45 y 90° respectivamente, puesto que el ángulo de rotación cambia con los distintos colores, aumentando rápidamente del rojo al violeta. Las placas de cuarzo que Zeiss construye tienen los espesores antes dichos y deben emplearse con luz de sodio, pero filtrando la luz ordinaria con un cristal rojo rubí aparece también el fenómeno lo suficientemente claro para que pueda apreciarse en sus líneas generales.

6) *Alterando la marcha de las ondas luminosas que parten de la «imagen directa» en el sentido de que lleguen al plano conjugado del objeto con una variación en sus fases, la imagen microscópica debe experimentar asimismo una alteración correspondiente.*

9.° El estado luminoso de cada uno de los puntos del plano en que se forma la imagen microscópica depende de la fase vibratoria que poseen los rayos coherentes que parten del espectro de Fraunhofer y se reunen en dichos puntos. Así, por ejemplo, admitiendo tan sólo para formar la imagen de un rayado los dos primeros máximos de 2.° orden, tal como se representa en la *figura 72*, la imagen dependerá de las fases con las cuales llegan los rayos que parten de dichos máximos á los distintos puntos del plano de la imagen. Si luego, por un procedimiento cualquiera, producimos un retardo en la marcha de los rayos que parten de uno de los máximos, claro está que llegarán al plano de la imagen con una fase distinta de la

de antes, y al combinarse por el procedimiento de las interferencias con los rayos procedentes del otro máximo, que no han sufrido alteración alguna, tendremos un estado luminoso diferente, y las imágenes, en los dos casos, presentarán ciertos cambios más ó menos notables. En esto se funda una experiencia muy interesante que se realiza con facilidad con el microscopio especial. Para producir el retardo de los rayos se emplea un compensador sumamente sencillo ideado por el Profesor Abbe (1), que se compone, esencialmente, de una placa de vidrio de caras paralelas, sobre la cual se aplica otra placa tallada en cuña de ángulo muy pequeño, de modo que sus caras distan poco de ser también paralelas. Esta cuña está partida en dos mitades por medio de una sección perpendicular á sus caras, hallándose una de ellas fija á la placa formando un todo invariable con ella y pudiendo la otra resbalar paralelamente á sí misma, accionada por un tornillo micrométrico. En la posición media de este tornillo, el grueso del compensador es igual en ambas mitades, pero girando el tornillo desaparece la igualdad. Estando el tornillo en la posición media, se coloca el compensador en la platina *BB* del microscopio especial, y se hace de modo que el máximo del 1.er orden producido por un rayado de líneas paralelas—cualquiera de los que nos han servido para las experiencias anteriores—coincida con el plano de sección *ab* de la cuña *(fig. 72)*, correspondiendo á ambas mitades uno de los dos primeros máximos de 2.º orden, y luego, por medio de un diafragma apropiado, se tapa el máximo principal. En estas circunstancias, el retardo producido por el compensador en los rayos que parten de los dos máximos será completamente igual para ambos, puesto que atraviesan un mismo espesor de la placa y de la cuña y, por lo tanto, se reunirán en los distintos puntos del plano de la imagen con las mismas relaciones de fase que si el compensador no existiera, y las imágenes serán iguales en los dos casos. Mas si se hace girar el tornillo micrométrico en uno ú otro sentido, desaparecerá la igualdad de las dos mitades *A* y *B* del compensador, permaneciendo invariable el grueso de la mitad *A* y cambiando de un modo continuo, en más ó en

(1) C. Zeiss construye ese compensador, y con él se hicieron numerosas experiencias en las lecciones dadas en el Museo de Ciencias Naturales.

menos, el de la mitad B y, por lo tanto, la «longitud óptica» de los rayos que la atraviesan (nota, § **58**) cambiará también de un modo continuo, y asimismo cambiarán á cada momento las relaciones de fase en los distintos puntos de la imagen, produciendo en ella el sorprendente efecto de un movimiento continuo de las rayas hacia la derecha ó hacia la izquierda, según sea el sentido en que se haga girar el tornillo micrométrico del compensador. En realidad, el movimiento es sólo una apariencia, pues positivamente lo que sucede es una inversión continua de las barras obscuras en bandas claras, y viceversa, que produce la ilusión de un movimiento. Con luz ordinaria la imagen desaparece cuando la diferencia de espesor de las dos mitades de la placa es considerable; con luz monocromática el movimiento de las líneas es indefinido (1).

87. Experiencias con algunos objetos naturales.— Entre los objetos naturales que se prestan bien á estas experiencias, figuran, en primer término, las escamas que cubren el cuerpo y las alas de algunos insectos, y sobre todo las valvas de las Diatomeas, pues las rayas, estrías, puntos y perlas que adornan su superficie son de una finura prodigiosa y dan lugar á espectros de difracción muy extensos y discontinuos, con los máximos bien separados y dispuestos regularmente alrededor del rayo directo. Iluminados estos objetos con un haz de rayos muy delgado, su espectro es claramente observable en el plano focal posterior del objetivo, de la misma manera que el espectro producido por los rayados artificiales; y es relativamente fácil estudiar los cambios que experimenta la imagen, cuando por medio de diafragma, ó de las distintas inclinaciones de los rayos iluminantes, ó de las distintas aberturas

(1) No siendo posible entrar aquí en la explicación detallada de estos fenómenos, el lector que lo desee puede consultar:

Prof. Everett: *A Direct Proof of Abb's Theorems on the Microscopic Resolution of Gratings. Jour. Roy. Micr. Society.* Agosto de 1904.

J. Rheinberg: *On the influence on Images of Gratings of Phase Difference amogst their Spectra.* Idem íd., 1904, pág. 388; 1905, pág. 152, y 1906, pág. 532.

A. E. Conrady: *An experimental Proof of Phase-Reversal in Diffraction-Spectra.* Idem íd., 1905, pág. 150.

de los objetivos, se modifica más ó menos la porción que de ellos se utiliza para formarla. Estos cambios se conocían desde antiguo bajo la denominación genérica de «efectos de la iluminación oblicua».

Lepisma saccharina.—Las escamas que cubren el cuerpo de este Tisanuro, muy común en nuestras habitaciones, son bien conocidas de todos los micrógrafos por emplearse desde muy antiguo como *test-object* para los objetivos de débil aumento. Su textura se halla descrita en todos los tratados de microscopia, y sobre todo fué estudiada de un modo especial por el constructor de microscopios R. Beck (1). La cara superior de las escamas está surcada por un sistema de estrías longitudinales y próximamente paralelas, y en la inferior aparecen líneas radiantes que parten de la base y sólo son bien visibles en los bordes de la región opuesta, estando casi del todo borradas en el centro. En el espectro de difracción predominan los máximos debidos á las estrías paralelas de la cara superior sobre todos los demás, estando dispuestos, como los de los rayados artificiales de que nos hemos servido en las experiencias anteriores, en una línea perpendicular á las estrías. El número de éstas por milímetro, en los ejemplares de que se ha servido el autor de estas líneas, era de unas 364, lo que da para la luz amarillo-verdosa de la raya E un ángulo de 11° 3′ para el primer máximo de 2.° orden, y de 22° 33′ para el segundo, de modo que un objetivo de poca abertura puede recoger una gran porción del espectro.

La experiencia de borrar las estrías se hace muy fácilmente por medio de un diafragma que sólo deje pasar el máximo principal, observándose, al mismo tiempo, cambios notables en la forma del perfil de la escama, sobre todo en la región opuesta á la base, en la cual las estrías ó costillas se prolongan un poco y sobresalen de la periferia, produciendo un contorno dentado. La forma de los dientes, así como sus dimensiones se alteran en este caso, porque sólo se admite una parte del espectro que originan, el cual es diferente y mucho menos visible que el producido por el sistema de costi-

(1) Véase la *lámina XIX* del libro de M. R. Beck, *A Treatise on the Construction, Proper Use an Capabilities of Schmith, Beck and Beck's Acromatic Microscopes by R. Beck*. Londres, 1865.

llas paralelas. La duplicación del número de éstas se obtiene empleando un diafragma con aberturas longitudinales que impida el paso de los dos primeros máximos de 2.° orden, y al mismo tiempo se observa que el número de dientes del borde opuesto á la base ha duplicado también. Haciendo girar el diafragma se producen cambios inesperados, lo mismo en la forma de los dientes de los bordes que en todas las demás esculturas, pues tan pronto aparecen las costillas muy salientes y surcadas por finas líneas transversales, como desaparecen para ser substituídas por una estriación fina y undulada que se acentúa más en la porción opuesta á la base, é influye también en el aserrado de la periferia. Con diafragmas de otras formas se observan otra multitud de cambios en la imagen, difíciles siempre de explicar, porque dependen de la mutilación del espectro de conjunto, en el que toman parte todos los elementos de la textura de la escama (1).

Triceratium favus.—La estructura de las valvas de esta Diatomea es de las más conocidas, gracias á los estudios de Flögel y de Cox (2), y la red de exágonos que constituye la ornamentación más visible de sus paredes se convierte en la imagen en una serie de líneas paralelas unduladas cuando se coloca en el plano focal posterior del objetivo un diafragma de forma conveniente. Además, algunos individuos de esta especie adquieren grandes dimensiones y se prestan muy bien á la observación de su espectro, que ofrece en su conjunto la forma de una corona circular y radiante alrededor del máximo principal (3). Con un diafragma de abertura rectangular y de anchura conveniente, la red de exágonos desaparece de

---

(1) Estas experiencias fueron ya descritas por el autor de estas líneas en un trabajo publicado en los *Anales de la Real Sociedad española de Historia Natural*, con el título «Notas sobre las condiciones de verdad de la imagen microscópica». Madrid, 1885.

(2) Flögel: *Researches on the Structure of the Cell-Walls of Diatoms. Jour. Roy. Micr. Society*, números de Agosto y Octubre de 1884.

Cox: *Structure of the Diatom.-Schell. Amer. Month. Micr. Jour.*, 1884.

(3) Gracias á la amabilidad de D. Florentino Azpeitia, entusiasta y muy distinguido diatomófilo, he podido hacer esas experiencias con un ejemplar de *Triceratium* de dimensiones muy grandes, pues medía 0.54 milímetros. Con un objetivo **aa** Zeiss, colocando en su plano focal posterior un diafragma de abertura rectangular de 0.75 mm. de ancho, los cambios que experimenta la imagen son muy notables.

la imagen y es substituída por una serie de líneas unduladas que van colocándose sucesivamente paralelas á los tres costados de la valva durante un giro completo del diafragma. En las posiciones intermedias, esto es, al pasar del paralelismo de un costado de la valva á otro, las líneas pierden sus continuidad y se disgregan en pequeños trozos que, á su vez, giran alrededor de los vértices de los exágonos hasta que se reunen de nuevo formando líneas continuas ordenadas en otra dirección. Estos fenómenos no pueden explicarse con la facilidad que se explican los cambios de la imagen obtenidos con los rayados artificiales, porque no se parte de un espectro completamente conocido, y aunque lo fuese, su gran complicación—como en todos los objetos naturales—impediría que se pudieran apreciar claramente las relaciones que unen los cambios del espectro á los cambios de la imagen.

Pleurosigma angulatum.—La *Pleurosigma* ha sido durante muchos años el *test-object* por excelencia para determinar el poder de resolución de los objetivos y el caballo de batalla de los microscopistas, pues sobre la verdadera forma de las esculturas que cubren las paredes de sus valvas se ha discutido mucho, sobre todo en los tiempos en que no era común la idea de que la capacidad del microscopio para producir imágenes de objetos ó estructuras muy pequeñas tenía un límite completamente independiente del aumento. Schacht y Mohl suponían que la superficie de las valvas estaba cruzada por tres sistemas de estrías salientes que se cortaban bajo un ángulo de 60°, y que la apariencia de líneas obscuras y bien definidas que se producía con iluminación oblicua era debida á la sombra arrojada por dichas estrías, sin tener en cuenta que cuando las dimensiones de los objetos son del mismo orden que las longitudes de las ondas luminosas, como sucede en el caso presente, no es posible que se formen sombras, por la misma razón que tampoco deja de percibirse un sonido aunque se interponga una tabla de algunos decímetros de anchura entre el cuerpo que lo produce y el oído. Max Schultze creía ver en las paredes de las valvas una red de depresiones exagonales, que otros microscopistas interpretaban por elevaciones, y Schiff y Dippel las consideraban cubiertas de pequeños rectángulos, á la manera de las casillas de un tablero de ajedrez; mas hoy día todas esas interpretaciones han perdido

su valor, pues las observaciones con los apocromáticos y las microfotografías con ellos obtenidas parecen indicar vagamente la existencia de pequeñas elevaciones semiesféricas ó de aberturas redondas, en contra de la opinión sostenida por el Dr. Flögel al suponer que las paredes son lisas, y que es en su espesor en donde existen pequeños espacios esféricos vacíos que toman la apariencia de perlas salientes (1). Con los buenos objetivos apocromáticos que hoy se construyen, de apertura numérica de 0.95 á 1.00, las valvas aparecen cubiertas de una red de exágonos formados por líneas obscuras bien definidas que se destacan en fondo claro *(the white-dot efect)* ó bien, al contrario, las líneas exagonales son claras y el fondo obscuro *(the black-dot focus)*; mas, como nuestro objeto no es, al presente, ocuparnos de la verdadera estructura de las valvas, que tal vez la imagen microscópica sola nunca nos podrá revelar, y sí tan sólo el de servirnos de la *Pleurosigma* como á un medio de comprobación experimental de las leyes teóricas que antes hemos expuesto, admitiremos, como si fuese real, la apariencia de que las valvas estén surcadas por tres sistemas de estrías que se cruzan bajo un ángulo de 60° (véanse los §§ **77**, **79** y **80**).

La *figura 73* representa muy esquemáticamente la porción central visible del espectro producido por la *Pleurosigma*. Siguiendo las instrucciones generales antes indicadas, iluminando con un estrecho haz de rayos y con un poco de habilidad en las manipulaciones, se consigue que en el plano focal del objetivo aparezca claramente visible el espectro formado por los seis máximos de 2.° orden $a_1, a_2 \ldots\ldots a_6$ colocados en los vértices de un exágono regular, en cuyo centro se halla el

(1) Pocos son los microscopistas que han rayado á gran altura que no se hayan ocupado más ó menos en explicar la constitución de las paredes de las valvas de la *Pleurosigma*, ya sea por medio del dibujo ó de la microfotografía. En opinión del autor de este libro, ninguno de ellos ha alcanzado por este último procedimiento el grado de admirable perfección que D. Domingo de Orueta, ingeniero de minas y distinguidísimo micrógrafo. Las microfotografías de la *Pleurosigma, Amphipleura* y de otras Diatomeas que presentó á sus discípulos durante las lecciones de Microfotografía explicadas en Madrid en la primavera última, superan por su rara perfección á cuanto se ha publicado hasta el presente, aun por aquellos micrógrafos que gozan de fama universal, y constituyen por sí solas un verdadero monumento científico.

máximo principal; y para que esto se consiga es preciso emplear, por lo menos, un objetivo cuya apertura numérica sea de 0.90 á 0.95, pues, debido á la gran pequeñez de los elementos estructurales, los primeros máximos de 2.° orden están ya muy desviados del eje. Los seis máximos siguientes de la segunda serie b_1, b_2..... b_6 no es posible verlos todos ellos á la vez, ni aun con los objetivos de inmersión homogénea de mayor apertura, y su existencia sólo se nos revela uno á uno con dichos objetivos, empleando la iluminación oblicua (1).

Con un objetivo de 0.95 de apertura é iluminación central aparecen las valvas cubiertas á la vez por tres sistemas de finísimas líneas paralelas que se cruzan bajo un ángulo de 60°, cuyo conjunto toma el aspecto de una red de pequeñísimos exágonos. En este caso contribuyen á formar la imagen el máximo de 1.er orden y los seis de 2.° orden a_1, a_2..... a_6 tal como se representa en el círculo *A* de la *figura 73*. Si por medio de un diafragma circular de menor diámetro se interceptan esos seis máximos, dejando sólo paso al máximo principal, desaparece por completo la estriación, y las caras de las valvas se presentan completamente lisas, lo mismo que cuando se observa la *Pleurosigma* con un objetivo de poca apertura. En este caso sólo aparecen claramente dibujados el contorno general de la Diatomea y su nervio, porque el espectro de difracción á que dan lugar es poco extenso y entra todo él, ó por lo menos en

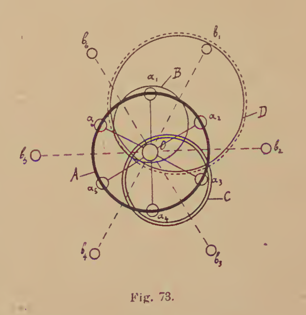


Fig. 73.

(1) En la lámina I del tratado de E. J. Spitta, *Microscopy, the construction, theory and use of the Microscope* (Londres, 1907), puede verse una reproducción fotográfica de los seis primeros máximos de la *Pleurosigma* en el plano focal posterior de un apocromático de 1.40 de apertura numérica. En el curso de fotomicrografía, de que se habla en la nota anterior, también el Sr. Orueta mostró á sus discípulos ese espectro en un objetivo de 0.95 montado en el gran aparato Zeiss para microfotografía.

gran parte, dentro del objetivo, á pesar de su poca abertura. Para ver aisladamente los tres sistemas de estrías pueden seguirse dos medios: un objetivo de poco ángulo é iluminación oblicua, ó un objetivo de gran ángulo, iluminación central y un diafragma de abertura rectangular. Con este último medio, si además del máximo central se admiten los dos opuestos a_1 y a_4, la valva aparecerá completamente cubierta por un sistema de finísimas líneas horizontales (I, *fig. 74);* si los máximos admitidos son el a_3 y a_6, las líneas estarán inclinadas formando el sistema II, y formarán el sistema III si los máximos admitidos son el a_2 y a_5. Estos tres efectos de rayados independientes se producen igualmente con iluminación oblicua y un objetivo de apertura 0.50 (ángulo de 60°). En este caso, dentro de la abertura del objetivo, representada por el círculo *B* en la *figura 73,* sólo entran el máximo principal y uno de los de 2.° orden y, según que éstos sean sucesivamente el a_1 ó el a_4, el a_2 ó el a_5, el a_3 ó el a_6, lo que se consigue fácilmente dando la inclinación conveniente á los rayos iluminantes, aparecerán en la valva los sistemas de rayas I, II y III. Con un objetivo de apertura superior á 0.50 (de 0.70 á 0.80) é iluminación oblicua, se consigue que concurran á la vez á formar la imagen el máximo principal y dos de 2.° orden contiguos, tal como se representa en el círculo *C*, y entonces aparecen dos sistemas de líneas cruzándose en ángulo de 60°. El mismo resultado se obtiene con luz central y un objetivo de 0.95 de apertura si se tapan por medio de un diafragma de forma y dimensiones convenientes todos los máximos, excepto el central y dos contiguos de 2.° orden. Si sólo se deja paso á dos máximos de 2.° orden opuestos, tales como, por ejemplo, el a_1 y el a_4, y se tapa el máximo principal, la distribución luminosa estará invertida, esto es, las líneas serán claras en fondo obscuro, y además su equidistancia será la mitad menor, puesto que la distancia entre los máximos será doble. Tapando, pues, el máximo principal, podrán re-

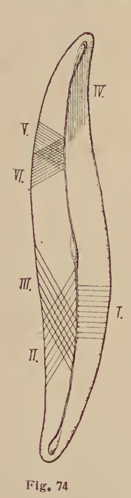


Fig. 74

producirse, con un objetivo de 0.95, los tres sistemas de líneas I, II y III en fondo obscuro, y con una equidistancia la mitad menor que cuando se admitía el máximo principal.

Con objetivos de inmersión de gran ángulo é iluminación oblicua se pueden recoger, uno á uno, los máximos b_1, b_2..... b_6 de la segunda serie, pues en ese caso la abertura del objetivo está representada por el círculo D. Si se tapasen por medio de un diafragma de forma apropiada los máximos a_1 y a_2 dejando sólo en actividad el máximo principal y el de la segunda serie b_1, en la imagen aparecería un solo sistema de líneas cuya equidistancia, comparada con la de los sistemas I, II y III, sería de $1 : \sqrt{3}$, puesto que la distancia del máximo b_1 al máximo de 1.er orden, está en la relación de $\sqrt{3} : 1$ comparada con la de los máximos a_1, a_2..... a_6 al mismo máximo de 1.er orden. De esta manera tendríamos los otros tres sistemas de líneas IV, V y VI, admitiendo los máximos b_1, b_2 y b_3 (ó bien los máximos b_4,b_5 y b_6), cuya dirección sería perpendicular á la de los sistemas I, II y III. El sistema de líneas verticales IV, por ejemplo, se obtiene admitiendo el máximo de 1.er orden y uno de los de 2.° b_2 ó b_5, y es el que se representa, copiado de una microfotografía, en la figura 4.a de la lámina XVIII de la clásica obra de Van Heurck, *Sinopsis de las Diatomeas de Bélgica* (1).

Estas experiencias con la *Pleurosigma* demuestran de un modo concluyente, lo mismo que las verificadas con los rayados artificiales, que la imagen microscópica depende de la porciones del espectro que se admiten para formarla, y que cuan-

(1) Los círculos A, B, C y D de la *figura* 73 representan las aberturas de los objetivos, ó sea la sección del cono de rayos emergentes con el plano focal posterior, y determinan, por lo tanto, la cantidad de rayos que pueden concurrir á formar la imagen. Siendo u el semiángulo de abertura, f_1^* la distancia focal y n el índice de refracción del espacio del objeto, el valor del radio de estos círculos tiene por expresión $R = f_1^* \cdot n \cdot sen\, u$, según hemos visto en el § **42**. Para que el círculo A pueda contener los seis máximos a_1, a_2 .... a_6; el círculo B el máximo de 1.er orden y el de 2.° orden a_1; el C los tres máximos O, a_3 y a_4 y el D los máximos O y b_1, el valor de sus radios ha de ser, respectivamente, de: r, $\frac{1}{2} r$, $\frac{r}{\sqrt{3}}$ y $r\sqrt{3}$, representando r la distancia entre el máximo central de 1.er orden O y uno cualquiera de los de la primera serie de los de 2.° orden a_1, a_2..... a_6.

do esas porciones son iguales, las imágenes también lo son, aunque los objetos sean diferentes. Los cambios producidos en la imagen por los distintos géneros de iluminación, y por las diferentes aperturas de los objetivos, quedan con eso claramente explicados. Examinada la *Pleurosigma* con objetivos secos ó de inmersión en agua cuya apertura no llegue á la unidad y con iluminación central, las valvas aparecen cubiertas por una finísima red de pequeños exágonos cuando penetran dentro de la abertura los seis máximos de 2.° orden, ó bien, con iluminación oblicua, si la apertura es lo suficientemente grande para que pueda penetrar el máximo *O* y tres consecutivos de 2.° orden. Con objetivos superiores á la unidad—con los de inmersión homogénea, por ejemplo—, los exágonos toman la apariencia de pequeñas perlas (semiesferas prominentes) dispuestas en series lineales paralelas que se cruzan bajo un ángulo de 60°, y entre las cuales se creen ver unos pequeños puntos negros cuando la observación se lleva á cabo con los objetivos de gran apertura; mas todas esas imágenes, desde el momento que cambian con los medios de observación, no debemos aceptarlas como verdaderas, ni darles otro valor que el de meras indicaciones hacia el camino de la verdad, ya que la verdad completa no nos la puede revelar el microscopio en su estado actual, puesto que para ello harían falta aperturas mayores de las que hoy podemos disponer. «Lo que vemos en las valvas de la *Pleurosigma* no son otra cosa que imágenes típicas comunes á todas las estructuras bastante finas para que sólo pueda penetrar en el objetivo la porción central del espectro de Fraunhofer que son capaces de producir.» (Carta del Prof. Abbe al Dr. Van Heurck.)

Y para concluir este libro, permítaseme que copie la última página de un trabajo sobre microscopia que hace ya años publiqué, y que dice así: «No es culpa de la «Teoría Abbe» el que la visión microscópica sea hasta cierto punto limitada; mas aplíquese á la interpretación de la imagen la sana crítica, y váyase de lo conocido á lo desconocido, siguiendo la ley de las analogías, y la observación no tendrá limites. La teoría sólo dice: este objeto no puede dar una imagen que sea su verdadera representación; pero está muy lejos de decir: puesto que la imagen no es verdadera, no es posible que conozca-

mos la forma y estructura real del objeto que la produce. Eso sería tan absurdo como sostener que no es posible que sepamos que la luna es esférica, porque su imagen nos aparece como la de un disco plano. Pues qué, ¿en el uso corriente de la vida, aceptamos siempre como verdadera la imagen que se pinta en la retina? ¿Las dimensiones de los cuerpos, sus verdaderas formas y posición relativa, nos la daría por sí sola la imagen si no tuviésemos experiencia y supiésemos interpretarla? Si no aprendiéramos á conocer que la imagen es engañosa la mayor parte de las veces, ¡cuántos errores no cometeríamos! Al observar el rápido vuelo de las golondrinas mientras estoy escribiendo estas líneas, en vez de deducir que se acercan ó alejan de mi ventana, ¿no podría creer que cambian de tamaño, puesto que en realidad lo que veo es que su imagen aumenta ó disminuye?»

Las exageraciones siempre conducen á funestos resultados, y son muy pocas las cosas que no se prestan á ser exageradas. La teoría de la visión microscópica del Profesor Abbe es de las que es preciso conocer á fondo para quedarse en el justo medio y no sacar de ella erróneas consecuencias traspasando su verdadero alcance. «El inconveniente de las »teorías de Abbe—ha dicho un insigne diatomófilo—es que »deben ser juzgadas por personas que estén muy al corriente »de las ciencias matemáticas, y tengan un espíritu bastante »justo para apreciar sanamente las cosas, pues si las tomáse»mos al pie de la letra sería preciso abandonar el microsco»pio y volver á la lente de nuestros abuelos.» A mi modo de ver, esta opinión es una de tantas exageraciones: la teoría Abbe, tomada al pie de la letra, es la verdadera teoría de la visión microscópica; mas hay que tener en cuenta que á todo lo nuevo le cuesta mucho trabajo y mucho tiempo antes de tomar carta de naturaleza, y que para juzgar con acierto una cosa es preciso familiarizarse antes con ella.

Adición *A*.

Principales propiedades dióptricas de los sistemas ópticos y fórmulas que sirven para expresarlas.

1. FORMACIÓN DE LA IMAGEN POR RAYOS PARAXILES. — En dióptrica se supone siempre que los rayos de luz pueden asemejarse á lineas rectas que siguen su camino á través de los sistemas de un modo independiente y sin influirse unos á otros, y que siempre que dos ó más rayos que se cruzan en un mismo punto del objeto se reunen de nuevo en un mismo punto después de atravesar el sistema, en este segundo punto se encuentra la imagen del primero. Así se concibe la formación punto á punto *(punktweise)* de las imágenes, y para que ésta tenga lugar, es preciso que todos los rayos que se cruzan en un punto del objeto y son admitidos por el sistema, después de haberle atravesado, se reunan nuevamente todos ellos en un solo punto de la imagen. Esta es la primera exigencia necesaria para la formación punto á punto de la imagen, á la cual se la designa generalmente con el nombre de «ley de la homocentricidad de los rayos». Un sistema óptico sujeto sólo á esa ley formaría indudablemente una imagen punto á punto, mas esa imagen carecería de valor para nosotros porque no sabríamos sus relaciones de semejanza con el objeto, y lo que buscamos casi siempre al observar una imagen no es la imagen en sí misma, sino las noticias que nos puede proporcionar del objeto que la ha producido.

Si suponemos una superficie esférica S *(fig. 1.ª)* que separa dos medios de distinto índice refractivo n y n^*, siendo $n^* > n$, y que $O O_2$ es un plano perpendicular al eje xx, en $O^* O_2^*$ se formará la imagen de $O O_2$. La experiencia, y consideraciones de orden puramente geométrico que se encuentran en todos los tratados de óptica, demuestran que los rayos que partan del punto O y cuya inclinación con el eje sea muy pequeña, se reunen en el punto O^* de la imagen, é igual sucede también respecto á los O_1 y O_1^* siempre que el punto O_1 esté muy próximo al eje xx. Además,

en esas condiciones de formación, el plano $O O_2$, perpendicular al eje, se hallará reproducido punto á punto en otro plano $O^* O_2$ perpendicular también al eje, y en ambos planos, entre las distancias al eje de los distintos puntos conjugados, se verificará que $\frac{O^* O_1^*}{O O_1} = \frac{O^* O_2^*}{O O_2} = \frac{O^* O_3^*}{O O_3} = \ldots$ Esta relación, que constituye el «aumento lateral», es constante para cada par de planos conjugados, y distinta para diferentes pares. Para que la formación de la imagen tenga lugar con esos caracteres es preciso que los

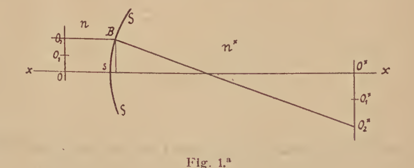


Fig. 1.ª

rayos que parten de los puntos del objeto sean «rayos paraxiles», esto es, que se aparten muy poco del eje xx y que corten, por lo tanto, á la superficie S en puntos muy próximos á su vértice s, de modo que si B es uno de ellos, pueda admitirse que la perpendicular h y el arco Bs coinciden. De otro modo deja de verificarse la reunión homocéntrica de los rayos que se cruzan en los puntos de objeto en sus conjugados de la imagen, y á la sección plana del objeto O no corresponde un plano en la imagen O^*. Una superficie esférica ó una lente sólo podrá formar una imagen de un «elemento paraxil» del objeto con «rayos paraxiles» que posea los caracteres antes mencionados, que son los de una buena imagen.

2. Formación de la imagen por los sistemas ópticos.—Si la formación de las imágenes estuviese limitada à las condiciones de la «formación paraxil», indudablemente perderían gran parte de su interés los instrumentos ópticos, puesto que en la mayoría de los casos hace falta poder reproducir superficies extensas ó bien aprovechar anchos conos de rayos. La técnica óptica resuelve hoy día perfectamente este problema, pues combinando con arte lentes de distintas formas talladas en vidrios de índices de refracción convenientes, llega á construir sistemas que producen imágenes de maravillosa perfección de objetos muy extensos (objetivos fotográficos) ó bien de objetos de pequeñísima extensión, pero empleando para ello conos de rayos de gran abertura angular (objetivos microscópicos). Los caracteres generales de estas imágenes no paraxiles son los mismos que caracterizan las imágenes paraxiles, y su ideal, bajo el punto de vista dióptrico, consiste en la reunión homocéntrica de los haces de rayos de gran anchura angular y en la reproducción en un plano de la imagen de secciones extensas del espacio del objeto. El estudio de los diversos modos de combinar las lentes para obtener estos resultados constituye una rama especial de la óptica, y en lo relativo á los objetivos mi-

croscópicos, en el Capítulo III de la Primera Parte de este libro ya hemos dicho algo para indicar de qué manera y dentro de qué límites se llega á conseguir la formación de imágenes con anchos conos de rayos.

Los sistemas ópticos dividen el espacio en dos porciones. La porción por la cual se supone que discurren los rayos que parten del objeto al dirigirse al sistema se llama el espacio del objeto, y la otra porción por la cual se supone que discurren después de atravesar el sistema es el espacio de la imagen. Los planos perpendiculares al eje óptico, en ambos espacios, son las secciones de esos espacios, y cada sección del espacio del objeto tiene su conjugada en el espacio de la imagen. En los sistemas ópticos perfectamente corregidos la posición de esas secciones, asi como las relaciones de aumento de cada par conjugado de ellas deben ser las mismas que tendrían si sólo se emplearan rayos paraxiles para formar la imagen. Por esta razón supondremos siempre, en los párrafos siguientes, los caracteres paraxiles en todas las imágenes.

3. Leyes fundamentales de la formación de la imagen. — Parece que fué Möbius, célebre matemático y astrónomo, el primero que demostró que la formación paraxil de la imagen por una superficie esférica que separa dos medios refringentes obedecía á las leyes de colinealidad que determinan cierto grado de semejanza entre dos figuras siempre que se verifica que á cada punto de una de ellas corresponde otro punto conjugado en la otra, y que á tres puntos situados sobre una línea recta en una de las dos figuras corresponden otros tres puntos conjugados que se hallan también sobre una recta en la otra figura. Cuando estas dos condiciones se verifican se dice que las dos figuras son colineales, y dándolas por existentes entre el objeto y su imagen tenemos todo lo necesario para deducir las leyes fundamentales que rigen la formación de esta última.

Supongamos un sistema óptico S compuesto de varias superficies esféricas centradas que separan distintos medios refractivos, entendiendo por centradas el que todos los centros de las esferas á que dichas superficies pertenecen se hallen en una misma línea recta, que constituye el eje del sistema, y en el caso de que alguna de las superficies fuese un plano que sea perpendicular al eje, ó lo que da lo mismo, que se la considere como á una porción de superficie esférica de radio infinito. No es preciso que conozcamos la composición de ese sistema, pues nos basta para nuestro objeto dar por sentado que detrás de él se forma una imagen de todo el espacio situado delante, esto es, que el espacio del objeto se halla reproducido en el espacio de la imagen.

1.º Todos los rayos que discurren por el espacio del objeto, después de atravesar el sistema, tienen sus conjugados en el espacio de la imagen, dispuestos de tal manera que todos los que parten de un solo punto en el primer espacio se dirigen real ó virtualmente á un solo punto del segundo espacio. (Homocentricidad de los rayos.)

2.º Á cada sección del espacio del objeto corresponde una sección conjugada en el espacio de la imagen, y á una serie de secciones sucesivas

del espacio del objeto, una serie de secciones, sucesivas también, en el espacio de la imagen que se suceden en el mismo orden y dirección y nunca en sentido contrario.

3.º En cada par de secciones conjugadas se verifica siempre que las distancias al eje de los puntos en una de las dos secciones, y las distancias al eje de los puntos conjugados en la otra sección, guarda una relación constante, que se llama aumento (1).

Por necesidad de simetría, el eje del espacio del objeto prolongado en el espacio de la imagen es la imagen de ese mismo eje, y todo plano que pase por uno de los ejes formando una sección meridiana, tiene su conjugado en el otro espacio, que es prolongación del mismo plano. Por eso, los rayos contenidos en una sección meridiana en el espacio del objeto, tienen sus conjugados en el espacio de la imagen en la misma sección meridiana. Según esto y la 3.ª de las leyes antes anunciadas, una figura contenida en una sección del espacio del objeto perpendicular al eje deberá tener por imagen una figura geométricamente semejante.

En lo sucesivo sólo tomaremos en consideración los rayos que discurren en secciones meridianas.

4. Puntos focales.—Todos los rayos paralelos al eje en el espacio del objeto, después de atravesar el sistema óptico, se reunen, real ó virtualmente, en un solo punto del espacio de la imagen situado sobre el eje, que recibe el nombre de punto focal posterior del sistema, é inversamente: los rayos paralelos al eje en el espacio de la imagen, en iguales condiciones, se reunen en un punto del eje, en el espacio del objeto, que se llama el foco anterior del sistema.

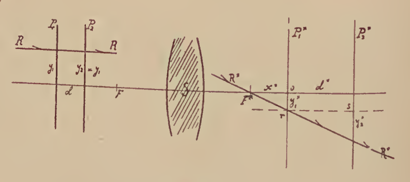


Fig. 2.ª

Supongamos, como caso particular, un sistema convergente *S* (*figura 2.ª*). Un par cualquiera de secciones P_1 y P_2 en el espacio del objeto tendrá sus conjugadas P_1^* y P_2^* en el espacio de la imagen, y en ellas

(1) El aumento es diferente para cada par de planos conjugados, excepto en los sistemas llamados afocales ó telescópicos, en los cuales se mantiene igual para todos los planos de pares conjugados. De esos sistemas, caracterizados porque los rayos paralelos que entran en ellos salen también paralelos, no nos ocuparemos ahora.

existirá, según la 3.ª de las leyes fundamentales expuestas en el párrafo anterior, una relación de aumento que designaremos por N_1 en el par P_1 y P_1^*, y por N_2 en el par P_2 y P_2^*. La posición de los planos P_1^* y P_2^* no sabemos aún determinarla, pero en virtud de la 2.ª ley nos consta, además de su existencia, que su orden de sucesión es el mismo que el de las secciones en el espacio del objeto, esto es, que P_1^* está antes que P_2^*. Un rayo RR, paralelo al eje en el espacio del objeto, cortará los planos P_1 y P_2 á igual distancia del eje $y_1 = y_2$, y para hallar su posición en el espacio de la imagen, después de haber atravesado el sistema S, nos bastará conocer los puntos en que corta á los planos P_1^* y P_2^*. Estos puntos los hallaremos fácilmente teniendo en cuenta que $y_1^* = y_1 \times N_1$, é $y_2^* = y_1 \times N_2$, y uniéndolos por una recta R^*R^*, ésta será el rayo conjugado de RR. Los triángulos F^*or y rsv, nos dan la siguiente proporción:

$$\frac{x^*}{d^*} = \frac{y_1^*}{y_2^* - y_1^*};$$

y poniendo en ella los valores de y_1^* é y_2^* en función de y_1 y de los aumentos N_1 y N_2, tendremos:

$$x^* = d^* \frac{N_1}{N_2 - N_1}.$$

Esta expresión nos da el valor de x^*, ó sea la distancia á la cual el rayo R^*R^* corta al eje á partir del plano P_1^* en función de cantidades que se mantienen constantes para los dos pares de planos conjugados elegidos, cualesquiera que sean, y como, además, en ella no entra el valor y_1, ó sea la distancia del rayo RR al eje, resulta que para todos los rayos paralelos al eje la distancia x^* será la misma, y, por lo tanto, que todos los rayos paralelos se reunirán en un mismo punto F^* del eje en el espacio de la imagen, punto que se llama el foco posterior del sistema.

Si invirtiéramos los datos del problema, esto es, si partiéramos de rayos paralelos al eje en el espacio de la imagen, hallaríamos del mismo modo que todos ellos van á cortar el eje en un punto F del espacio del objeto, que será el foco anterior del sistema. El razonamiento es el mismo con sólo tener en cuenta que

$$y_1 = \frac{y_1^*}{N_1} \quad \text{é} \quad y_2 = \frac{y_1^*}{N_2};$$

y el valor de x, distancia entre el punto focal F y el plano P_2 estará expresado, en este caso, por la igualdad

$$x = d \frac{N_1}{N_2 - N_1},$$

que es también independiente de la altura á la cual los rayos cortan á los

planos P_1^* y P_2^* y, por lo tanto, conviene á todos los rayos que sean paralelos al eje.

Para determinar la posición de los rayos RR y R^*R^* nos hemos servido de dos pares de planos conjugados sin exigirles otra condición que la de que fueran conjugados y, por lo tanto, obtendríamos análogos valores de x y x^* que determinarían los mismos puntos F y F_1^* empleando otros pares, puesto que la marcha de los rayos es una é invariable para cada sistema óptico. La *figura 2.ª*, que nos ha servido para fundamentar el razonamiento, representa el caso particular de un sistema convergente en el cual los dos planos P_1 y P_2 están situados en el espacio del objeto, delante del foco anterior F y á los cuales corresponden, en el espacio de la imagen, los conjugados P_1^* y P_2^*, colocados detrás del foco F^*, y en los cuales las imágenes se representan en posición invertida, por las razones que más adelante se verán.

Pero los resultados son exactamente los mismos, sea cualquiera el sistema y la posición de los planos conjugados que se elijan. La *figura 3.ª*, por ejemplo, representa el mismo sistema convergente de la *figura 2.ª*, con la sola diferencia de que los planos P_1 y P_2 se hallan entre el foco an-

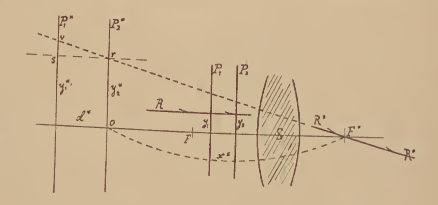


Fig. 3.ª

terior F y el sistema S. Los planos conjugados son en estas condiciones virtuales, y se hallan en P_1^* y P_2^*, delante del sistema, y la prolongación virtual del rayo R^*R^* los corta en los puntos r y v. Los triángulos que hay que comparar en este caso son $r\,o\,F^*$ y $v\,s\,r$, y la distancia $o\,F^* = x^*$ que determina el foco posterior al cual concurren todos los rayos paralelos al eje en el espacio del objeto, tendrá por expresión:

$$x^* = d^* \frac{N_2}{N_1 - N_2},$$

en cuyo segundo término sólo entran cantidades constantes é independientes de la distancia de los rayos al eje. Inútil es decir que los valores de d^*, N_1 y N_2 guardarán una relación tal con sus homólogos de la fórmula anterior, que el punto F^* será el mismo, puesto que en ambos casos es también el mismo rayo RR el que experimenta la acción del sistema S.

Si el sistema fuese divergente *(fig. 4.ª)* obtendríamos idénticos resul-

tados empleando un razonamiento análogo. El rayo $R^* R^*$, después de atravesar el sistema, se aparta del eje, mas si le consideramos prolongado virtualmente en sentido contrario, le cortará en el punto F^*. Los planos conjugados de P_1 y P_2 serán virtuales y se hallarán en P_1^*, P_2^* delante del sistema. Reproduciendo el mismo razonamiento de los dos casos anteriores hallaremos también que todos los rayos paralelos al eje en el espacio del objeto se reunen *virtualmente* en un mismo punto del eje en el espacio de la imagen, que será el *foco virtual posterior del sistema*, desde el cual *podemos suponer* que irradian todos los rayos

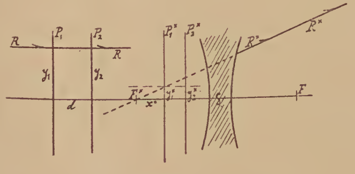


Fig. 4.ª

$R^* R^*$ conjugados de los que son paralelos al eje en el espacio del objeto. Análogas consideraciones hechas con los rayos paralelos al eje en el espacio de la imagen, nos conducen á la existencia de un foco F, virtual también, como á punto de reunión de todos ellos.

En el caso de que el sistema sea divergente vemos que la posición de los puntos focales está invertida, hallándose el posterior delante del sistema óptico, y el anterior detrás de él; mas no por eso pierde su significación la existencia de los espacios del objeto y de la imagen, pues el espacio del objeto es siempre aquel por donde discurren los rayos antes de penetrar en el sistema óptico, y el espacio de la imagen aquel por donde discurren los rayos, ó sus prolongaciones virtuales, después de atravesado el sistema. Entendiéndolo así, aunque ambos espacios *ocupen un mismo sitio*, no por eso dejan de ser *ópticamente distintos*, pues lo que los caracteriza no es su posición geométrica, sino la relación que guardan entre sí los rayos que parten del objeto antes y después de haber atravesado el sistema óptico, ó sus prolongaciones virtuales en sentido contrario en el caso de que fuera eso preciso para formar la imagen. Cuando sólo es posible que los rayos paralelos al eje se reunan después de háber sufrido la acción del sistema óptico prolongándolos en sentido contrario al de su marcha, se dice que *el foco es virtual*.

En todos los sistemas ópticos capaces de formar imagen existen, pues, según lo que acabamos de ver, dos puntos notables sobre el eje, que se llaman puntos focales, y cuya posición está determinada porque en ellos se reunen todos los rayos que corren paralelos á dicho eje en uno de los dos espacios antes de atravesar el sistema. Estos puntos juegan un papel muy importante en la determinación de las imágenes, y en lo sucesivo los designaremos siempre con las letras F y F^*, llamando *foco posterior* (F^*)

al punto de reunión de los rayos que discurren paralelamente al eje en el espacio del objeto, y foco anterior (F) al punto de reunión de los que, en análogas circunstancias, discurren por el espacio de la imagen. E invirtiendo los términos de la definición podemos también decir que todos los rayos que pasan real ó virtualmente por el punto focal en uno de los dos espacios, corren por el otro espacio paralelos al eje del sistema; y teniendo en cuenta que los haces de rayos paralelos pueden considerarse como si vinieran de un punto situado á distancia infinita, todos los rayos que parten de un punto del eje en tales condiciones, se reunirán en uno de los puntos focales del sistema.

Los dos planos perpendiculares al eje del sistema que pasan por los puntos focales se llaman planos focales.

5. Distancias focales. — Todos los rayos contenidos en las secciones meridianas que discurren por el espacio del objeto, cortan necesariamente al plano focal anterior en un punto, cuya distancia al eje llamaremos h, y á su vez forman con dicho eje un ángulo u, excepto en el caso de series paralelos; y del mismo modo sus rayos conjugados en el espacio de la imagen cortarán real ó virtualmente al plano focal posterior en un punto cuya distancia al eje es h^* y formarán con el eje un ángulo u^*. Entre es-

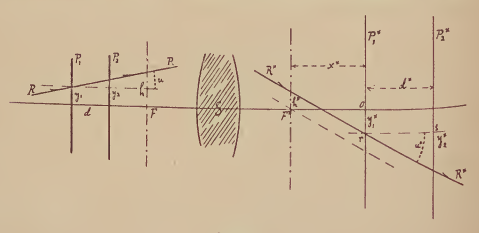


Fig. 5.ª

tos cuatro valores existe, para cada sistema óptico, una relación constante que caracteriza al sistema y que tiene una importancia capital en la formación de las imágenes. Sea, por ejemplo, el sistema convergente S, representado en la *figura 5.ª*, en el cual el rayo RR corta al plano focal en un punto cuya distancia al eje es h y forma con el eje un ángulo u. El rayo conjugado R^*R^*, en el espacio de la imagen, corta al plano focal posterior en un punto cuya distancia al eje es h^*. Del mismo modo que para determinar la existencia de los puntos focales en el párrafo anterior, supondremos ahora también dos pares de secciones conjugadas, P_1, P_1^* y P_2, P_2^* y de la simple comparación de los triángulos F^*oc y rsv, deducimos:

$$\frac{x^*}{d^*} = \frac{y_1^* + h^*}{y_2^* - y_1^*}\ .$$

Substituyendo los valores de y_1^* é y_2^* por sus equivalentes expresados en función de y_1 é y_2 y de los aumentos N_1 y N_2 que existen entre los pares de secciones conjugadas, y teniendo en cuenta que ahora y_1 no es igual á y_2, como en el caso representado en la *figura 2.ª*, tendremos:

$$\frac{x^*}{d^*} = \frac{N_1 \cdot y_1 + h^*}{N_2 \cdot y_2 - N_1 \cdot y_1} .$$

Mas hemos visto (pág. 360) que

$$\frac{x^*}{d^*} = \frac{N_1}{N_2 - N_1} ,$$

y, por lo tanto,

$$\frac{N_1 \cdot y_1 + h^*}{N_2 \cdot y_2 - N_1 \cdot y_1} = \frac{N_1}{N_2 - N_1} .$$

Esta igualdad, después de sencillas transformaciones (1), se reduce á

$$\frac{h^*}{y_2 - y_1} = \frac{N_1 \cdot N_2}{N_2 - N_1} ;$$

y el solo examen de la *figura 5.ª* hace ver que

$$y_2 - y_1 = d \cdot tang\, u,$$

y, por lo tanto,

$$\frac{h^*}{tang\, u} = d \frac{N_1 \cdot N_2}{N_2 - N_1} . \qquad [\mathbf{a}]$$

El primer miembro de esta fórmula expresa la relación entre la distancia h^*, á la que el rayo conjugado R^* corta al plano focal posterior del sistema, y la tangente del ángulo u que el rayo R forma con el eje, y como en el segundo no entran más que cantidades constantes, esa relación tendrá siempre el mismo valor, cualesquiera que sean los rayos de que se trate, pues en el raciocinio no hemos hecho suposición alguna particular. Podríamos haber elegido otros pares de planos conjugados, pero siempre resultaría que entre ellos existiría una relación de aumentos N_1 y N_2 y que á la distancia d corresponderia otra distancia d^*, y á la distancia x otra distancia x^*, y que entre esas cantidades se verificaría la igualdad

$$\frac{x^*}{d^*} = \frac{N_1}{N_2 - N_1} .$$

(1) $N_1 \cdot N_2 \cdot y_1 + N_2 \cdot h^* - N_1 \cdot N_1 \cdot y_1 - N_1 \cdot h^* = N_1 \cdot N_2 \cdot y_2 - N_1 \cdot N_1 \cdot y_1 \cdot$

$$N_1 \cdot N_2 \cdot y_1 + N_2 \cdot h^* - N_1 \cdot h^* = N_1 \cdot N_2 \cdot y_2 ;$$

$$N_2 \cdot h^* - N_1 \cdot h^* = N_1 \cdot N_2 \cdot y_2 - N_1 \cdot N_2 \cdot y_1 ;$$

$$h^* (N_2 - N_1) = N_1 \cdot N_2 (y_2 - y_1) .$$

Si en vez de partir del rayo conjugado en el espacio de la imagen, partiésemos del rayo que discurre por el espacio del objeto, obtendriamos un resultado análogo, aunque inverso. En efecto, de la *figura 5.ª* se deduce que

$$\frac{x}{d} = \frac{h - y_2}{y_2 - y_1},$$

y si en esta igualdad substituímos los valores de y_1 é y_2 por sus equivalentes en función de y_1^* é y_2^* y de los aumentos relativos á los planos conjugados

$$y_1 = \frac{y_1^*}{N_1} \quad \text{é} \quad y_2 = \frac{y_2^*}{N_2},$$

tendremos:

$$\frac{x}{d} = \frac{N_1 . N_2 . h - N_1 . y_2^*}{N_1 . y_2^* - N_2 . y_2^*}.$$

Mas en el párrafo anterior hemos visto que

$$\frac{x}{d} = \frac{N_1}{N_2 - N_1},$$

y, por lo tanto,

$$\frac{N_1 . N_2 . h - N_1 . y_2^*}{N_1 . y_2^* - N_2 . y_1^*} = \frac{N_1}{N_2 - N_1}.$$

Verificando en esa igualdad sencillas transformaciones (1) se reduce á

$$\frac{h}{y_2^* - y_1^*} = \frac{1}{N_2 - N_1};$$

y teniendo en cuenta, según se desprende del examen de la *figura 5.ª*, que $y_2^* - y_1^* = d^* . tang\, u^*$

$$\frac{h}{tang\, u^*} = \frac{d}{N_2 - N_1}; \qquad [\mathbf{b}]$$

fórmula que se presta á las mismas consideraciones que la [**a**], y, por lo tanto, podemos desde luego establecer que existe también una relación

(1)

$$N_1 . N_2 . N_2 . h - N_1 . N_2 . y_2^* - N_1 . N_1 . N_2 . h + N_1 . N_1 . y_2^* = N_1 . N_1 . y_2^* - N_1 . N_2 . y_1^*;$$

$$N_1 . N_2 . N_2 . h - N_1 . N_2 . y_2^* - N_1 . N_1 . N_2 . h = - N_1 . N_2 . y_1^*;$$

$$h (N_1 . N_2 . N_2 - N_1 . N_1 . N_2) = N_1 . N_2 (y_2^* - y_1^*);$$

$$\frac{h}{y_2^* - y_1^*} = \frac{1}{N_2 - N_1}.$$

constante, para cada sistema óptico, entre la distancia h, que los rayos que discurren por el espacio del objeto cortan al plano focal anterior, y el ángulo u^* que el rayo conjugado en el espacio de la imagen forma con el eje; y como al mismo resultado vendriamos á parar si considerásemos un sistema divergente, asi como para cualquiera que fuese la posición de los rayos incidentes, podemos decir de un modo general que entre los ángulos u_1, u_2, u_3..... que diversos rayos forman con el eje en el espacio del objeto, y las distancias al eje h_1^*, h_2^*, h_3^*..... de los puntos en que sus conjugados cortan al plano focal posterior, existe la relación constante

$$\frac{h_1^*}{tang\, u_1} = \frac{h_2^*}{tang\, u_2} = \frac{h_3^*}{tang\, u_3} \ldots\ldots,$$

y, viceversa, es también constante la relación que existe entre las distancias al eje h_1, h_2, h_3..... que los rayos que discurren en el espacio del objeto cortan el plano focal anterior, y los ángulos u_1^*, u_2^*, u_3^* que sus conjugados forman con el eje:

$$\frac{h_1}{tang\, u_1^*} = \frac{h_2}{tang\, u_2^*} = \frac{h_3}{tang\, u_3^*} \ldots\ldots$$

Esa relación, que constituye una de las propiedades más importantes de los sistemas ópticos, puede expresarse de la siguiente manera:

Para todos los rayos que atraviesan un determinado sistema, existe una relación constante: 1.°, entre las distancias h á las que los rayos que discurren por el espacio del objeto cortan al plano focal anterior y las tangentes de los ángulos u^* que sus conjugados forman con el eje en el espacio de la imagen, y 2.°, entre las distancias h^* á las que los rayos cortan al plano focal posterior en el espacio de la imagen, y las tangentes de los ángulos u que sus conjugados forman con el eje en el espacio del objeto. El valor de estas relaciones se designa con el nombre de distancia focal ó valor focal del sistema, y de aquí en adelante lo representaremos por f y f^*, haciendo,

$$f = \frac{h^*}{tang\, u} \quad [\mathbf{A}] \quad \text{y} \quad f^* = \frac{h}{tang\, u^*}. \quad [\mathbf{B}]$$

El primero de estos valores es la distancia focal anterior, ó del espacio del objeto, y el segundo la distancia focal posterior, ó del espacio de la imagen. Más adelante veremos cuándo estas dos distancias son iguales y el signo que deben llevar (1).

(1) Desde los primeros tiempos de la Óptica se llamaron distancias focales, al estudiar las leyes de la refracción por una sola superficie esférica, á los intervalos entre los puntos focales y el vértice de la superficie. Una significación igual lleva esta expresión en las lentes infinitamente delgadas. Al fundar Gauss la teoría de las lentes espesas, la distancia focal se convirtió en la distancia entre los focos y los planos principales del sistema. En ambos casos su valor coincide con las expresiones [A] y [B].

El valor y signo de las distancias focales caracterizan el sistema bajo el punto de vista dióptrico, pues si bien para determinarlas hemos elegido arbitrariamente las dos secciones P_1 y P_2, la posición de sus conjugadas P_1^* y P_2^*, así como el aumento entre ellas, depende de las propiedades intrínsecas del sistema, conforme á las leyes fundamentales expuestas en el § 3.

6. Otras definiciones de las distancias focales.—De la significación de las distancias focales, tal como las acabamos de definir, se desprenden las dos siguientes consecuencias, que son de gran importancia para la teoría de la formación de las imágenes:

1.° Todos los rayos que se cruzan en un mismo punto del plano focal anterior, después de atravesar el sistema correrán paralelamente en el espacio de la imagen. En efecto, los rayos $R_1 R_2 R_3$ que cortan en un mismo punto al plano focal FF (*fig. 6.ª*) á la distancia h del eje, después de salir del sistema deberán formar el mismo ángulo u^* con el eje, puesto que para todos ellos es valedera la fórmula $\frac{h}{tang\, u^*} = f^*$, en la que h y f^* son dos cantidades constantes, y, por lo tanto, el valor de la tangente u^* correspondiente á la rayos R_1^*, R_2^* y R_3^*, deberá ser el mismo, condición que exige que los tres rayos sean

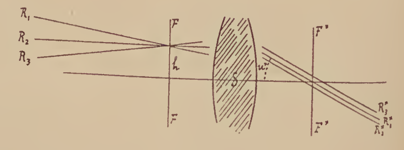


Fig. 6.ª

paralelos al salir del sistema. Y, á la inversa, si consideramos un haz de rayos paralelos que formen un ángulo u con el eje, en el espacio del objeto, apoyándonos en el mismo razonamiento deduciremos que deben cortar al plano focal posterior en un mismo punto, cuya distancia al eje será h^*. Y así podemos decir que todos los haces de rayos paralelos que discurran por el espacio del objeto, sean cualesquiera los ángulos que formen con el eje, después de atravesar el sistema óptico se reunirán en puntos del espacio de la imagen situados sobre el plano focal posterior. Y, viceversa, todos los haces de rayos paralelos en el espacio de la imagen se cruzarán en puntos situados sobre el plano focal anterior. Y como los haces de rayos paralelos podemos suponer que parten de puntos situados en el infinito, de aquí el que podamos también decir que los planos focales anterior y posterior son, respectivamente, la imagen de planos situados á distancia infinita, en los espacios de la imagen y del objeto. Esta propiedad de los planos focales es de suma importancia para su determinación práctica, según se verá más adelante.

Cuando los ángulos u y u^* de las fórmulas [**A**] y [**B**] decrecen sucesivamente hasta llegar á cero, los valores de h y h^* decrecerán en la misma proporción hasta llegar también á ser cero, lo que indica que los rayos paralelos al eje se reunen en los puntos focales.

2.° Como los haces de rayos paralelos se puede suponer que vienen de puntos muy lejanos ó situados en el infinito, y su reunión después de atravesar el sistema tiene lugar en los planos focales, las expresiones [**A**] y [**B**] adquieren una nueva significación. En efecto; si el objeto O (*fig.* 7.ª) está bastante alejado del sistema S para que podamos suponer que los haces de rayos que parten de sus dos extremidades son paralelos, su imagen se formará en el plano focal posterior, estando su magnitud determinada por

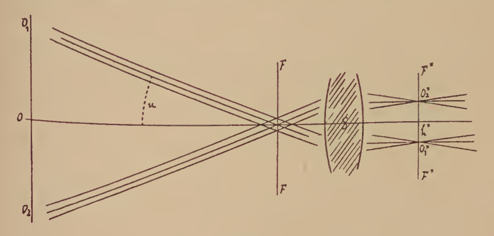


Fig. 7.ª

el duplo de $h^* = f \times tang\ u$; mas en ese caso u no es otra cosa que la mitad del ángulo visual del objeto O, así como h^* representa la mitad de su imagen y, por lo tanto, $\frac{h^*}{tang\ u}$ expresará la relación que existe entre la mitad de la imagen de un objeto muy lejano y la tangente de la mitad del ángulo bajo el cual dicho objeto es visto á simple vista; ó, inversamente, la relación entre la mitad del diámetro de un objeto y la tangente de la mitad del ángulo visual de su imagen formada en el infinito. (En esta propiedad se funda un método práctico para la determinación de la distancia focal de los objetivos.)

Según estas consideraciones, se pueden definir las distancias focales diciendo que representan:

a) La relación que existe entre la distancia al eje de los puntos en que los rayos cortan al plano focal en uno de los espacios y la tangente del ángulo de inclinación de sus conjugados en el otro espacio, ó bien

b) La relación entre la mitad de la imagen de un objeto situado en el infinito y la tangente de la mitad de su ángulo visual; ó bien, la relación entre la mitad de un objeto y la tangente de la mitad del ángulo visual de su imagen formada por el sistema á distancia infinita. (Definición de las distancias focales dada por Gauss.)

7. Signos convencionales.—Antes de pasar más adelante, y con el objeto de precisar bien la significación de las distancias focales, así como la situación de los rayos, puntos, líneas y planos que nos han de servir para hallar las leyes de la formación de las imágenes, conviene, desde luego, puntualizar la cuestión de los signos algebraicos. Los planos focales dividen, respectivamente, los espacios del objeto y de la imagen en dos partes, y sus puntos de intersección con el eje óptico sirven de origen de distancias, esto es, todas las distancias contadas sobre el eje del sistema óptico empiezan en los puntos focales, siendo positivas aquéllas que vayan en el sentido que suponemos que se propagan los rayos luminosos, y negativas las que se tomen en sentido contrario (1). Las distancias perpendiculares al eje serán positivas hacia arriba, y negativas hacia abajo, suponiendo el eje horizontal. Para los arcos y líneas trigonométricas adoptaremos los signos + y — tal como se admiten comúnmente en Trigonometría y Geometría descriptiva. El punto de origen de los arcos estará sobre el eje del sistema, y supondremos que crecen hacia arriba (hacia las distancias positivas) en sentido contrario al movimiento de las agujas de un reloj. Los signos de las líneas trigonométricas serán los correspondientes á esa suposición. Según esto, los valores de $f = \frac{h^*}{tang\ u}$ y de $f^* = \frac{h}{tang\ u^*}$ tomados sobre el eje á partir de los puntos F y F^*, serán siempre de signos contrarios. En la *figura 5.ª* tenemos, por ejemplo, $+h$ y $+h^*$, $+tang\ u$ y $-tang\ u^*$, y, por lo tanto,

$$\frac{+h^*}{+tang\ u} = +f \quad \text{y} \quad \frac{+h}{-tang\ u^*} = -f^*.$$

Las distancias focales se cuentan siempre á partir de los focos, y son de signos contrarios. En los sistemas convergentes la distancia focal anterior es positiva, y en los divergentes es negativa. Más adelante (§ **12**) insistiremos en estas diferencias, limitándonos por ahora á consignar que deben escribirse siempre con sus signos de la siguiente manera:

$$\pm f = \frac{h^*}{tang\ u} \quad [\mathbf{A}] \qquad \text{y} \qquad \mp f^* = \frac{h}{tang\ u^*}. \quad [\mathbf{B}]$$

Cuando los índices refractivos de los medios del espacio del objeto y de la imagen son iguales, como sucede, por ejemplo, cuando el objeto y la imagen se hallan en el aire, las distancias focales son iguales y de signos contrarios: $\pm f = \mp f^*$. (Véase más adelante el § **17**.)

8. Determinación de las imágenes.—Conociendo la posición de los focos y el valor de las distancias focales está bastante definido un sistema

(1) En algunos casos se toman las distancias horizontales á partir de los vértices de las superficies refractivas, como sucede, por ejemplo, al determinar la posición de los focos. Las distancias z y z^* de los §§ **15** y **18**, y las r, r^* y s, s^* del § **16** están contadas de esa manera, según allí mismo se indica.

óptico para que, sin otros elementos, podamos trazar la imagen de un objeto y determinar las leyes que presiden á su formación. Los focos y las distancias focales pueden hallarse de un modo directo, experimentalmente, sin que sea necesario conocer la composición óptica del sistema, lo que constituye una de las ventajas del método que venimos siguiendo sobre los demás ideados hasta ahora y en los cuales era preciso recurrir á puntos y planos que no tienen ninguna existencia real.

Prácticamente podemos fijar la posición de los focos F y F^* del sistema S (*fig. 8.ª*), aprovechando la propiedad de ser los puntos de reunión de los rayos paralelos al eje, ó la de los planos focales, por formarse en ellos las imágenes de los objetos muy lejanos. El valor y signo de las distancias focales también los podemos hallar experimentalmeute, pues nos basta medir el ángulo visual de un objeto muy lejano y el diámetro de la imagen que de dicho objeto forme el sistema (§ **6**, 2.º). Si éste es convergente, según representa la *figura 8.ª*, el valor de las distancias focales será $+f$ y $-f^*$. Supongamos un objeto O, perpendicular al eje, cuya distancia $-x$ al foco F nos es conocida, y vamos á determinar su imagen. Desde su

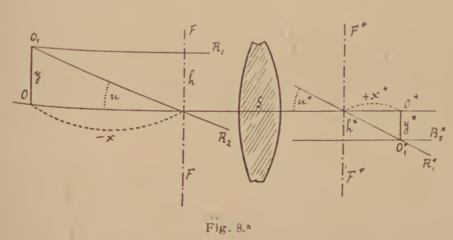


Fig. 8.ª

punto extremo O_1 partirá un haz de rayos divergentes, los cuales, después de atravesar el sistema, se reunirán en el punto O_1^* de la imagen; y á nosotros nos bastará seguir la marcha de dos de ellos y determinar su intersección para fijar el punto O_1^*. Escojamos, para ello, uno que sea paralelo al eje y otro que pase por el punto focal F. El primero, después de atravesar el sistema, cortará el eje, en el espacio de la imagen, en el punto focal posterior F^* y estará completamente determinado en cuanto conozcamos el ángulo u^*. Para ello acudiremos á la relación [**B**] del párrafo anterior, $tang\ u^* = -f^* \times h$, cuyo segundo miembro nos es conocido, puesto que la cantidad h, longitud del objeto, la podemos medir directamente y $-f^*$ la hemos determinado previamente como á uno de los datos del problema. El signo negativo de $tang\ u^*$ nos indica que el rayo conjugado R_1^* ocupa la posición representada en la figura, y no la simétrica (de abajo arriba) que correspondería á tangente de u^* positiva. El segundo rayo elegido R_2 pasa por el foco anterior F y, por lo tanto, discurrirá paralelamente al eje en el espacio de la imagen y estará determinado en cuanto conozcamos su distancia á dicho eje. Para ello, de la expresión [**A**] de la distancia focal

$f = \frac{-h^*}{-tang\ u}$, deduciremos el valor de h^*, cuyo signo negativo nos indica que debe tomarse por debajo del eje del sistema. La intersección de los rayos R_1^* y R_2^* determina la posición del punto O_1^* de la imagen, y trazando desde él una perpendicular al eje tendremos también la posición del punto O^*.

9. Relaciones de posición y magnitud entre el objeto y la imagen. Aumentos.—Mas en vez de seguir el procedimiento poco práctico que se acaba de indicar, de ir construyendo la imagen punto á punto, midiendo directamente h y u y calculando h^* y u^*, es más expedito determinar de un modo general ciertas relaciones que existen entre el objeto y la imagen, las cuales están virtualmente contenidas en la existencia de los focos y en la expresión de las distancias focales tal como las hemos definido. Estas relaciones pueden reducirse á las cuatro siguientes:

1.º Relación entre las distancias de dos puntos conjugados sobre el eje á los puntos focales respectivos:

$$(x \,.\, x^* = f \,.\, f^*). \qquad [1]$$

2.º Relación de magnitud entre la distancia que separa dos puntos situados en una sección del espacio del objeto y la que existe entre sus homólogos situados en la sección conjugada en el espacio de la imagen. Esta relación se designa comúnmente con el nombre de aumento lateral ó simplemente de aumento:

$$\left(N = \frac{y^*}{y} = \frac{f}{x} = \frac{x^*}{f^*}\right). \qquad [2]$$

3.º Relación entre la distancia que separa dos puntos muy próximos situados sobre el eje en el espacio del objeto y la distancia que separa sus conjugados en el espacio de la imagen. Se llama esta relación aumento axil ó aumento en profundidad:

$$\left(\frac{d^*}{d} = \frac{x^*}{x} = \frac{f \,.\, f^*}{x^2}\right). \qquad [3]$$

4.º Relación entre los ángulos que dos rayos conjugados forman con el eje. Constituye el aumento angular, llamado también relación de convergencia:

$$\left(\frac{tang\ u^*}{tang\ u} = -\frac{f}{x^*} = -\frac{x}{f^*}\right). \qquad [4]$$

Vamos ahora á determinar la expresión de estas relaciones y á explicar su verdadero sentido.

I. *Distancias á los focos de dos puntos conjugados sobre el eje.*—En la *figura 8.ª*, y é y^* representan las distancias al eje de dos puntos conjuga-

dos O_1 y O_1^*, cuya posición hemos aprendido á determinar en el párrafo anterior. Teniendo en cuenta que $y = h$ é $y^* = h^*$, y la definición de las distancias focales, fórmulas **[A]** y **[B]** del § **5**, tenemos:

$$x = \frac{y}{tang\, u} \quad \text{y} \quad x^* = \frac{y^*}{tang\, u^*};$$

de donde,

$$x \,.\, x^* = f \,.\, f^*; \qquad [1]$$

expresión conocida comúnmente con el nombre de ecuación de Newton. El segundo miembro, producto de las distancias focales, es una cantidad constante para cada sistema, y según la convención que para los signos hemos hecho en el § **7**, el producto $f \,.\, f^*$ es siempre negativo, y así tendremos:

$$x^* = \frac{-f \,.\, f^*}{x},$$

lo que nos dice que el signo de x^* dependerá exclusivamente del que tenga x, esto es, de que el objeto esté situado á la derecha ó á la izquierda del punto focal F, y que le será siempre contrario. Las distancias conjugadas x y x^* tendrán, pues, signos contrarios, y en rigor deberíamos escribir la fórmula **[1]** de esta manera:

$$-x \,.\, x^* = -f \,.\, f^*.$$

II. *Aumento lateral.*—Según se desprende de la misma *figura 8.ª*, para dos distancias conjugadas perpendiculares al eje y é y^* se tiene:

$$tang\, u = \frac{y}{x} \quad \text{y} \quad tang\, u^* = \frac{y^*}{x^*};$$

y como por ser y^* é y^* iguales, respectivamente, á h y h^*, podemos escribir las fórmulas **[A]** y **[B]** de las distancias focales: $y = f^* \,.\, tang\, u^*$, é $y^* = f \,.\, tang\, u$, poniendo los valores de las tangentes de u y u^* en las dos anteriores igualdades y recordando que hemos llamado aumento N á la relación $y^* : y$, tendremos:

$$N = \frac{y^*}{y} = \frac{f}{x} = \frac{x^*}{f}. \qquad [2]$$

Según la 3.ª de las leyes fundamentales de la formación de la imagen que hemos admitido en el § **3**, el aumento lateral N es constante para cada par de secciones conjugadas é independientes de los valores que pueden tener y é y^*. Su magnitud es inversamente proporcional á la distancia del objeto al foco anterior y directamente proporcional á la distancia entre la imagen y el foco posterior, y está comprendida entre los límites $+\infty$ y $-\infty$.

Con las ecuaciones [**1**] y [**2**] podemos determinar fácilmente la posición de la imagen de un punto cualquiera O del objeto *(fig. 8.ª)* tomando la distancia y^* por encima ó por debajo del eje según el signo que le corresponda. En el caso représentado en la *figura 8.ª*, por ejemplo, y^* debe ser negativo, y, por lo tanto, contado por debajo del eje, porque su expresión $y^* = \frac{y \times f}{-x}$ es negativa.

III. *Aumento axil ó de profundidad.* — El sistema S forma una imagen O_1^* del objeto O_1. Si éste se mueve á lo largo del eje, en uno ú otro sentido, su imagen se moverá también, acercándose ó alejándose del foco F^*, y su posición podremos determinarla en cada caso por medio de la fórmula [**1**]. Á una distancia d entre dos posiciones O_1 y O_2 del objeto, corresponderá una distancia d^* conjugada, correspondiente á las dos posiciones O_1^* y O_2^* de la imagen. La relación entre estas dos cantidades

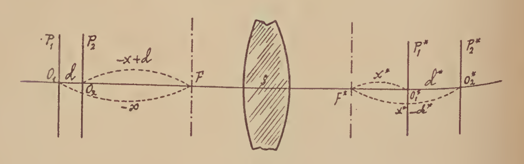


Fig. 9.ª

d y d^*, cuando d es muy pequeña, es el aumento axil ó de profundidad. Si d es el espacio comprendido entre dos secciones objetivas $O_1 O_2$, d^* representará el espacio entre sus imágenes, ó sea el grueso ó espesor de la imagen correspondiente al grueso del objeto, siempre bajo el supuesto de que d sea muy pequeño.

Entre las distancias del objeto O_1 y de su imagen O_1^*, á los focos respectivos, existe la relación [**1**]

$$x \, . \, x^* = f \, . \, f^*.$$

Asimismo esta igualdad es valedera para la segunda posición O_2 del objeto y de su imagen O_2^*; y teniendo en cuenta que para esta segunda posición del objeto las distancias respectivas á los puntos focales son $(-x+d)$ y $(x^* + d^*)$ puede escribirse de la siguiente manera:

$$(-x+d) \, . \, (x^* + d^*) = -f \, . \, f^*;$$

y haciendo las operaciones indicadas, hallaremos el siguiente valor para la relación $\frac{d^*}{d}$:

$$\frac{d^*}{d} = -\frac{x^*}{d-x}.$$

Esta última igualdad se puede escribir bajo estas dos formas:

$$\frac{d^*}{d} = -\frac{x^*}{x\left(\frac{d}{x} - 1\right)}, \quad \text{y} \quad \frac{d^*}{d} = -\frac{x^*}{x} \cdot \frac{x}{d-x},$$

de las cuales se deduce claramente que cuando d sea muy pequeño y próximo á cero, el valor del segundo miembro tiende á ser igual á $\frac{x^*}{x}$. Substituyendo en ese caso x^* por su valor deducido de la ecuación [**1**], y teniendo en cuenta que d y d^* son siempre de signos contrarios tendremos:

$$\frac{d^*}{d} = -\frac{x^*}{x} = -\frac{f \cdot f^*}{x^2}. \qquad [3]$$

Según veremos más adelante (§ **17**) cuando el indice refractivo del medio del objeto es igual al del medio de la imagen, las distancias focales son iguales, aunque de signos contrarios, y para ese caso se puede escribir la anterior igualdad [**3**] de la siguiente manera, teniendo en cuenta que $\frac{f}{x}$ expresa el aumento lateral N:

$$\frac{d^*}{d} = \left(\frac{f}{x}\right)^2; \qquad \frac{d^*}{d} = N^2. \qquad [3\,a]$$

El aumento axil ó de profundidad es, pues, para pequeños valores de d, igual al cuadrado del aumento lateral.

De la ecuación [**3**] se deduce que el aumento axil es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que separa el objeto del foco anterior; y substituyendo el valor de x^2 en la igualdad [**3**] por el deducido de la igualdad [**1**] tendremos:

$$\frac{d^*}{d} = \frac{x^{*2}}{ff^*}$$

que indica que el aumento axil es directamente proporcional al cuadrado de la distancia entre el foco posterior y la imagen (1).

IV. *Aumento angular ó relación de convergencia.*—Los dos rayos conjugados R y R^* *(fig. 10)* cortan, respectivamente, al eje en dos puntos P y P^*, conjugados también, y entre los ángulos u y u^* que en dichos puntos forman con el eje existe la relación constante que vamos á determinar.

En el triángulo formado en el espacio del objeto por la distancia x del

(1) Más adelante veremos (§ **16**) la influencia que en el aumento en profundidad tienen los índices de los medios refractivos anterior y posterior del sistema, cuestión de gran importancia en los objetivos de inmersión tan usados en microscopia.

punto P al foco anterior (1), y la altura h á la cual el rayo R corta al plano focal, se verifica que

$$h = -x \cdot tang\, u.$$

La expresión [**B**] del § **5** de la distancia focal posterior da, para este

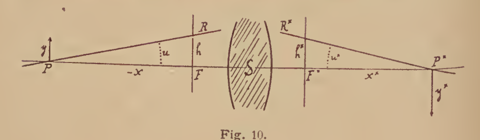


Fig. 10.

mismo valor de h, $f^* \cdot tang\, u^*$ y, por lo tanto, $f^* \cdot tang\, u^* = -x \cdot tang\, u$; de lo que se deduce

$$\frac{tang\, u^*}{tang\, u} = -\left(\frac{x}{f^*}\right).$$

En el triángulo análogo del espacio de la imagen se verifica también que

$$h^* = -x^* \cdot tang\, u^*,$$

y substituyendo en esta igualdad el valor de h^* por el deducido de la expresión de la distancia focal anterior [**A**] tendremos:

$$\frac{tang\, .\, u^*}{tang\, .\, u} = -\left(\frac{f}{x^*}\right) = -\left(\frac{x}{f^*}\right). \qquad [4]$$

Para otro par de rayos que cruzaran al eje en los puntos P y P^* hallaríamos el mismo resultado, puesto que el valor de la relación no depende de las alturas h y h^* y, por lo tanto, podemos decir de un modo general que entre las tangentes de los ángulos que los rayos conjugados forman con el eje en los puntos conjugados de intersección, existe una relación constante determinada por los valores focales del sistema y las distancias de los puntos de intersección (conjugados) á los focos respectivos. Esta relación se llama de c o n v e r g e n c i a, y también a u m e n t o a n g u l a r, pues si el rayo R pasa por el extremo O_1 del objeto, su conjugado pasará por la extremidad O_1^* de la imagen, y entonces u y u^* serán los

(1) En la fórmula trigonométrica $h = x \cdot tang\, .\, u$, la distancia x se empieza á contar desde el punto P hacia la derecha; mas como nosotros, según las convenciones hechas en el § 7, contamos las distancias x y x^* á partir de los puntos focales respectivos, positivas en el sentido de la marcha de los rayos luminosos, y negativas en el sentido contrario, de aquí el que x y x^* deben aparecer con signos contrarios á los que realmente tengan.

ángulos bajo los cuales serían vistos el objeto y la imagen, respectivamente, desde los puntos conjugados P y P^* en que dichos rayos cortan al eje.

10. RELACIONES ENTRE LOS TRES AUMENTOS (1). — Designando con las letras α, β y γ los aumentos en profundidad [**3**], lateral [**2**] y angular [**4**] y combinando sus expresiones de un modo apropiado, se hallan las siguientes relaciones de dependencia que entre ellos existen, las cuales son de utilidad para comprender la influencia que ejercen en la formación de la imagen.

$$\frac{\alpha}{\beta^2} = -\frac{f^*}{f}; \qquad [\mathbf{a}] \qquad\qquad \frac{\alpha}{\beta} = -\frac{f^*}{f} \cdot \beta = \frac{1}{\gamma} \qquad [\mathbf{b}]$$

$$\beta \cdot \gamma = -\frac{f}{f^*}; \qquad [\mathbf{c}] \qquad\qquad \frac{\beta}{\gamma} = \alpha = -\frac{f}{f^*} \cdot \frac{1}{\gamma^2} \qquad [\mathbf{d}]$$

$$\frac{\alpha \cdot \gamma}{\beta} = 1. \qquad [\mathbf{e}]$$

11. PUNTOS CONJUGADOS DETERMINADOS POR LOS PLANOS PRINCIPALES. — Para determinar la posición de dos puntos conjugados sobre el eje, hemos hallado la igualdad de Newton: $x \cdot x = f \cdot f^*$ [**1**] en la cual las distancias se cuentan á partir de los puntos focales. En muchos casos es conveniente tomar como origen, en vez de los focos, un par de puntos conjugados sobre el eje, cuya posición sea notable y bien definida. La igualdad de Helmholtz tiene ese objeto. Sea, por ejemplo, un sistema S *(fig. 11)* cuyas distancias focales y posición de los focos nos son conocidas. El punto P está determinado por la distancia $-x$, y su conjugado P^* por la

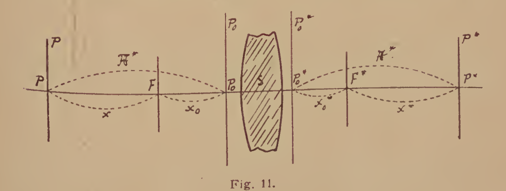


Fig. 11.

distancia x^*, deducida de la ecuación $x \cdot x^* = f \cdot f^*$. De igual modo determinaremos P_0 y P_0^*, cuyas coordenadas con relación á los focos son x_0 y $-x_0^*$. Estos dos puntos los vamos ahora á tomar como á puntos de origen, y á ellos relacionaremos la posición de P y P^*. Llamando $\mathfrak{x}$ la distancia P_0P, y $\mathfrak{x}^*$ la distancia $P_0^*P^*$, tendremos:

(1) Véase *Die Bilderzeugung in optischen Instrumenten.* Berlin, 1904, pág. 105.

$$\mathfrak{X} = x - x_0 \quad \text{y} \quad \mathfrak{X}^* = x^* - x_0^*$$

$$x = \mathfrak{X} + x_0 \quad \text{y} \quad x^* = \mathfrak{X}^* + x_0^*;$$

y como $x \,.\, x^* = f \,.\, f^*$,

$$(\mathfrak{X} + x_0) \,.\, (\mathfrak{X}^* + x_0^*) = f \,.\, f^*,$$

$$\mathfrak{X}\mathfrak{X}^* + \mathfrak{X}^* x_0 + \mathfrak{X}\, x_0^* = 0,$$

$$\frac{x_0}{\mathfrak{X}} + \frac{x_0^*}{\mathfrak{X}^*} + 1 = 0. \qquad [\mathbf{a}]$$

Los puntos P_0 y P_0^*, interseccción de los planos P_0 y P_0^* con el eje, pueden ser cualesquiera con tal de que sean conjugados, y la anterior igualdad [**a**] será siempre justa bajo esa condición, expresando $\mathfrak{X}$ y $\mathfrak{X}^*$ las abscisas de dos puntos conjugados P y P^*, contadas á partir de los puntos de origen P_0 y P_0^*; y x_0 y x_0^* las abscisas de esos puntos de origen P_0 y P_0^* contadas á partir de los focos F y F^* del sistema. Si elegimos los planos conjugados P_0 y P_0^* de tal modo que la relación de su aumento sea $+1$, entonces se convertirán en los planos principales de Gauss (1), y x_0 y x_0^* serán el valor de las distancias focales f y f^* del sistema. Bajo este supuesto la igualdad [**a**] se transforma en

$$\frac{f}{\mathfrak{X}} + \frac{f^*}{\mathfrak{X}^*} + 1 = 0, \qquad [\mathbf{b}]$$

que expresa la relación que existe entre las distancias focales y las distancias á los planos principales de dos puntos conjugados sobre el eje, contadas á partir de dichos planos.

---

(1) Los planos principales, que en la teoría de Gauss sobre la formación de las imágenes juegan un papel importantísimo, son dos secciones conjugadas cuya relación de aumentos es $+1$. Según hemos visto en el § 9, esa relación de aumentos está expresado por la fórmula [2]

$$\frac{y^*}{y} = \frac{f}{x} = \frac{x^*}{f^*},$$

la cual exige, para que su primer término sea $+1$, que f sea igual á x, y f^* á x^*. Las distancias, pues, de los planos principales á los focos, x_0 y x_0^*, deberán ser, respectivamente, iguales á f y f^* para satisfacer la condición de que la relación de su aumento sea $+1$.

La igualdad [b] experimenta una simplificación cuando se aplica á las lentes muy delgadas, pues en ellas los planos principales coinciden con el vértice de sus caras y, por lo tanto, esos vértices son los puntos de partida para determinar los valores de $\mathfrak{X}$ y $\mathfrak{X}^*$. Cuando el medio del objeto y de la imagen son iguales, las dos distancias focales lo son también y de signos contrarios, y así, substituyendo en la fórmula [b] f^* por $-f$, tendremos:

$$\frac{f}{\mathfrak{X}} - \frac{f}{\mathfrak{X}^*} + 1 = 0; \quad \frac{1}{\mathfrak{X}^*} - \frac{1}{\mathfrak{X}} = \frac{1}{f}; \quad f = \frac{\mathfrak{X}\mathfrak{X}^*}{\mathfrak{X} - \mathfrak{X}^*}.$$

12. SISTEMAS CONVERGENTES Y DIVERGENTES.—Al determinar los puntos focales, en el § **4**, hemos visto que los sistemas ópticos se conducen de dos modos diferentes con relación á los rayos paralelos al eje que discurren por uno de los dos espacios, pues mientras en unos, después de atravesar el sistema, se reunen realmente en un punto, esto es, salen convergentes, en otros salen divergentes, y solamente puede verificarse su reunión considerándolos prolongados virtualmente, en sentido contrario al de su marcha. De ahí el que los sistemas ópticos se dividan en convergentes ó colectivos y divergentes ó dispersivos, según que posean la propiedad de hacer convergir ó divergir los haces de rayos paralelos.

La formación real ó virtual de las imágenes no puede emplearse como carácter genérico para clasificar los sistemas compuestos en estos dos grupos, pues éstos no se conducen siempre como las lentes sencillas, las cuales, por la posición relativa de sus focos, y la realidad ó virtualidad de la imagen de un objeto lejano están completamente caracterizadas. En los sistemas compuestos, por el contrario, puede ocurrir en algún caso que considerando los rayos en un sentido den una imagen virtual, y real tomándolos en el sentido opuesto, pues ello depende de la disposición especial de los elementos del sistema. Tampoco puede servir de carácter, como en las lentes, el que el foco anterior se halle situado detrás del sistema y el posterior delante. En cambio, la posición relativa de la imagen con respecto al objeto, prescindiendo de si es real ó virtual, proporciona un medio seguro para determinar si los sistemas son colectivos ó dispersivos (1). En los primeros, al igual de las lentes, la mitad del espacio del objeto situado delante del plano focal (región de las x negativas) es representado invertido, mientras que la otra mitad, situada detrás del plano focal (región de las x positivas), es representada derecha. En los sistemas dispersivos sucede lo contrario: la mitad del espacio del objeto correspondiente á las x positivas es representado derecho, y la otra mitad, correspondiente á las x positivas, es representado invertido.

Las distancias focales ya hemos visto (§ **7**) que tienen siempre signos contrarios, y que el signo que afecta á la distancia focal anterior caracteriza el sistema. Así, pues, son convergentes los sistemas cuando la distancia focal anterior es positiva ($+f$ y $-f^*$) y divergentes cuando es negativa ($-f$ y $+f^*$). El producto de las dos distancias focales es siempre una cantidad negativa ($f \times f^* < 0$).

En el caso del microscopio, que tiene para nosotros especial interés, veremos que debe considerársele como un sistema dispersivo porque reune los dos caracteres esenciales de dar una imagen invertida de la región de las x positivas, y de ser negativa su distancia focal anterior, y positiva la posterior. Para convencerse de ello basta fijarse en la marcha de los rayos, y determinar las distancias focales del sistema total, sin tener en cuenta las distancias parciales correspondientes por separado al objetivo y al ocular, por medio de las fórmulas [**A**] y [**B**] del § **5**. Un rayo

---

(1) Véase Czapski: *Teorie der optischen Instrumente nach Abbe*, pág. 37, y Rhor: *Die Bilderzeugung in optischen Instrumenten*, páginas 32 y 121.

paralelo al eje que penetre en el objetivo S_1 *(fig. 12)* cortando al plano focal anterior FF á la altura h, saldrá del ocular, después de haber atravesado el sistema, cortando el eje en el punto focal posterior F^* y formando con él un ángulo u^*. La tangente de ese ángulo, según las convenciones que hemos hecho en el § **7**, es positiva, así como la cantidad h

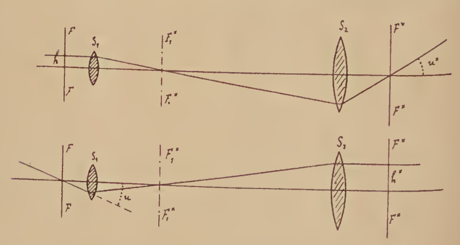


Fig. 12.

y, por lo tanto, la distancia focal posterior $f^* = h : tang\, u^*$ será también positiva. Si suponemos, á la inversa, que el rayo paralelo al eje penetra por el ocular S_2 *(fig. 12)* al salir del microscopio se cruzará con el eje óptico en el punto focal anterior F, formando con él un ángulo u cuya tangente será negativa y, por lo tanto, la distancia focal anterior $f. = h^* : tang\, u$ será negativa también (1).

13. Construcción de las imágenes.— Vamos ahora á examinar con algún mayor detenimiento la formación de las imágenes, mas antes será conveniente indicar un método gráfico y sencillo para trazarlas sin necesidad de recurrir á las fórmulas de los §§ **8** y **9**.

Supongamos un sistema óptico convergente S *(fig. 13)*, del cual conocemos la posición de los dos focos F y F^*, así como el valor de las distancias focales f y f^*, y vamos á determinar la posición de la imagen del objeto O. De la infinidad de rayos que pasan por su punto extremo O_1, tomaremos solamente dos: R_1 paralelo al eje y R_2 que pasa por el foco anterior F. El primero, después de atravesar el sistema, pasará por el foco posterior F^* y el segundo será paralelo al eje, y su intersección determinará el punto O_1^* de la imagen. Para hallar su posición podemos proceder de la siguiente manera. Desde el punto F, y en sentido de las x positivas, tomaremos la distancia $FH = f$ y por el punto H levantaremos la perpendicular el eje HP. Del mismo modo desde el punto F^* tomaremos la distancia $f^* = F^*H^*$ en sentido negativo, y levantaremos la perpendi-

(1) Si nos sirviéramos de los planos principales de Gauss, hallaríamos que el plano principal anterior estaba situado antes del plano focal anterior, y el plano principal posterior después del foco posterior, á lo que corresponde también una distancia focal anterior negativa y una distancia focal posterior positiva.

cular $H^* P^*$. Los dos planos HP y $H^* P^*$ son conjugados, y la relación de aumento entre ellos es igual á $+1$ y, por lo tanto, el rayo R_1 cortará á ambos á la misma altura h_1 y luego se dirigirá al foco F^* (1). De igual

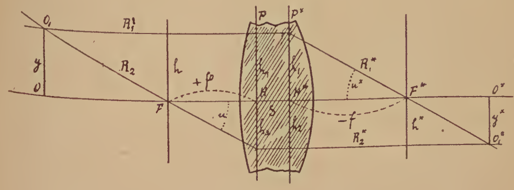


Fig. 13.

manera, el rayo R_2 cortará á igual altura h_2 á los dos planos, y continuará discurriendo paralelamente al eje en el espacio de la imagen. La intersección de R_1^* y R_2^* será el punto O_1^* de la imagen. Los dos planos PH y $P^* H^*$ no son otra cosa que los planos principales de Gauss, y H y H^* los puntos principales. Por su cualidad de conjugadas las dos secciones, y por ser la relación de aumento $+1$, todo rayo que corte á uno de ellas debe cortar á la otra á la misma distancia del eje ó, lo que da lo mismo, todos los rayos en el trayecto de plano á plano deben ser paralelos al eje óptico, circunstancia que permite trazar gráficamente su marcha del modo sencillo que se acaba de ver. De igual manera trazaremos otros puntos de la imagen, excepto los que se hallen sebre el eje, para los cuales es preciso emplear otro procedimiento, que consiste en resolver gráficamente la ecuación $x \cdot x^* = f \cdot f^*$, según se indica la *figura 14*.

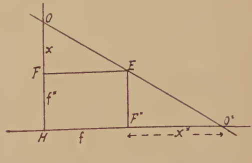


Fig. 14.

Se construye el rectángulo HF^*EF, cuyos lados lados son f y f^*. En la prolongación del lado HF se toma la distancia $FO = x$, y trazando una línea que una los puntos O y E, su prolongación cortará en O^* á la línea HF^*. La distancia F^*O^*, es la distancia x^* que se busca. En efecto, los dos triángulos rectángulos semejantes nos dan las siguientes desigualdades:

$$x^* : f = f^* : x; \qquad x \cdot x^* = f \cdot f^*.$$

(1) Para demostrar que los dos planos PH y $P^* H^*$ son conjugados basta introducir en la igualdad $x \cdot x^* = f \cdot f^*$ [1], en vez de x y x^*, f y f^* sucesivamente; y asimismo, para convencerse de que la relación de aumento es $+1$, basta introducir también en la igualdad $N = \frac{f}{x} = \frac{x^*}{f^*}$, los valores de f y f^* en vez de x y x^*.

14. Relaciones entre el espacio del objeto y el de la imagen.— Con lo expuesto hasta aquí ya podemos formarnos una idea clara de las relaciones que existen entre el espacio del objeto y el espacio de la imagen.

El plano focal anterior divide el espacio del objeto en dos porciones caracterizadas porque en una de ellas las x son positivas y en la otra son negativas; é igualmente el plano focal posterior divide el espacio de la imagen en otras dos porciones caracterizadas de la misma manera. La porción negativa del espacio del objeto se reproduce en la porción positiva del espacio de la imagen, y la porción positiva del espacio del objeto en la negativa del espacio de la imagen. En los sistemas convergentes la mitad correspondiente á las x negativas se reproduce invertida en el espacio de la imagen correspondiente á las x^* positivas, y la mitad de las x positivas se halla reproducida derecha en el espacio de la imagen de las x^* negativas. En los sistemas divergentes sucede todo lo contrario.

Las relaciones entre el espacio del objeto y el espacio de la imagen son puramente de colineales y, por lo tanto, la desemejanza entre el objeto y su imagen puede ser grande en muchos casos. Basta para que nos formemos una idea de ella tener en cuenta que en un mismo punto el aumento en profundidad de la imagen es igual al cuadrado del aumento lateral, y que éste depende de la distancia del punto del objeto que se considere al punto focal del sistema. Por eso el estudio útil de las imágenes ópticas se limita, en la mayoría de los casos, al estudio de las imágenes de las secciones del espacio del objeto, considerando á éste cortado por una serie de planos perpendiculares al eje óptico, los cuales, según hemos visto, tienen sus conjugados en el espacio de la imagen, colocados en el mismo orden de sucesión; y en cada par de secciones existe una verdadera semejanza geométrica, con sujeción á ciertas leyes que ya hemos determinado.

Para formarnos una idea clara del modo como el espacio del objeto se reproduce en el de la imagen, figurémonos que una sección se mueve á lo largo del eje de una lente convergente, en el espacio del objeto. Empecemos por considerarla infinitamente alejada del sistema. En ese caso el valor de x será $-\infty$, y la imagen coincidirá con el plano focal posterior. Á medida que la sección se vaya acercando, su imagen se separará del foco, y las x^* positivas irán creciendo. Cuando la sección coincida con el plano focal anterior su imagen se formará en el infinito, de modo que en el viaje de la sección objetiva del infinito negativo al foco anterior, la imagen corre desde el foco posterior al infinito positivo. Durante todo ese trayecto la imagen ha sido real é invertida, y su magnitud ha aumentado de un modo continuo hasta ser infinitamente grande.

Si continúa moviéndose la sección positiva en el mismo sentido — ahora por el espacio de las x positivas — alejándose del plano focal anterior, la imagen vendrá del infinito hacia el plano focal posterior — por el espacio de las x negativas — y coincidirá con él cuando el objeto se haya alejado indefinidamente. Durante todo ese segundo trayecto la imagen será virtual y derecha. La siguiente *figura 15* servirá para aclarar esas

relaciones entre el movimiento de la sección objetiva en el espacio del objeto y el de su conjugada en el espacio de la imagen. En *A* la sección se mueve por el espacio del objeto antes y después del foco anterior *F*, y en *B* se representa la imagen de la sección, correspondiente á sus distintas posiciones, invertida y real en la parte de las x^* positivas, y derecha y virtual en la parte de las x^* negativas.

Un cilindro de longitud indefinida, cuyo eje coincida con el del sistema óptico, tendrá por imagen dos conos de base circular, opuestos por el vértice, cuyos ejes coincidirán con el eje del sistema, y cuyos vértices estarán en el punto focal posterior. La imagen de una esfera

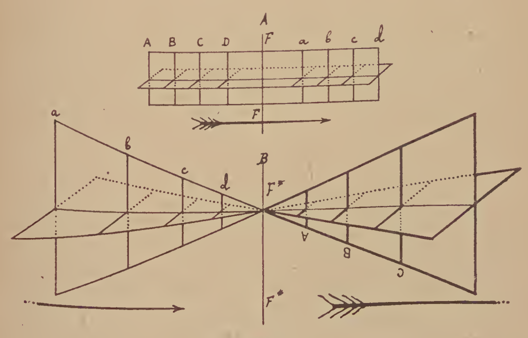


Fig. 15.

situada en una cualquiera de las dos mitades del espacio objetivo, que tenga su centro sobre el eje, será una superficie ovoide de revolución; y si el centro de la esfera coincide con el punto focal anterior, entonces su imagen será una superficie hiperbólica de dos hojas, cuyos vértices corresponderán á las imágenes de los puntos extremos del diámetro de la esfera que coincide con el eje óptico del sistema. Una de las hojas será real, y virtual la otra.

El espacio objetivo no se halla reproducido de un modo continuo en el espacio de la imagen, puesto que el plano conjugado del plano focal anterior se halla situado en el infinito. En la imagen de la saeta representada en la *figura 15*, por ejemplo, el asta está interrumpida, ó mejor dicho, se prolonga en dos sentidos opuestos hasta el infinito positivo por un lado, y hasta el infinito negativo por el otro.

15. Sistemas ópticos compuestos de dos miembros. — Hasta aquí hemos considerado los sistemas ópticos como si fuesen una sola unidad determinada por el valor y signo de las distancias focales y la posición

de los dos focos. Ahora vamos á suponer que conocemos esos cuatro elementos, separadamente, de dos sistemas S_1 y S_2 *(fig. 16)*, y que por medio del cálculo queremos averiguar cuáles serán las distancias focales y la posición de los focos correspondientes al sistema que resulte de su reunión. La posición relativa de los dos sistemas la fijaremos por medio de la distancia Δ que media entre el foco posterior del primer sistema F_1^* y el foco anterior del segundo sistema F_2, contándola siempre á partir del primero de esos dos puntos y con el signo que le corresponda. Á esa distancia la designaremos, desde luego, con el nombre general de intervalo óptico, y es la misma que en el caso especial del microscopio se llama longitud óptica del tubo

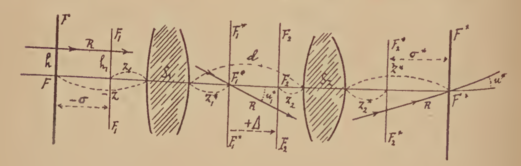


Fig. 16.

Empecemos por hallar la posición del foco F^* posterior del sistema compuesto, determinando la distancia σ^* que le separa del foco posterior F_2^* del segundo miembro S_2. Para ello supongamos un rayo R paralelo al eje, el cual, después de atravesar el primer miembro S_1, pasará necesariamente por su punto focal posterior F_1^*, y siguiendo su camino, atravesará también el segundo miembro S_2 é irá á cortar el eje en un punto F^*, que será necesariamente el foco posterior de todo el sistema compuesto, puesto que el rayo R es paralelo al eje en el espacio del objeto. La posición de ese punto F^* la podemos determinar muy fácilmente fijándonos en que los puntos F_1^* y F^* son puntos conjugados sobre el eje con respecto al sistema parcial S_2, y á los cuales, por lo tanto, les conviene la fórmula $x \cdot x^* = f \cdot f_1^*$ [**1**]. Teniendo en cuenta que $\Delta = x$ y $\sigma^* = x^*$, tenemos que $\Delta \cdot \sigma^* = f_2 \cdot f_2^*$, de donde

$$\sigma^* = -\frac{f_2 \cdot f_2^*}{\Delta}.$$

El signo — del segundo miembro es debido á que la distancia Δ lleva siempre un signo contrario al de x, á cuya cantidad representa en la fórmula [**1**]. Si el foco posterior del primer sistema F_1^* está antes que el anterior del segundo sistema, el valor de Δ es positivo y el valor de x que representa es negativo. Si la posición de los focos está invertida, esto es, si F_2 está antes que F_1^*, el valor de Δ será negativo y el de x positivo. Estos son los dos únicos casos posibles y, por lo tanto, la fórmula anterior debe tomarse con signo contrario al que le correspondería si en vez de Δ se pusiera x con su signo, según las convenciones hechas en el § **7**, esto

es, positiva en el sentido de la marcha de los rayos luminosos y negativa en sentido contrario. Debe tenerse en cuenta, además, que si bien las dos distancias Δ y x son las mismas, sus origenes son diferentes; x se empieza á contar en F_2, y Δ en F_1^*.

Empleando el mismo razonamiento para un rayo paralelo al eje en el espacio de la imagen, hallaremos que el foco anterior F del sistema compuesto estará determinado por su distancia σ al foco anterior F_1 del primer sistema parcial S_1, expresada por la fórmula

$$\sigma = + \frac{f_1 \cdot f_1^*}{\Delta}.$$

En este caso, los valores de Δ y de x^* llevan siempre el mismo signo y, por lo tanto, el de la fórmula será el que le corresponda, atendiendo á las cantidades de su segundo miembro. Asi, pues, la distancia σ se contará positiva ó negativamente á partir de F_1, según que Δ lleve el signo $-$ ó $+$, puesto que el producto $f_1 \cdot f_1^*$ es siempre negativo.

Con estas dos igualdades

$$\sigma = + \frac{f_1 \cdot f_1^*}{\Delta} \quad \text{y} \quad \sigma^* = - \frac{f_2 \cdot f_2^*}{\Delta}, \qquad [5]$$

queda completamente determinada la posición de los puntos focales anterior y posterior del sistema compuesto $(S_1 + S_2)$.

Para hallar las distancias focales f y f^*, nos serviremos del mismo rayo R paralelo al eje *(fig. 16)*, el cual corta al plano focal anterior F del sistema compuesto y al plano focal anterior del primer miembro componente S_1 á una misma altura h. Después de haber atravesado este primer miembro, pasará por su foco posterior F_1^*, formando con el eje un ángulo u_1^*. Luego, continuando su camino, sufrirá el rayo R la acción del segundo miembro S_2, y saldrá de él cortando el eje en el punto F^*, foco posterior de todo el sistema compuesto, formando con él un ángulo u^*. El foco F^*, según hemos visto anteriormente, es el punto conjugado de F_1^* con relación al miembro S_2 y, por lo tanto, entre los ángulos u_1^* y u^* debe existir la relación de convergencia (§ **9** [**4**]), puesto que son los ángulos que dos rayos conjugados forman con el eje en dos puntos también conjugados. Y asi tendremos que

$$\frac{tang\, u^*}{tang\, u_1^*} = - \frac{x}{f_2^*};$$

y teniendo en cuenta que $x = \Delta$,

$$tang\, u^* = \frac{\Delta \,.\, tang\, u_1^*}{f_2^*}, \qquad [a]$$

fórmula de la cual desaparece el signo menos, porque Δ y x tienen siempre signos contrarios, según se acaba de decir.

La expresión de la distancia focal posterior del primer sistema S_1 es, según la fórmula [**B**] del § **5**,

$$f_1^* = \frac{h}{tang\ u_1^*},$$

y poniendo en la fórmula [**a**] el valor de $tang\ u_1^*$ que de ella se desprende, tendremos:

$$tang\ u^* = \frac{\Delta \, . \, h}{f_1^* \, . \, f_2^*}; \qquad y \qquad \frac{h}{tang\ u^*} = \frac{f_1^* \, . \, f_2^*}{\Delta}.$$

Mas teniendo en cuenta que el primer miembro de la segunda igualdad no es otra cosa que el valor de la distancia focal posterior del sistema compuesto $\left(f^* = \frac{h}{tang\ u^*}\right)$, podemos escribir también

$$f^* = + \frac{f_1^* \, . \, f_2^*}{\Delta}.$$

Empleando un raciocinio análogo para un rayo paralelo al eje que discurriera por el espacio de la imagen, y teniendo en cuenta que en ese caso los signos de x^* y de Δ son iguales, hallaremos para la distancia focal anterior

$$f = - \frac{f_1 \, . \, f_2}{\Delta}.$$

De esta manera queda determinado el valor de las dos distancias focales del sistema compuesto en función de las distancias focales de los sistemas componentes y del intervalo óptico Δ, tomado con el signo que le corresponda según su definición dada al principio de este párrafo, por las dos igualdades siguientes:

$$f = - \frac{f_1 \, . \, f_2}{\Delta}; \qquad f^* = + \frac{f_1^* \, . \, f_2^*}{\Delta}. \qquad [\mathbf{6}]$$

Lo más práctico es referir la posición de los puntos focales á los vértices de las dos superficies exteriores del sistema, tomando como puntos de origen dichos vértices, y contando las distancias positivas ó negativas, según que vayan en la misma dirección ó en dirección encontrada con la marcha de los rayos luminosos. Designando por z esas distancias, de la simple inspección de la *figura 16* se deduce que:

$$\left.\begin{aligned} z &= z_1 + \sigma \\ z^* &= z_2^* + \sigma^*. \end{aligned}\right\} \qquad [\mathbf{b}]$$

16. Relación entre las distancias focales y los índices refractivos de los medios del objeto y de la imagen.— En las fórmulas generales que hasta ahora hemos hallado para las relaciones de posición entre puntos conjugados sobre el eje y para las que existen entre las magnitudes del objeto y de la imagen, asi como para determinar las distancias focales y la posición de los focos, no hemos tenido para nada en cuenta ninguna condición física, ni nos hemos preocupado de cuál pudiera ser la composición óptica del sistema. Mas como al fin esas fórmulas han de encontrar su aplicación en las lentes y combinaciones de lentes, y la causa de la formación de la imagen consiste en la refracción de la luz al atravesar medios de distinto poder refractivo, es preciso que les demos cierto carácter de realidad física. Para ello supondremos, en primer lugar, una superficie esférica S, que separa dos medios refractivos diferentes de índices n y n^*, y cuyo centro está en C. Del punto O, en el medio del objeto, parte el rayo R que corta á la superficie esférica en el punto B.

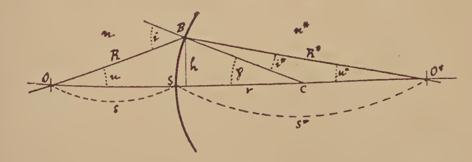


Fig. 17.

El radio CB es su normal y, por lo tanto, i será el ángulo de incidencia. El rayo R, al penetrar en el medio n^*, es refractado según R^*, siendo su ángulo de refracción i^*. O y O^* son dos puntos conjugados sobre el eje; O^* es la imagen de O. Entre los ángulos i é i^*, existe la relación de Descartes que constituye la ley fundamental de la dióptrica:

$$\frac{sen\ i}{sen\ i^*} = \frac{n^*}{n}; \quad ó \quad sen\ i \times n = sen\ i^* \times n^*. \qquad [\mathbf{a}]$$

Según queda ya expuesto en el § **1**, una superficie refractiva solamente puede formar imágenes ópticas de la clase que estudiamos, bajo la condición de que los ángulos u y u^* sean bastante pequeños para que sus senos y tangentes puedan considerarse, sin error notable, iguales á sus arcos ó, lo que es lo mismo, que el punto B esté tan próximo al eje que la perpendicular h se confunda con el arco SB. En ese caso, la igualdad [**a**] se reduce á

$$n \times i = n^* \times i^*, \qquad [\mathbf{b}]$$

y teniendo en cuenta que $i = \varphi + u$ ó $i^* = \varphi - u^*$, podemos escribirla de la siguiente manera:

$$n(\varphi + u) = n^*(\varphi - u^*). \qquad [\mathbf{c}]$$

Al mismo tiempo, puesto que los ángulos los consideramos tan pequeños que sus arcos se confunden con las tangentes, tendremos:

$$\varphi = \frac{h}{r}\,; \quad u = -\frac{h}{s}\,; \quad u^* = \frac{h}{s^*}\,.$$

Las distancias r, s y s^*, se cuentan á partir del vértice S de la superficie esférica, positivas ó negativas, según vayan en el mismo sentido que los rayos luminosos ó en sentido contrario; y los ángulos φ, u y u^* llevarán el signo que corresponda á los cocientes $\frac{h}{r}$, $\frac{h}{s}$ y $\frac{h}{s^*}$, y esa es la razón de figurar con signo negativo el valor de u (1). Substituyendo esos valores de φ, u y u^* en la anterior igualdad [**c**], y dividiendo á la vez por h sus dos miembros, resulta:

$$n\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s}\right) = n^*\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{s^*}\right); \quad \text{ó bien} \quad \frac{n^*}{s^*} - \frac{n}{s} = \frac{n^* - n}{r}\,. \quad [\mathbf{d}]$$

Esta igualdad determina las distancias s y s^* de dos puntos conjugados sobre el eje en función del radio de curvatura y de los índices refractivos; y como, según hemos visto en el § **4**, cuando s es muy grande, el punto O se puede considerar situado en el infinito, los rayos que de él parten son paralelos al eje y se reunen en el punto focal posterior del sistema; si hacemos en la fórmula [**d**] $s = -\infty$, el valor de s^* determinará la posición del punto focal posterior del sistema. É igualmente, haciendo $s^* = +\infty$, tendremos la posición del foco anterior determinada por s. En ese supuesto, la fórmula [**d**] será la expresión de las distancias focales en función del radio r de la superficie y de los índices de los medios anterior y posterior. Así tendremos, para $s^* = \infty$:

$$s = -\frac{n \,.\, r}{n^* - n}\,,$$

y para $s = \infty$,

$$s^* = +\frac{n^* .\, r}{n^* - n}\,. \qquad [e]$$

La expresión general de las distancias focales en un sistema óptico cualquiera, hemos visto en el § **5** que es:

$$\pm f = \frac{h}{tang\, u} \quad \text{y} \quad \mp f^* = \frac{h}{tang\, u^*}\,,$$

(1) Los ángulos que forman con el eje los rayos, se consideran positivos cuando dichos rayos son convergentes, y negativos cuando son divergentes. En la *figura 17* el ángulo u^* es positivo y u es negativo. Esa es la convención adoptada por la mayoría de autores (no por Czapski), y la que figura en la obra *Die Theorie der optischen Instrumente, Bearbeitet von wissenschaftlichen Mitarbeitern an den optischen Werkstätte von Carl Zeiss, Herausgegeben von M. von Rhor*. Berlín, 1904, tom. I, pág. 127.

y basta el examen de la *figura 18* para convencerse de la igualdad que existe entre las expresiones de f y de s, y de f^* y de s^* bajo el supuesto, bien entendido, de la formación paraxil de la imagen, pues en ese caso,

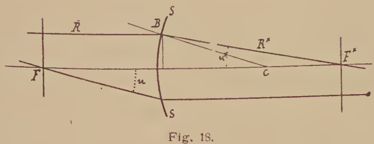


Fig. 18.

h y h^* se confunden con el vértice de la superficie S y, por lo tanto, $s = \frac{h^*}{tang\ u}$ y $s^* = \frac{h}{tang\ u^*}$. Teniendo en cuenta que las distancias de f y f^* se cuentan á partir de los puntos focales hacia el sistema, y las s y s^* á partir del vértice S de la superficie esférica, lo que implica un cambio de signos, podemos escribir:

$$f = \frac{n \cdot r}{n^* - n}, \quad \text{y} \quad f^* = -\frac{n^* \cdot r}{n^* - n}. \qquad [f]$$

Estas dos igualdades, comparadas á los anteriores valores de s y s^* para cuando uno de ellos es ∞, nos indican que las longitudes focales de un sistema compuesto de una sola superficie esférica que separa dos medios refractivos, son iguales á las distancias s y s^* que separan el vértice de la superficie S y los focos, pero tomadas con signos contrarios.

Dividiendo ordenadamente los anteriores valores de f y de f^*, tendremos:

$$f : f^* = -n : n^*, \qquad [C]$$

lo que nos dice que la relación entre las distancias focales es una cantidad constante, igual á la relación entre los índices refractivos del medio anterior y el del medio posterior, tomada negativamente. Esta ley es para nosotros de gran importancia; mas como la hemos deducido tan sólo para el caso de una superficie esférica que separa dos medios refringentes, antes de hacer aplicación general de ella es preciso demostrar que se verifica del mismo modo en todos los sistemas ópticos. Supongamos uno, por ejemplo, compuesto de siete superficies S_1, S_2, S_3..... (*fig. 19*), que separan los medios refractivos de índices n, n_1, n_2 ..... n^*, y hagamos por un momento

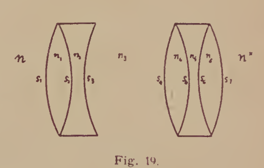


Fig. 19.

abstracción de las superficies S_2 á S_7. Tendremos así un sistema igual al que nos ha servido para deducir la anterior igualdad, es decir, una superficie que separa dos medios de distinto índice n y n_1 y, por lo tanto, es evidente que $f_1 : f_1^* = -n : n_1$. Del mismo modo, no teniendo en cuenta más que la superficie S_2 y los medios n_1 y n_2, tendremos que $f_2 : f_2^* = -n_1 : n_2$; é igualmente, no considerando más que la superficie S_3, existirá la relación $f_3 : f_3^* = -n_2 : n_3$.

Las superficies S_1 y S_2 forman un sistema óptico compuesto de dos elementos (prescindiendo de las otras superficies) cuyas longitudes focales sabemos determinar por medio de las fórmulas [**6**] del § **15**:

$$f_{1\cdot 2} = -\frac{f_1 \cdot f_2}{\Delta}, \quad f^*_{1\cdot 2} = +\frac{f_1^* f_2^*}{\Delta},$$

las cuales, dividiéndolas ordenadamente nos darán:

$$\frac{f_{1\cdot 2}}{f^*_{1\cdot 2}} = -\frac{f_1}{f_1^*} \times \frac{f_2}{f_2^*};$$

y como, según se acaba de decir, para cada superficie separadamente se verifica que $f : f^* = -n : n^*$, tendremos que $f_1 : f_1^* = -n : n_1$ y $f_2 : f_2^* = -n_1 : n_2$ y, por lo tanto,

$$\frac{f_{1\cdot 2}}{f^*_{1\cdot 2}} = -\frac{n}{n_1} \times \frac{n_1}{n_2} = -\frac{n}{n_2};$$

esto es, que para el sistema compuesto de las dos primeras superficies S_1 y S_2, se verifica que la relación de las distancias focales es la misma que la de los índices anterior y posterior del sistema tomada negativamente.

Combinando ahora el sistema formado por las dos primeras superficies, con el formado por la tercera superficie S_3, obtendremos por medio de la misma fórmula [**6**] las distancias focales del sistema compuesto resultante:

$$f = -\frac{f_{1\cdot 2} \times f_3}{\Delta} \quad \text{y} \quad f^* = +\frac{f^*_{1\cdot 2} \times f_3^*}{\Delta}.$$

Dividiendo ordenadamente estas dos igualdades, y substituyendo luego los valores $\frac{f_{1\cdot 2}}{f^*}$ y $\frac{f_3}{f_3^*}$ del segundo miembro por $-n : n_2$ y $-n_2 : n_3$, tendremos:

$$\frac{f}{f_3} = -\frac{n}{n_2} \times \frac{n_2}{n_3} = -\frac{n}{n_3}.$$

De la misma manera podríamos tratar un sistema compuesto de un número cualquiera de superficies, y siempre vendríamos á parar al mismo resultado, de modo que podemos establecer la ley general de que en

todo sistema óptico la relación entre las distancias focales es igual á la relación entre el índice refractivo del medio anterior, ó sea del espacio del objeto y el índice refractivo del medio posterior, ó sea del espacio de la imagen, tomada negativamente.

17. CONSECUENCIAS IMPORTANTES QUE SE DEDUCEN DE LA IGUALDAD $f : f^* = -n : n^*$. 1.º La primera consecuencia importante que se deduce de la ley que acabamos de enunciar, es que, cuando los medios del objeto y de la imagen son del mismo indice refractivo, las dos distancias focales tienen el mismo valor, aunque continúan siendo de signos contrarios. En la mayor parte de los sistemas ópticos destinados á producir imágenes, tales como los objetivos telescópicos, fotográficos y microscópicos, excepto los de inmersión (1), el medio del objeto y de la imagen es el aire, cuyo índice es igual á 1. En este caso tendremos que:

$$\pm\left(f = \frac{h^*}{tang\ u}\right)_{n=n^*} = \mp\left(f^* = \frac{h}{tang\ u^*}\right)_{n=n^*}.$$

Bajo el supuesto, pues, de que el indice del espacio del objeto y de la imagen sean iguales, $\pm f = \mp f^*$, y las fórmulas [**1**], [**2**], [**3**] y [**4**] del § **9**, y las [**5**] y [**6**] del § **15**, se transforman en las siguientes, en las cuales sólo figura la distancia focal anterior del sistema:

$$x \,.\, x^* = -f^2. \qquad [\mathbf{1}\,a]$$

$$\frac{y^*}{y} = \frac{f}{x} = -\frac{x^*}{f}. \qquad [\mathbf{2}\,a]$$

$$\frac{d^*}{d} = -\frac{x^*}{x} = \left(\frac{f}{x}\right)^2 = N^2. \qquad [\mathbf{3}\,a]$$

$$\frac{tang\ u^*}{tang\ u} = -\frac{f}{x^*} = \frac{x}{f}. \qquad [\mathbf{4}\,a]$$

$$\sigma = -\frac{f_1^2}{\Delta}; \quad \sigma^* = +\frac{f_2^2}{\Delta}. \qquad [\mathbf{5}\,a]$$

$$f = -\frac{f_1 \cdot f_2}{\Delta}, \quad f^* = +\frac{f_1 \cdot f_2}{\Delta}. \qquad [\mathbf{6}\,a]$$

La igualdad [**b**] que expresa la relación entre los valores focales y las

(1) En los objetivos microscópicos de inmersión, el medio anterior (del objeto) es el agua, el aceite de cedro, etc., etc., y el posterior el aire. Para ellos la relación de las distancias focales será:

$$\frac{f}{f^*} = -n,$$

representando n el indice de refracción del líquido de inmersión que se emplee.

distancias de dos puntos conjugados sobre el eje que hemos hallado en el § **11**, se convertirá bajo el mismo supuesto en

$$\frac{1}{\mathfrak{A}^*} - \frac{1}{\mathfrak{A}} = \frac{1}{f}.$$

2.° La segunda consecuencia para nosotros importante de la igualdad $f : f^* = - n : n^*$, consiste en poder suprimir la distancia focal posterior de las fórmulas [**1**], [**2**], [**3**] y [**4**] del § **9**, y de las [**5**] y [**6**] del § **15**, expresándolas tan sólo en función de la distancia focal anterior y de la relación de los índices refractivos de los dos medios, de la siguiente manera:

$$x \,.\, x^* = - \frac{n^*}{n} \times f^2. \qquad [1\,b]$$

$$\frac{y^*}{y} = - \frac{n}{n^*} \times \frac{x^*}{f}. \qquad [2\,b]$$

$$\frac{d^*}{d} = \frac{n^*}{n} \times \left(\frac{f}{x}\right)^2 = \frac{n^*}{n} \,.\, N^2. \qquad [3\,b]$$

$$\frac{tang\,u^*}{tang\,u} = \frac{n}{n^*} \times \frac{x}{f} = - \frac{f}{x^*}. \qquad [4\,b]$$

$$\sigma = - \frac{n_1}{n} \,.\, \frac{f_1^2}{\Delta}; \quad \sigma^* = + \frac{n^*}{n} \,.\, \frac{f_2^2}{\Delta}. \qquad [5\,b]$$

$$f = - \frac{f_1 \cdot f_2}{\Delta}; \quad f^* = \frac{n^*}{n} \,.\, \frac{f_1 \cdot f_2}{\Delta}. \qquad [6\,b]$$

N. B. En la fórmula [**5**b], en el valor de σ, el índice n_1 expresa el correspondiente al medio entre los dos sistemas parciales S_1 y S_2.

Como en el microscopio el índice de refracción del medio posterior es siempre igual á 1, por formarse la imagen en el aire, sólo se ha de tener en cuenta el índice del medio anterior, en el caso de emplearse objetivos de inmersión. Así, en estas fórmulas deberá hacerse n igual al índice del líquido de inmersión, y n^* igual á 1.

3.° Otra consecuencia de suma importancia para la teoría del microscopio se deduce de la igualdad $f : f^* = - n : n^*$. Según hemos visto en el § **9**, el aumento lateral tiene por expresión $N = \frac{y^*}{y} = \frac{f}{x}$, y el angular $\frac{tang\,u^*}{tang\,u} = - \frac{f}{x^*}$. Multiplicando ordenadamente estas dos igualdades, se tiene:

$$N \times \frac{tang\,u^*}{tang\,u} = - \frac{f}{f^*}, \quad \text{y, por lo tanto,} \quad N \times \frac{tang\,u^*}{tang\,u} = \frac{n}{n^*},$$

esto es, que el producto de los aumentos angular y lateral es una cantidad constante.

En el caso de tratarse de rayos paraxiles, como los ángulos u y u^* son muy pequeños, puede substituirse el valor de sus tangentes por el de sus arcos, y así,

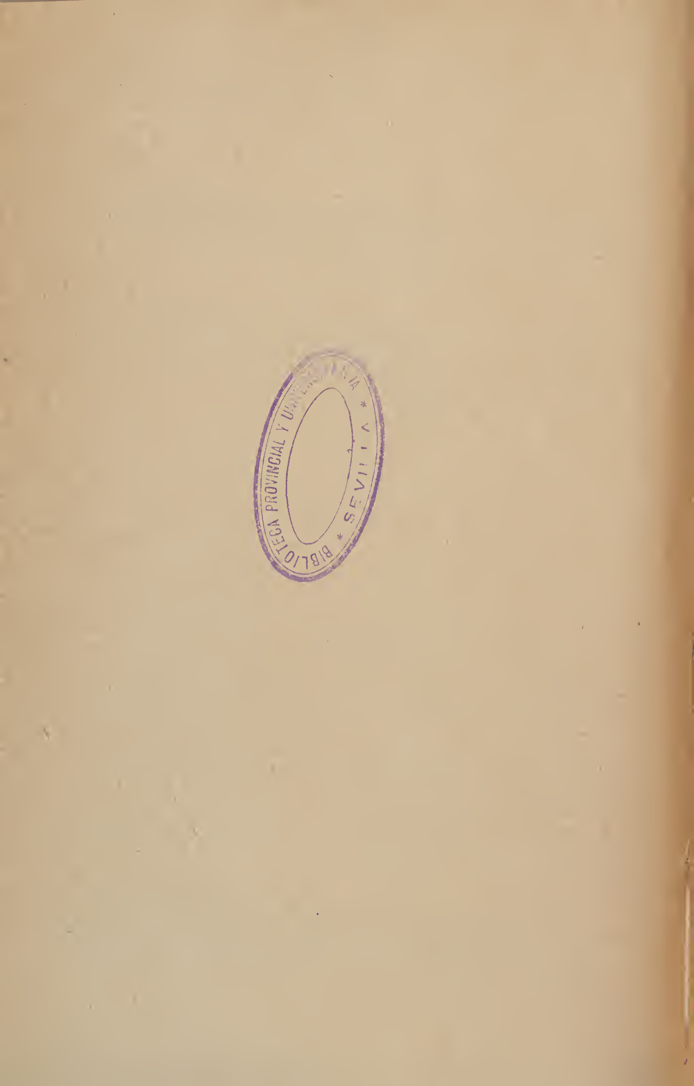
$$\frac{u^*}{u} = \frac{1}{N} \cdot \frac{n}{n^*}, \qquad [\mathbf{D}]$$

ó bien poniendo en vez de N, que representa el aumento correspondiente á las secciones que pasan por los puntos en los cuales los dos rayos conjugados cortan al eje, su valor en función de y é y^*,

$$u^* \cdot y^* \cdot n^* = u \cdot y \cdot n. \qquad [\mathbf{E}]$$

Estas dos igualdades, [**D**] y [**E**], se conocen comúnmente con el nombre de ley de Helmholtz-Lagrange (1), y nos dicen que los ángulos u y u^* que dos rayos paraxiles conjugados que cortan al eje en los puntos O y O^* forman con dicho eje, guardan una relación constante, cualquiera que sea su valor, con tal de que sea muy pequeño.

(1) Véase sobre esta ley, que con más propiedad debería llamarse de Smith-Helmholtz, en la obra editada por M. von Rohr, *Die Bilderzeugung in optischen Istrumenten* (Berlín, 1904), el Capítulo IV, escrito por el Dr. Culman, *Die realisirung der optischen Abbildung*, pág. 148, y las noticias históricas *Ueber die Helmholtzsche Gleichung*, página 198.



Adición *B*.

Influencia de la laminilla cubre-objeto y del líquido de inmersión en la distancia frontal del objetivo.

(§ 5 páginas 25 y 26.)

1.º Una laminilla de vidrio, colocada delante del objeto, altera la distancia de enfocación. Supongamos que sea O el objeto descubierto. Si delante de él se coloca una laminilla de vidrio (un cubre-objeto) de índice n y de espesor E, el punto O se trasladará virtualmente á O_1, y la distancia OO_1 tiene por expresión exacta:

$$OO_1 = E\left(1 - \frac{1}{n} \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'}\right),$$

en la que α y α' representan los ángulos de incidencia y de refracción de un rayo sc que, viniendo del punto O^* de la imagen microscópica después de atravesar la laminilla, va á parar al punto O del objeto. En efecto, comparando los triángulos tPO y cPO_1 *(fig. 20)*, tenemos:

$$PO : PO_1 :: Pt : Pc,$$

de donde

$$PO - PO_1 : Pt - Pc :: OP : Pt;$$

y teniendo en cuenta lo que representan los dos primeros términos, y que OP y Pt son, respectivamente, el coseno y el seno de α, la anterior proporción se transforma en

$$OO_1 : ct :: \cos \alpha : \operatorname{sen} \alpha,$$

de donde

$$OO_1 = ct \cdot \frac{\cos \alpha}{\operatorname{sen} \alpha}. \qquad [a]$$

El triángulo tcb da:

$$ct : sen\,(\alpha - \alpha') :: cb : sen\,(90^{\circ} - \alpha);$$

$$ct = cb \,.\, \frac{sen\,(\alpha - \alpha')}{cos\,\alpha}; \qquad [\mathbf{b}]$$

y el triángulo cbr, teniendo en cuenta que es rectángulo, y que su lado br es igual al espesor E de la laminilla,

$$bc = \frac{E}{cos\,\alpha'}. \qquad [\mathbf{c}]$$

Poniendo los valores de las ecuaciones [**b**] y [**c**] en la fórmula [**a**], tendremos:

$$O\,O_1 = \frac{E}{cos\,\alpha'} \cdot \frac{sen\,(\alpha - \alpha')}{cos\,a} \cdot \frac{cos\,\alpha}{sen\,\alpha} = E\left(1 - \frac{sen\,\alpha'}{sen\,\alpha} \cdot \frac{cos\,\alpha}{cos\,\alpha'}\right);$$

y como $\frac{sen\,\alpha'}{sen\,\alpha}$ es el valor inverso $\frac{1}{n}$ del índice de refracción del vidrio de la laminilla,

$$O\,O_1 = E\left(1 - \frac{1}{n} \cdot \frac{cos\,\alpha}{cos\,\alpha'}\right).$$

Si en vez de suponer el punto O separado de la laminilla, como en la *figura 20*, le supusiéramos pegado á ella, según se representa en la *figura 21*, hallaríamos que la distancia $O\,O_1$ tendría la misma expresión, pues podríamos reproducir el cálculo anterior, con la sola diferencia de tomar ahora el triángulo cPO en vez del crb de la *figura 20*.

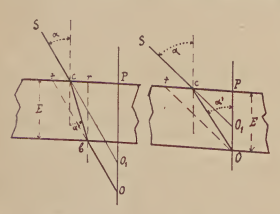


Fig. 20. Fig. 21.

La cantidad $O\,O_1$ varía según la diferente inclinación de los rayos que parten del punto O, de modo que si le consideramos como el vértice de un cono de rayos de gran anchura, los que ocupen la periferia elevarán virtualmente más el punto O que los que ocupen el centro, y el efecto total de la laminilla será formar una serie de imágenes virtuales del punto O situadas en una pequeña línea vertical, según hemos visto en el § **29** del Capítulo III de la Primera Parte.

El factor $cos\,\alpha : cos\,\alpha'$, puede considerarse, en la mayor parte de los casos, como igual á la unidad y, entonces, la fórmula anterior se reduce á

$$O\,O_1 = E - \frac{E}{n}.$$

Conociendo el indice n del vidrio de la laminilla cubre-objeto, puede deducirse su espesor E de la diferencia de dos enfocaciones, una en un punto situado en su cara superior P *(fig. 21)*, y otra en un punto situado en su cara inferior O, puesto que la diferencia PO_1 es igual á $E:n$. $(E = PO_1 + OO_1)$.

2.° Cuando la distancia frontal libre en el aire D de un objetivo se llena con un líquido de inmersión de indice n, la cantidad exacta OO_1 *(figura 22)* que hay que aumentar dicha distancia frontal para conservar la enfocación de la imagen á 250 mm. del plano focal posterior del microscopio, está dada por la siguiente fórmula:

$$OO_1 = D\left(n \cdot \frac{\cos\alpha'}{\cos\alpha} - 1\right),$$

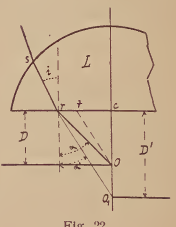


Fig. 22.

en la que α y α' son los ángulos que forman con el eje dos rayos que parten de los puntos O y O_1, el primero en el aire y el segundo en el líquido de inmersión, y que corresponden ambos al mismo rayo rs dentro de la lente frontal L del objetivo. A la vez α y α' son también los ángulos que forman con la normal en el punto r el rayo sr al salir de la lente, para ir primero al punto O en el aire, y luego al punto O_1 en el líquido de inmersión.

Los dos triángulos semejantes rcO_1 y tcO, nos dan:

$$cO_1 : cO :: cr : ct,$$

de donde

$$cO_1 - cO : cr - ct :: cO_1 : cr;$$

$$OO_1 : tr :: \cos\alpha' : \operatorname{sen}\alpha';$$

$$OO_1 = tr\frac{\cos\alpha}{\operatorname{sen}\alpha}. \quad [a]$$

Del triángulo rectángulo rcO se deduce, teniendo en cuenta que $cO = D$,

$$rO = \frac{D}{\cos\alpha}; \quad [b]$$

y del triángulo rtO:

$$tr : rO :: \operatorname{sen}(\alpha - \alpha') : \cos\alpha'; \quad \text{y} \quad tr = rO\frac{\operatorname{sen}(\alpha - \alpha')}{\cos\alpha'}. \quad [c]$$

Poniendo los valores de las ecuaciones [**b**] y [**c**] en la ecuación [**a**], se tiene:

$$O\,O_1 = \frac{D}{cos\ \alpha} \cdot \frac{sen\,(\alpha - \alpha')}{sen\ \alpha'} = D \cdot \frac{sen\ \alpha\ .\ cos\ \alpha' - cos\ \alpha\ .\ sen\ \alpha'}{cos\ \alpha\ .\ sen\ \alpha'},$$

$$O\,O_1 = D\left(\frac{sen\ \alpha}{sen\ \alpha'} \cdot \frac{cos\ \alpha'}{cos\ \alpha} - 1\right);$$

y teniendo en cuenta que siendo α y α' los ángulos de refracción correspondientes al rayo sr al pasar de la lente L al aire y al líquido de inmersión, $sen\ \alpha : sen\ \alpha'$ representa el índice n del líquido de inmersión (1), y la anterior igualdad podemos escribirla finalmente en esta forma:

$$O\,O_1 = D\left(n \cdot \frac{cos\ \alpha'}{cos\ \alpha} - 1\right).$$

En el caso ordinario del microscopio, los ángulos α y α' difieren muy poco, y el valor de $cos\ \alpha' : cos\ \alpha$ será muy próximo á la unidad y, por lo tanto, se puede admitir prácticamente para los valores de OO_1 y de D',

$$O\,O_1 = n\,.\,D - D; \qquad D' = n\,.\,D.$$

(1) Siendo $sen\ \alpha : sen\ i$ el índice del vidrio de la lente con respecto al aire y $sen\ \alpha' : sen\ i$ el índice del líquido de inmersión con respecto al vidrio, $sen\ \alpha : sen\ \alpha'$ será el índice del líquido de inmersión con respecto al aire.

Adición *C.*

Demostración dióptrica de la «ley de los senos» y notas á los §§ 20 y 21.

1.° Para que un sistema centrado S pueda formar punto á punto una imagen semejante de un elemento de superficie plana $O O_1$ perpendicular al eje, de modo que la imagen sea otro elemento plano $O^* O_1^*$, también perpendicular al eje, es preciso que todos los rayos que partan de O se reunan en O^* y todos los que partan de O_1 se reunan en O_1^*. La condición de homocentricidad de los rayos en los puntos conjugados sobre el eje O y O^* equivale á la supresión de la aberración esférica para dichos puntos, y si además debe también haber homocentricidad para los puntos O_1 y O_1^* es preciso que para ese par de puntos, con relación al eje secundario que los une, se haya suprimido también la aberración esférica. Cuando un sistema llena todas esas condiciones, se llama aplanático, y para ello basta que se realice la «ley de los senos», según hemos visto en el § **19**, siguiendo la demostración de Helmholtz. De un modo puramente dióptrico puede también demostrarse lo mismo, y para ello seguiremos el procedimiento de Ch. Hockin (1), fundado en el principio general de óptica que puede enunciarse de esta manera: La reunión homocéntrica de los rayos que parten de un punto del objeto en su punto conjugado de la imagen, exige que la «longitud óptica» de los rayos sea igual, entendiendo por longitud óptica de un rayo la suma de los productos parciales de las longitudes que atraviesan en los distintos medios del sistema por los índices de refracción de dichos medios. (Véase la nota del § **58**, pág. 187.) Supongamos un sistema S *(fig. 23)* de composición cualquiera, y que sea $O O_1$

(1) Charles Hockin, Jun.: *On the Estimation of Aperture in the Microscope, Jour. Roy. Micr. Society,* 1884, pág. 337. La demostración de Ch. Hockin es la que se encuentra en el *Lehrbuch der Optik,* de Drude 2.ª edic., 1906, pág. 55), y en la reciente obra de Lummer y Reiche: *Die Lehre von der Bildentstehung im Mikroskop von E. Abbe* (1910), pág. 12.

un elemento superficial perpendicular al eje, cuya imagen debe ser otro elemento superficial $O^* O_1^*$, también perpendicular al eje. Los rayos Oa y Ob que parten del del punto O se reunirán en el punto O^* de la imagen, é igualmente sucederá con los rayos $O_1 c$ y $O_1 d$, paralelos á los anteriores, con respecto al punto O_1^* de la imagen, de modo que O^* será el punto conjugado de O, y O_1^* el punto conjugado de O_1. Según esto, é indicando por medio de un ( ) que se trata de longitudes ópticas, debe verificarse que

$$(OAO^*) = (OBO^*) \quad y \quad (O_1 C O_1^*) = (O_1 D O_1^*);$$

y restando ordenadamente estas dos igualdades, tendremos:

$$(OAO^*) - (O_1 C O_1^*) = (OBO^*) - (O_1 D O_1^*). \qquad [\mathbf{a}]$$

Por ser los rayos Oa y $O_1 c$ paralelos se cruzarán en el punto focal F, ó, lo que es lo mismo, el punto F será la imagen de un punto infinitamente lejano que envíe los dos rayos Oa y $O_1 c$, y el elemento superficial OO_1 por

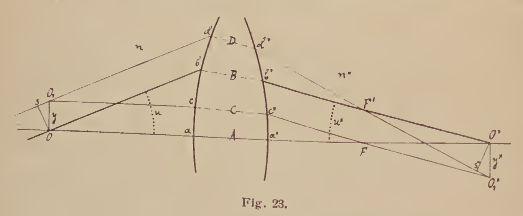


Fig. 23.

ser muy pequeño y perpendicular al eje, se confundirá con una superficie de onda de las enviadas por ese punto muy lejano, de modo que podemos considerar que las longitudes ópticas de los rayos OAF y $O_1 CF$ como iguales, y en su consecuencia

$$(OAF) = (O_1 CF). \qquad [\mathbf{b}]$$

Al mismo tiempo, por ser $O^* O_1^*$ muy pequeño y perpendicular al eje podemos admitir, sin error sensible, que $FO^* = FO_1^*$, y sumando esta igualdad á la igualdad [**b**] tendremos:

$$(OAF) + (FO^*) = (O_1 CF) + (FO_1^*),$$
$$(OAO^*) = (O_1 C O_1^*).$$

Esta última igualdad reduce á cero el primer miembro de la igualdad [**a**] y de ella sólo queda

$$(OBO^*) = (O_1 D O_1^*). \qquad [\mathbf{c}]$$

Por una razón igual á la antes empleada veremos asimismo que los rayos Ob y $O_1 d$, por ser paralelos, se reunirán en el punto F' del plano focal posterior, y que ese punto puede considerarse como la imagen de un punto infinitamente alejado que envíe los rayos Ob y $O_1 d$, y si Os es un elemento perpendicular á su dirección, se confundirá también con una superficie de onda de las emanadas por ese punto lejano, y en consideración á eso las longitudes ópticas de los rayos OBF' y sO_1DF' serán iguales y tendremos, como anteriormente, que

$$(OBF') = (sO_1DF') . \qquad [d]$$

Restando ordenadamente esta igualdad [d] de la igualdad [c], resulta:

$$(OBO^*) - (OBF') = (O_1DO_1^*) - (sO_1DF');$$
$$(F'O^*) = -(sO_1) + (F'O_1^*);$$
$$(sO_1) = (F'O_1^*) - (F'O^*). \qquad [e]$$

Si trazamos en el punto O^* la perpendicular O^*s^* al rayo $F'O^*$, puesto que $O^*O_1^*$ es muy pequeño, podemos tomar á $s^*O_1^*$ como á la diferencia entre los rayos $F'O_1^*$ y $F'O^*$, y entonces la igualdad [e] se convertirá en $(sO_1) = (s^*O_1^*)$. Y si además tenemos en cuenta que los ( ) nos han servido hasta ahora para indicar que los trayectos de los rayos encerrados dentro de ellos eran longitudes ópticas, al suprimirlos hemos de multiplicar las longitudes de esos trayectos por los índices de los medios que recorren, y siendo n el índice del medio anterior del sistema S y n^* el del medio posterior, la igualdad [e] deberá escribirse en esta forma:

$$n \,.\, sO_1 = n^* \,.\, s^*O_1^* . \qquad [f]$$

Teniendo, además, en cuenta que en los triángulos rectángulos sO_1O y $O_1^*s^*O^*$ los ángulos en O y en O^* son respectivamente iguales á los ángulos de inclinación u y u^* que el rayo Ob, y su conjugado b^*O^* forman con el eje la misma igualdad [f], se transforma en

$$n \,.\, OO_1 \times sen\, u = n^* \,.\, O^*O_1^* \times sen\, u^*;$$

y como $O^*O_1^* = y^*$ es la imagen de $OO_1 = y$ y su relación el aumento N, tendremos

$$\frac{sen\, u^*}{sen\, u} = \frac{n}{n^*} \cdot \frac{y}{y^*} = \frac{n}{n^*} \cdot \frac{1}{N} .$$

Si en vez del rayo Ob, que forma con el eje el ángulo u, hubiésemos tomado otro cualquiera, siguiendo el mismo raciocinio vendríamos á parar á una fórmula igual á la anterior, y lo mismo sucedería para todos los rayos que partieran de los puntos O y O_1, siempre bajo el supuesto de una reunión homocéntrica en los puntos conjugados O^* y O_1^*, y de que y fue-

demostrarlo, supongamos en el plano P una hipérbola cuyo centro coincida con la intersección del eje OP con dicho plano, y veamos las relaciones de magnitud que guardarán los radios vectores r, r..... con sus imágenes r^*, r^*..... en el plano P^*.

La «ley de aplanatismo» nos da $sen\, v_1 : sen\, v_1^* = N$, siendo N el aumento que corresponde á la imagen O^*. Además, si suponemos que PP_1 es uno cualquiera de los radios vectores r, tendremos:

$$sen\, v_1 = \frac{PP_1}{OP_1} \quad y \quad sen^2\, v_1 = \frac{r^2}{b^2 + r^2}. \qquad [a]$$

De igual manera para la imagen $P^* P_1^*$ de PP_1, que llamaremos r^*, tendremos:

$$sen^2\, v_1^* = \frac{r^{*2}}{l^2 + r^{*2}} \qquad [b]$$

y dividiendo ordenadamente las igualdades [a] y [b],

$$\frac{sen^2\, v_1}{sen^2\, v_1^*} = \frac{r^2\,(l^2 + r^{*2})}{r^{*2}\,(b^2 + r^2)} = N^2,$$

expresión que—verificando las operaciones indicadas y reduciendo—se transforma en la siguiente:

$$\frac{l^2}{r^{*2}} - \frac{N^2 b^2}{r^2} = N^2 - 1\,;$$

y como el cuadrado del aumento del objetivo N^2 á la distancia normal l es siempre una cantidad grande con respecto á la unidad, sin error sensible podemos admitir que $N^2 - 1 = N^2$, y bajo ese supuesto la anterior fórmula se reduce á

$$\frac{l^2}{r^{*2}} - \frac{N^2 b^2}{r^2} = N^2, \qquad [c]$$

en donde se hallan unidos los valores de r y r^* por medio de cantidades fijas y conocidas, y, por lo tanto, conociendo uno de ellos podemos determinar el otro.

Si en el plano P *(fig. 17*, pág. 75) está trazada una hipérbola con el centro en P, el valor de sus radios vectores r, r..... será el que determine la ecuación polar de la hipérbola reducida al centro:

$$r^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 - c^2 \,.\, cos^2\, \alpha},$$

y poniendo este valor de r^2 en la ecuación [c], y despejando r^{*2}, hallaremos los valores de las imágenes de los radios vectores en el plano P^*.

Haciendo esas operaciones, reduciendo y despejando r^{*2} tendremos:

$$\frac{l^2}{r^{*2}} + \frac{N^2 b^2 (a^2 - c^2 \,.\, cos^2 \alpha)}{a^2 b^2} = N^2; \qquad \frac{l^2}{r^{*2}} = \frac{N^2 c^2 \,.\, cos^2 \alpha}{a^2};$$

$$r^{*2} = \frac{l^2 a^2}{N^2 c^2 \,.\, cos^2 \alpha},$$

y extrayendo la raiz cuadrada de esta última expresión, hallaremos, finalmente:

$$r^* = \frac{l}{N} \,.\, a \times \frac{1}{cos\, \alpha},$$

ó sea la ecuación polar de una línea recta separada del centro P^* la cantidad $l \,.\, a/N$. Y así queda demostrado que la rama de una hipérbola $P_1 P_1$ trazada en el plano P, cuyo vértice diste del centro P la cantidad a, tendrá por imagen en el plano P^*, si el objetivo es aplanático, una línea recta $P_1^* P_1^*$ cuya distancia al centro P^* será $l \,.\, a/N$.

Adición *D.*

Sólo los rayos coherentes son capaces de producir interferencias.

Para que dos ó más rayos puedan interferir entre sí dando lugar á un fenómeno visible, es preciso que sus diferencias de fase se mantengan constantes durante un período de tiempo lo suficientemente largo para impresionar el órgano de la vista. Cuando esto sucede, se dice que los rayos son coherentes. Es un hecho plenamente comprobado por la experiencia que los fenómenos de interferencia nunca se producen empleando luz que proceda de focos independientes, pues lo mismo con los espejos de Fresnel que con la pantalla de Jung, las bandas obscuras nunca aparecen cuando los rayos originarios provienen de dos puntos luminosos distintos. En cambio se presentan siempre fenómenos de interferencia cuando rayos procedentes de un solo punto luminoso se dividen en dos ó más haces por medio de alguna disposición óptica, como sucede, por ejemplo, en el caso del microscopio, en el que las ondas luminosas que forman cada espectro elemental de Fraunhofer provienen de un solo elemento del manantial luminoso, según hemos visto principalmente en los Capítulos I y II de la Segunda Parte.

La necesidad de que los rayos sean coherentes para que se produzcan fenómenos de interferencia, encuentra su explicación en la naturaleza misma del fenómeno, puesto que el estado luminoso que por interferencias se produce en un punto dado depende de las diferencias de fase de todos los rayos que á dicho punto concurren, y si estas diferencias, en vez de ser constantes, por lo menos durante algún tiempo, cambiasen de un modo continuo, el estado luminoso del punto cambiaría también de un modo continuo, y el ojo humano, en vez de apreciar una figura de interferencia, sólo verá una iluminación uniforme.

La coherencia de los rayos sólo tiene lugar cuando parten éstos de un mismo punto del manantial luminoso, pues sólo entonces las diferencias de

fase pueden ser constantes. Los rayos que provienen de dos puntos distintos de una misma llama, por ejemplo, son incoherentes, pues no sólo las diferencias de fase cambian á cada instante, sino que cambian también á cada instante los planos en que tienen lugar las vibraciones de la molécula de éter, originaria de las ondas luminosas. Para satisfacer todas esas exigencias y poner de acuerdo la constitución de la luz con los fenómenos observados, la óptica moderna supone que en un rayo de luz natural las vibraciones se efectúan en un mismo plano durante espacios de tiempo muy pequeños t, t', t'' ....., pero que al final de cada espacio el plano de vibración cambia, de modo que puede considerarse el rayo como si estuviese polarizado durante los espacios t, t', t'', pero en planos diferentes. Estos espacios de tiempo, aunque muy grandes comparados con los períodos de vibración, son completamente insignificantes al lado del tiempo que necesita la luz para producir una impresión luminosa en la retina, y á eso es debido el que con luz natural no se aprecie ningún fenómeno que dé á conocer directamente esos estados de polarización, pues en todos ellos se conducen los rayos como si las vibraciones se verificasen de un modo incesante y continuo en todos los azimutes. Con luz natural se ha llegado á producir interferencias con rayos cuya diferencia de marcha, en el punto de reunión, era de 790.000 longitudes de onda, y como para interferir es preciso que las vibraciones se verifiquen en un mismo plano, eso indica que, por lo menos, durante 790.000 períodos, el plano de vibración no había cambiado; mas teniendo en cuenta que un millón de períodos se verifican en un tiempo tan corto que sólo llega al orden de 10^{-10} de segundo, el ojo humano no puede apreciar el estado de polarización de los rayos de luz natural, aunque los cambios de plano sólo se verifique á cada millón de vibraciones.

La falta de capacidad para interferir de los rayos que parten de distintos puntos de un mismo manantial luminoso, ó sea su falta de coherencia, se explica también por la hipótesis de que la homogeneidad vibratoria sólo es constante — lo mismo que los estados de polarización de la luz natural — durante un cierto número de períodos que se verifican en un pequeñísimo espacio de tiempo. Cada molécula del cuerpo luminoso, después de efectuar un gran número de vibraciones homogéneas, experimenta un cambio repentino producido por un choque, impulsión ú otra causa cualquiera, y la homogeneidad es interrumpida por un cambio brusco de fase. La luz, enviada por una tal molécula, presentará la particularidad de que á intervalos más ó menos largos y regulares, la fase de su movimiento cambiará de un modo brusco y, por lo tanto, no puede considerarse como homogénea, puesto que el verdadero sentido de la homogeneidad supone una sucesión indefinida de ondas de la misma longitud, y en las cuales las fases se suceden de un modo regular y continuo. La falta de homogeneidad de la luz explica también fácilmente la imposibilidad en que se hallan para interferir dos rayos que procedan de puntos distintos de un mismo manantial luminoso, pues aun suponiendo que en un momento dado hubiese coincidencia de los planos vibratorios y se produjese un estado luminoso — obscuridad completa, por ejemplo —, ese efecto sólo durará mientras no tenga lugar un cambio de fase, y como esos cambios se veri-

fican con extraordinaria rapidez, aunque en realidad las vibraciones sean homogéneas durante muchos miles de períodos, el estado luminoso, debido á las interferencias, cambiará continuamente y en períodos tan cortos, que el ojo no podrá percibirlo. Es, pues, indispensable para que las interferencias sean visibles, que las diferencias de fase de los rayos que las producen se mantengan constantes, y eso sólo se consigue con los rayos coherentes que provienen de un solo punto del manantial luminoso.

Adición *E*.

Espectro de Fraunhofer producido por un rayado de líneas paralelas.

La teoría completa de los fenómenos de difracción producidos por los rayados, se encuentra en todos los tratados de óptica física. Nuestro objeto aquí es tan sólo el de exponerlos de un modo muy elemental y sencillo para que sirvan de aclaración á las leyes de Fraunhofer cuyo anunciado figura en el § **68.**

Supongamos un rayado de líneas transparentes sobre fondo obscuro, cuya sección perpendicular á su plano está representada por RR en la *figura 25*. La distancia ab entre dos puntos homólogos de las líneas transparentes es la constante e del rayado, y el número de líneas suponemos que es grande. Un punto S, muy lejano, es el punto iluminante que envía una sucesión de ondas cuyas superficies, al llegar al rayado, podemos considerar como planas, y que coinciden con el rayado. La onda O_1 O_1 estará interceptada por las bandas opacas, y sólo quedan en actividad las porciones a, b, c..... Según el principio de Huygens, cada elemento de esas porciones constituirá un centro de vibración del que emanarán rayos en todas direcciones, rayos que partirán todos con la misma fase, puesto que tienen su origen en una misma superficie de onda. Estos rayos los podemos considerar ordenados en haces paralelos, y en cada haz habrá un rayo perteneciente á cada uno de los elementos de que se componen las superficies a, b, c.....; y si detrás del rayado existe un sistema de lentes — el objetivo del microscopio, por ejemplo —, los reunirá en distintos puntos de su plano focal posterior, de modo que cada uno de sus puntos de reunión vendrá á ser la imagen del punto iluminante S de donde parten todas las undulaciones. Mas bien puede ocurrir que esos haces de rayos paralelos, á pesar de haber partido con la misma fase de a, b, c....., lleguen al plano focal del objetivo con fases distintas y su reunión produzca luz en unos puntos y obscuridad en otros, y eso es lo que vamos ahora á examinar.

Tomemos por de pronto tan sólo en consideración los rayos paralelos aA, bB, cC..... que parten de los centros a, b, c..... de los espacios claros y que forman un ángulo v_1 con el rayo iluminante SS, perpendicular al rayado, y tracemos el plano MN normal á su dirección. Por partir todos estos rayos de los puntos a, b, c..... con la misma fase y recorrer distintos caminos en un mismo medio, llegará á ese plano MN después de haber verificado un número diferente de undulaciones y de fracciones de undulación. La longitud del rayo bB, por ejemplo, es mayor que la del rayo aA

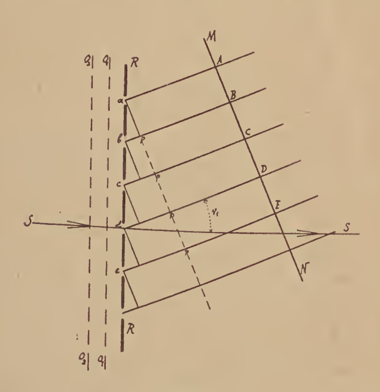


Fig. 25.

en la cantidad bp; la del rayo cC mayor que la del rayo aA en la cantidad $cp = 2 . bp$; la del rayo dD mayor que la del rayo aA en la cantidad $dp = 3 . bp$, y así sucesivamente, de modo que la distancia bp expresada en longitudes de onda nos dará una idea justa de la concordancia ó discordancia de los rayos al llegar al plano MN. Esa cantidad bp la podemos determinar por medio del triángulo rectángulo apb en función de la constante e del rayado y del ángulo de inclinación v_1 de los rayos, puesto que tenemos:

$$bp = ab \times sen\, v_1 = e \,.\, sen\, v_1 \quad \text{y} \quad sen\, v_1 = \frac{bp}{e}.$$

Para ver el efecto luminoso producido por cada haz de rayos paralelos en el plano focal del objetivo, se deben distinguir los tres casos siguientes:

1.° Cuando $bp = 0$, el ángulo de inclinación es también 0, y entonces los rayos son continuación directa de los emanados del punto S, y el ob-

jetivo los reunirá en estado concordante, produciendo un máximo luminoso que recibe el nombre de máximo principal ó de 1.er orden.

2.º Si bp es igual á una longitud de onda, los rayos aA, bB, cC..... llegarán al plano MN con la misma fase, puesto que la diferencia entre ellos es de un número entero de undulaciones y serán, por lo tanto, concordantes, constituyendo una onda paragénica (Mascart) cuya energía vibratoria reunirá el objetivo en un punto de su plano focal posterior. Este punto será un máximo de 2.º orden. Igual sucederá cuando bp sea igual 2λ, 3λ..... $k\lambda$, para lo cual la inclinación de los rayos v_1, v_2, v_3..... v_k necesaria para ello estará determinada por las expresiones siguientes, que indican el primero, segundo, tercero..... máximos de 2.º orden:

$$sen\, v_1 = \frac{\lambda}{e}\,; \quad sen\, v_2 = 2\,\frac{\lambda}{e}\,; \quad sen\, v_3 = 3\,\frac{\lambda}{e} \,.....\, sen\, v_k = k\,\frac{\lambda}{e}\,. \quad [\mathbf{a}]$$

Como el valor máximo del seno de un ángulo es la unidad, k no podrá ser nunca mayor que $e:\lambda$, así como no podrá tampoco formarse ningún máximo de 2.º orden, si $e < \lambda$.

Si en vez de servirnos de la constante e del rayado, empleáramos el número N de rayas existentes en un milímetro, las anteriores fórmulas se convertirían en

$$sen\, v_1 = N\,.\,\lambda\,; \quad sen\, v_2 = 2N\,.\,\lambda\,;\; .....\; sen\, v_k = kN\,.\,\lambda.$$

3.º Cuando bp no es un número entero de longitudes de onda, sus valores estarán comprendidos entre 0 y λ, λ y 2λ..... á los cuales corresponderán inclinaciones de rayos cuyos ángulos estarán entre 0 y v_1, v_1 y v_2..... En este caso las vibraciones emitidas por los puntos a, b, c..... en esas direcciones serán discordantes, é interferirán entre sí, destruyéndose unas á otras de un modo tanto más completo cuanto mayor sea el número de rayas del rayado. Para formarse una idea de que así debe suceder, supongamos que bp es igual á una longitud de onda más una fracción tan pequeña como se quiera. Si esa fracción es $\frac{1}{50}\lambda$, por ejemplo, las diferencias sucesivas de los rayos b, c, d..... al llegar á un plano perpendicular á su dirección, tal como MN, serán:

$$\frac{1}{50}\lambda,\; \frac{2}{50}\lambda,\; \frac{3}{50}\lambda \,.....\, \frac{25}{50}\lambda = \frac{1}{2}\lambda \,.....\, \frac{50}{50}\lambda = \lambda \,.....\, \frac{75}{50}\lambda = \lambda + \frac{1}{2}\lambda$$

$$.....\,\frac{100}{50}\lambda = 2\lambda\,.....;$$

y tendremos que el rayo 25 diferirá en media undulación del rayo aA, y por lo tanto los dos estarán en completa discordancia; lo mismo sucederá á los rayos bB y 26 y á los rayos cC y 27..... y al 24 y 49, de modo que todos estos rayos reunidos en un punto del plano focal del objetivo se des-

truirán mutuamente produciendo obscuridad. Luego, suponiendo que el rayado tiene más de 50 rayas, empezará otra serie formada por los rayos de 50 á 100, que también se destruirán, puesto que las diferencias de longitud entre cada uno de los 25 primeros y los 25 últimos será también de media undulación, y así sucesivamente. Al final, si el número de rayas del rayado no es un múltiplo exacto de 50, quedará cierto número de rayos menor que 50 que no se anularán mutuamente y podrán producir, ciertamente, un estado luminoso, pero será de tan poca intensidad, que puede considerarse como nulo al lado de los máximos de 2.º orden que antes hemos hallado (1).

Otras inclinaciones de rayos darán para bp otras fracciones de onda, tales como, por ejemplo, $\lambda + \frac{1}{100}\lambda$, $\lambda + \frac{1}{1000}\lambda$, $\lambda + \frac{1}{1500}\lambda$....., y para todas ellas podremos repetir el anterior raciocinio, viniendo á parar, en conclusión, que sólo producirán máximos de intensidad luminosa aquellos haces de rayos paralelos cuya inclinación satisfaga la fórmula, antes deducida,

$$sen\, v_k = k \frac{\lambda}{e},$$

para los valores de $k = 0, = 1, = 2, = 3$....., pues sólo con ellos se obtiene que el conjunto de rayos de cada haz lleguen con fase concordante al plano focal del objetivo. Cuando $k = 0$, los rayos, después de atravesar el rayado siguen la dirección de los rayos iluminantes, y forman el máximo principal ó de 1.er orden, y en los demás casos forman los máximos de 2.º orden; mas como existe simetría para ambos lados de la dirección SS, á cada valor de k corresponderán dos valores iguales de los senos de los ángulos de inclinación y, en realidad, la serie de fórmulas [**a**] debe escribirse.

$$sen\, v_1 = \pm \frac{\lambda}{e}; \quad sen\, r_2 = \pm 2\frac{\lambda}{e}; \quad sen\, v_3 = \pm 3\frac{\lambda}{e} \; ..... \; sen\, v_k = \pm k \frac{\lambda}{e}.$$

Si en vez de un punto iluminante S considerásemos una superficie luminosa, podríamos repetir para cada uno de sus puntos el razonamiento anterior, viniendo á parar, en conclusión, que en el sitio de cada máximo se produciría una imagen de dicha superficie.

Hasta ahora hemos supuesto siempre que el punto luminoso S sólo emitía radiaciones de una misma longitud de onda λ, esto es, que la iluminación se producía con luz monocromática. Si empleáramos luz blanca, para cada radiación elemental tendríamos un valor distinto de λ, y las fórmu-

(1) La observación y el cálculo demuestran la existencia de otros máximos muy poco aparentes cuando el rayado tiene gran número de líneas que se llaman «máximos secundarios», para distinguirlos de los «máximos principales», que son los que nosotros designamos con el nombre de máximos de 2.º orden. La existencia de los máximos secundarios no se puede demostrar fácilmente por el procedimiento elemental que seguimos en esta Adición.

las anteriores nos demuestran que los máximos correspondientes á cada color no se hallarán en un mismo punto, sino que estarán situados uno al lado del otro, en serie continua, formando los espectros de difracción en los cuales los rayos de menor longitud de onda serán los menos desviados, al contrario de lo que sucede en el espectro prismático. El máximo principal es siempre acromático, porque todos los rayos, sea cualquiera su longitud de onda, siguen la misma dirección.

La relación que exista entre el ancho de las bandas claras y de las barras obscuras de un rayado puede ocasionar en algunos casos la desaparición de determinados máximos de 2.° orden, según ya hemos dicho en el § **86** al describir algunas experiencias con los rayados inversos. Tomemos como ejemplo el rayado que nos ha servido en la experiencia 6.ª, en el que el ancho de las bandas claras era igual al de las barras opacas, en cuyo caso, como se representa en la *figura 26*, $ab = bc$. Fijándonos en el segundo máximo de 2.° orden producido por este rayado, tenemos que la condición de su existencia consiste, según antes hemos visto, en que la diferencia entre los rayos rR y tT sea de 2λ, lo mismo que entre los rayos aA y cC. En estas circunstancias, $cm = 2\lambda$ y $bs = \lambda$ y, por lo tanto, los dos rayos aA y bB que pasan por los bordes de la abertura ab diferirán también en una longitud de onda, lo que implica que todos los rayos emanados por la mitad ra de la abertura serán destruídos por los emanados por la otra mitad rb, puesto que, uno á uno, diferirán en media longítud de onda. El efecto luminoso será nulo, así como el de todas las demás aberturas y, por lo tanto, no existirá el segundo máximo de 2.° orden; y de un modo igual veremos que lo mismo sucede con el cuarto, sexto..... máximo. Si la relación de anchuras fuese de 2 : 1, como en el rayado de la experiencia 4.ª, entonces tendríamos $ab = 2 . bc$ ó viceversa, y un examen análogo nos llevaría á la conclusión de que debían faltar los máximos tercero, sexto, noveno..... Y de un modo general podemos decir que siempre que el ancho de las bandas claras y el de las barras opacas esté en la relación de dos números enteros α y β faltará el máximo de orden $(\alpha + \beta)$, porque en este caso tendremos $cm = (\alpha + \beta) . \lambda$, y siempre podremos descomponer la abertura ab en un número de partes 2α cuyos rayos en la dirección $v_{\alpha+\beta}$ se destruirán integralmente, puesto que los de cada una de esas partes diferirán, uno á uno, en media undulación de los de la parte siguiente.

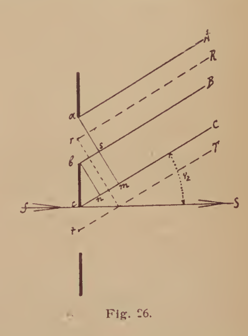


Fig. 26.

Cuando el rayo incidente S está inclinado con relación al rayado, formando un ángulo v con la normal, los ángulos de desviación de los máximos de 2.° orden se hallan fácilmente por medio de las consideraciones an-

teriores, tenido en cuenta que, según se ve en la *figura* 27, la diferencia de marcha entre los rayos aA y bB es $nb + bm = e \,.\, sen\, v + e \,.\, sen\, v_1$. Esa

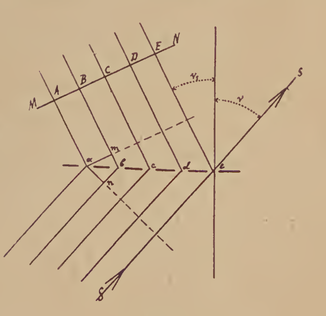


Fig. 27.

diferencia para producir un máximo ha de ser de un número entero de longitudes de onda y, por lo tanto, tendremos para los distintos máximos:

$$sen\, v + sen\, v_k = \pm\, k \frac{\lambda}{e}.$$

Contando los ángulos á uno y otro lado de la normal, según está indicado en la figura, y teniendo en cuenta el signo de los senos, la fórmula anterior debe escribirse de la siguiente manera:

$$sen\, v - sen\, v_k = \pm\, k \frac{\lambda}{e},$$

y resulta igual á la fórmula **XXII** (pág. 212) que hemos deducido en el § **63**.

El máximo principal le forman los rayos que no sufren desviación alguna al atravesar el rayado.



Castellarnau
y Lleopart

FORMACIÓN DE LA IMAGEN EN EL
MICROSCOPIO